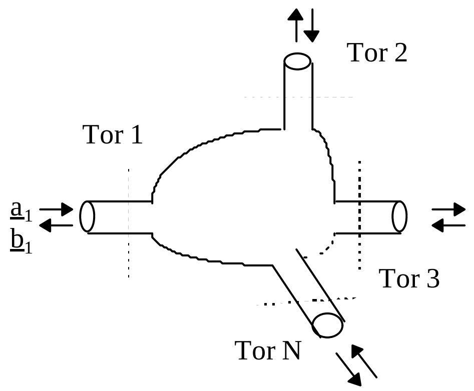
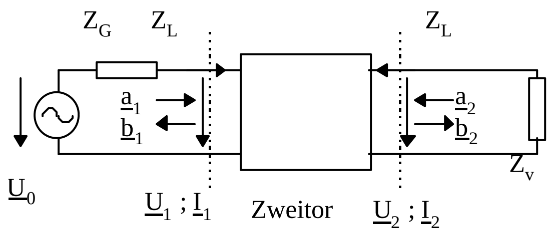
7 Entwicklung eines Verstärkers

Zur Schaltungsentwicklung und Beschreibung wird bei tiefen Frequenzen die Vierpoltheorie mit Gewinn eingesetzt. Dabei werden lineare Netzwerke durch Parameter beschrieben, die sich durch Messen von Spannung und Strom an den äußeren Klemmenpaaren bei Leerlauf beziehungsweise Kurzschluß bestimmen lassen. Übliche Parameterdarstellungen sind die Widerstands-, Leitwert- oder Kettenmatrix.
Bei Schaltungen höherer Frequenzen, bei denen die Abmessungen der Schaltelemente in die Größenordnung der Wellenlänge kommen, müssen die Welleneigenschaften der Signale berücksichtigt werden.
Die Signale können auf unterschiedlichen Leitungen oder Wegen transportiert werde. Ein Signaleingang oder -ausgang des Netzwerks braucht nicht aus zwei Klemmen oder Polen zu bestehen, er kann auch aus einer Öffnung (Hohlleiter), einer mit einer Sonde abgeschlossenen Koaxial- oder Steifenleitung oder etwas ähnlichem bestehen. Man spricht daher von 2N-Polen, besser von N-Toren.



Eine Beschreibung der Schaltelemente erfolgt grundsätzlich mit Hilfe der elektromagnetischen Wellen. Diese lassen sich jedoch durch integrale Größen wie die äquivalente Strom- und Spannungswelle vereinfacht darstellen.
Bei TEM-Wellen auf Leitungen ohne Verluste bereitet diese Zuordnung keine Probleme.
Bei Wellen mit einer Feldkomponente in Ausbreitungsrichtung (E-, H- Wellen) ist eine solche Zuordnung auch möglich , allerdings nicht in eindeutiger Weise.
Man behilft sich, indem man Spannungs- und Stromwellen einführt, die proportional zur totalen transversalen elektrischen, beziehungsweise magnetischen Feldstärke sind. Die übertragene Leistung ist dann durch das Produkt aus Spannung und Strom gegeben. Spannung und Strom sind durch den Feldwellenwiderstand verknüpft.
Es kann vorkommen, daß auf einer Wellenleitung mehrere unterschiedliche Wellentypen ausbreitungsfähig sind. Da in einer verlustlosen Leitung, in der sich mehrere Wellentypen ausbreiten , die gesamte transportierte Leistung gleich der Summe der von den einzelnen Wellentypen übertragenen Leistung ist, kann ein Wellenleiter, auf dem sich n-Wellentypen ausbreiten, äquivalent dargestellt werden durch n TEM-Wellenleitungen mit entsprechenden Spannungs- und Stromwellen. Die Spannungen und Ströme sind auf eine Bezugsebene zu beziehen. Jeder Wellentyp, der Leistung unabhängig von allen anderen Typen transportiert, entspricht einem Tor.
In der Mikowellentechnik arbeitet man statt mit den abgeleiteten Größen der totalen Spannung und des totalen Stroms an den Toren (und den sich mit ihrer Hilfe ergebenden Widerstands-, Leitwert- oder Kettenmatrizen) besser mit den direkt meßbaren Amplituden und Phasen der einfallenden und reflektierten Wellen und gelangt so zur Beschreibung von Mikrowellenschaltungen durch die Streumatrix.
Die Bestimmung der Parameter der Vierpoltheorie würde zudem in der Hochfrequenztechnik aus folgenden Gründen Probleme bereiten:

Es müßte eine Kurzschluß- und eine Leerlaufmessung durchgeführt werden. Dabei könnte es zu einem Schwingen der Schaltung kommen. Darüber hinaus würde bei hohen Frequenzen auch die Realisierung eines exakten Kurzschlusses oder Leerlaufes Schwierigkeiten bereiten. All diese Problem lassen sich bei Messung der Wellenparameter in der Betriebsschaltung vermeiden.
Im folgenden werden die aus der NF-Technik bekannten Ersatzschaltbilder auch für die HF-Technik übernommen und durch die neuen Begriffe erweitert und abgewandelt. Dabei beschränken wir uns auf ein Zweitor.



Die Bezugswellenwiderstände werden meist als reell angenommen. Hier sind sie für beide Leitungen als gleich vorausgesetzt worden. Die komplexen Amplituden der hin- und rücklaufenden Strom- und Spannungswellen am Ein- und Ausgang werden noch auf die Wurzel aus dem Wellenwiderstand normiert. Das hat den Vorteil, daß sich aus dem Betragsquadrat dieser normierten Wellenamplituden direkt die Leistung der hin- bzw. rüchlaufenden Welle ergibt.

7.1 Normierte Spannungswellen (Leistungswellen)

$$\underline{a}_1 = \frac{\underline{U}_{h1}}{\sqrt{\underline{Z}_{L1}}} \quad \underline{b}_1 = \frac{\underline{U}_{r1}}{\sqrt{\underline{Z}_{L1}}}$$

$$\underline{a}_2 = \frac{\underline{U}_{h2}}{\sqrt{\underline{Z}_{L2}}} \quad \underline{b}_2 = \frac{\underline{U}_{r2}}{\sqrt{\underline{Z}_{L2}}}$$

Im Folgenden werde der Einfachheit halber auf das Unterstreichen komplexer Größen verzichtet, es sei denn die Situation läßt Verwechlungen befürchten.

Zunächst leiten wir den Zusammenhang mit U_1 und I_1 ab:

$$U_1 = U_{h1} + U_{r1} = \sqrt{Z_{L1}}(a_1 + b_1)$$

$$I_1 = I_{h1} + I_{r1} = \frac{U_{h1}}{\sqrt{Z_{L1}}} - \frac{U_{r1}}{\sqrt{Z_{L1}}} = \frac{1}{\sqrt{Z_{L1}}}(a_1 - b_1) \Rightarrow$$

$$\frac{U_1}{\sqrt{Z_{L1}}} = a_1 + b_1$$

$$\sqrt{Z_{L1}}\, I_1 = a_1 - b_1$$

Durch Addition und Subtraktion der beiden letzten Gleichungen erhält man

$$a_1 = \frac{U_1 + Z_{L1} I_1}{2\sqrt{Z_{L1}}} \quad b_1 = \frac{U_1 - Z_{L1} I_1}{2\sqrt{Z_{L1}}}$$

Zusammenhang mit Wirkleistungen:

$$\underline{P}_{1h} = \frac{1}{2}\frac{|\underline{U}_{h1}|^2}{Z_{L1}} = \frac{1}{2}|\underline{a}_1|^2 \qquad \underline{P}_{1r} = \frac{1}{2}\frac{|\underline{U}_{r1}|^2}{Z_{L1}} = \frac{1}{2}|\underline{b}_1|^2 \quad \Rightarrow$$

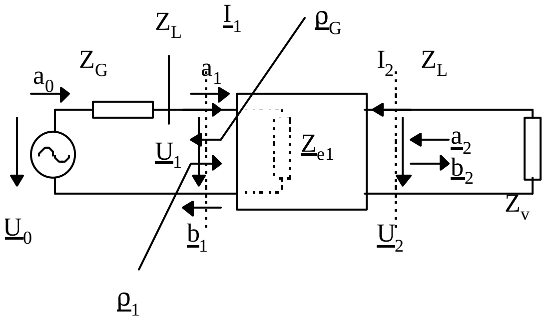
$$\underline{P}_1 = \underline{P}_{1h} - \underline{P}_{1r} = \frac{1}{2}|\underline{a}_1|^2 - \frac{1}{2}|\underline{b}_1|^2 = \frac{1}{2}|\underline{a}_1|^2(1-|\boldsymbol{r}_1|^2)$$

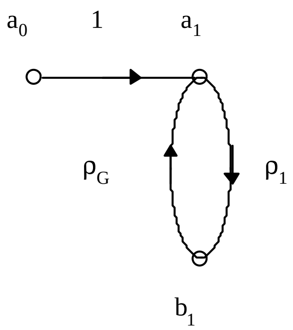
Das Verhältnis von b1 zu a1 ist der Eingangsseitige Reflexionsfaktor, des sich aus dem Eingangswiderstand des Vierpols und dem Wellenwiderstand der Leitung ergibt:

$$\boldsymbol{r}_1 = \frac{b_1}{a_1} = \frac{U_1 - Z_{L1}I_1}{U_1 + Z_{L1}I_1} = \frac{Z_{e1} - Z_{L1}}{Z_{e1} + Z_{L1}}$$

7.2 Überführen des Ersatzschaltbildes in ein Wellenflußdiagramm

a_0= Urwelle; ρ_1 = Eingangsreflexionsfaktor, ρ_G = Generatorreflexionsfaktor
Zunächst nur Eingangsseite.





Ein Wellenflußdiagramm ist eine bildliche Darstellung eines Systems, das normalerweise durch eine Zahl simultaner Gleichungen beschrieben wird. In der Schaltungsanalyse der HF-Technik werden die Schaltungen mithilfe von Leistungswellen a_i und b_i beschrieben, die untereinander durch die S-Parameter über simultane lineare Gleichungen beschrieben werden.
Im Wellenflußdiagramm werden die Variablen durch Knoten dargestellt. Besteht eine Abhängigkeit zwischen zwei Variablen, so werden die zugeordneten Knoten durch einen Zweig verbunden, welcher zur unabhängigen Variablen gerichtet ist.
Das Wellenflußdiagramm für den Eingang repräsentiert die folgenden Gleichungen:

$$a_1 = a_0 + \boldsymbol{r}_G b_1$$
$$b_1 = \boldsymbol{r}_1 a_1$$

Um den Zusammenhang mit den Größen aus dem NF-Ersatzschaltbild herzustellen , setzen wir in die Maschengleichung ein.

$$U_0 = Z_G I_1 + U_1$$
$$U_0 = Z_G \frac{(a_1 - b_1)}{\sqrt{Z_{L1}}} + \sqrt{Z_{L1}}(a_1 + b_1)$$

Auflösen nach a_1 und Überführen in die Wellengleichung ergibt:

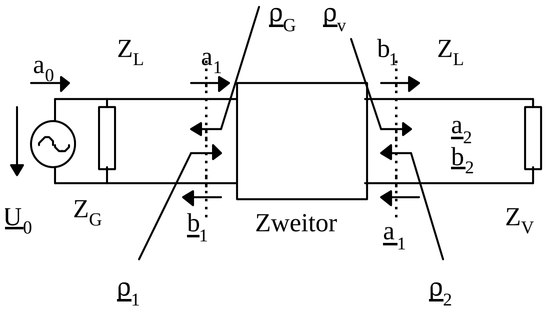
$$a_1 = \frac{U_0\sqrt{Z_{L1}}}{Z_G + Z_{L1}} + \frac{Z_G - Z_{L1}}{Z_G + Z_{L1}} b_1$$

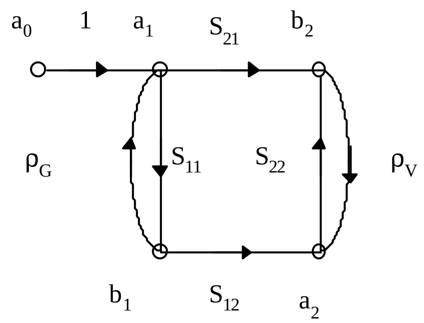
Daraus folgt

$$a_0 = \frac{U_0\sqrt{Z_{L1}}}{Z_G + Z_{L1}} \qquad \boldsymbol{r}_G = \frac{Z_G - Z_{L1}}{Z_G + Z_{L1}}$$

7.3 S-Parameter

Wir zeichnen nun das Ersatzschaltbild der Betriebschaltung des Zweitors und das entsprechende Wellenflußdiagramm





Die Übertragungsfaktoren und Rückwirkungen, durch die das Zweitor beschrieben wird, werden durch die beiden linearen Zweitor- Gleichungen gegeben. Die Koeffizienten für die Verknüpfung zwischen normierten Eingangs- und Ausgangsspannungswellen sind die S-Parameter

$$b_1 = S_{11}a_1 + S_{12}a_2$$
$$b_2 = S_{21}a_1 + S_{22}a_2$$

Als Bestimmungsgleichungen der Streuparameter und ihre physikalische Bedeutung erhält man daraus.

Bei Einspeisung in Tor 1 und mit $a_2 = 0$, das heißt Anpassung an Tor 2:

$$S_{11} = \left.\frac{b_1}{a_1}\right|_{a_2=0}$$ = (Eigen-) Reflexionsfaktor am Tor 1 bei Anpassung an Tor 2 ($Z_v = Z_{L2}$)

$$S_{21} = \left.\frac{b_2}{a_1}\right|_{a_2=0}$$ = Vorwärtsübertragungs- oder Vorwärtstransmissionsfaktor für die Übertragung von Tor 1 nach Tor 2 bei Anpassung an Tor 2 (($Z_v = Z_{L2}$)

Bei Einspeisung in Tor 2 und mit $a_1 = 0$, das heißt Anpassung an Tor 1:

$$S_{22} = \left.\frac{b_2}{a_2}\right|_{a_1=0}$$ = (Eigen-) Reflexionsfaktor am Tor 2 bei Anpassung an Tor 1 (($Z_G = Z_{L1}$)

$$S_{12} = \left.\frac{b_1}{a_2}\right|_{a_1=0}$$ = Rückwärtsübertragungs- oder Rückwärtstransmissionsfaktor für die Übertragung von Tor 1 nach Tor 2 bei Anpassung an Tor 1 (($Z_G = Z_{L1}$)

Es ist vorteilhaft, daß die Messung der Streuparameter (z.B. mit Richtkoppler) bei angepaßtem Abschluß der Tore erfolgen kann.

7.3.1 Wichtig Beziehungen bei angepaßtem Abschluß

$$|S_{11}|^2 = \frac{\text{Leistung reflektiert an Tor 1}}{\text{Leistung einfallend an Tor 1}} = |r_1|$$

$$|S_{22}|^2 = \frac{\text{Leistung reflektiert an Tor 2}}{\text{Leistung einfallend an Tor 2}} = |r_2|$$

$$|S_{21}|^2 = \frac{\text{Leistung geliefert an eine Last ZL2 an Tor 2}}{\text{Leistung verfügbar von einer Quelle mit ZG=ZL1 an Tor 1}} =$$

Leitungsübertragungsverhältnis bei Quell - und Lastwiderstand ZL

$$|S_{12}|^2 = \frac{\text{Leistung geliefert an eine Last ZL1 an Tor 1}}{\text{Leistung verfügbar von einer Quelle mit ZG=ZL2 an Tor 2}} =$$

Rückwärtsleitungsübertragungsverhältnis bei Quell - und Lastwiderstand ZL

7.3.2 Eigenschaften spezieller Netzwerke

Für umkehrbares (reziprokes) Netzwerk (enthält nur passiver Elemente und weisen keinen Richteffekt auf)ist die Steumatrix symmetrisch: $S_{ik} = S_{ki}$
Für symmetrisches Netzwerk sind zudem die Diagonalelemente gleich: $S_{11} = S_{22} =$..

für verlustloses Netzwerk gilt $\sum|a_n|^2 = \sum|b_n|^2$. Daher ist die S-Matrix unitär; es gilt

$$E - (S^*)^T S = 0$$

Dabei ist E die Einheitmatrix und S^{*T} die transponierte (gestürzte) konjugiert komplexe S-

Ist der Vierpol außerdem symmetrisch, so ist $\varphi_{11} = \varphi_{22}$
Beispiel
Streuparameter für einen Querleitwert

7.4 Transformation der Reflexionsfaktoren und der Urwelle

Das Zweitor hat in der Betriebschaltung einen Eingangsreflexionsfaktor ρ1, der sowohl von den Zweitorparametern wie auch von dem Abschlußreflexionsfaktor bestimmt ist.
Aus dem Wellenflußdiagramm liest man die 4 Beziehungen ab, wobei die wirklich unabhängige Variable a0 ist:

$$a_1 = a_0 + r_G b_1$$
$$a_2 = r_V b_2$$
$$b_1 = S_{11} a_1 + S_{12} a_2$$
$$b_2 = S_{21} a_1 + S_{22} a_2$$

Dividiert man jede Gleichung durch a_1 , so ergeben sich 4 Gleichungen mit den Unbekannten

$r_1 = \frac{b_1}{a_1}$; $\frac{a_0}{a_1}$; $\frac{a_2}{a_1}$; $\frac{b_2}{a_1}$ Durch Elimination der letzten drei Unbekannten läßt sich ρ1 bestimmen:

$$1 = \frac{a_0}{a_1} + \rho_G \rho_1$$

$$\frac{a_2}{a_1} = \rho_V \frac{b_2}{a_1}$$

$$\rho_1 = S_{11} + S_{12} \frac{a_2}{a_1}$$

$$\frac{b_2}{a_1} = S_{21} + S_{22} \frac{a_2}{a_1} \quad \Rightarrow \frac{a_2}{a_1} = \rho_V \left(S_{21} + S_{22} \frac{a_2}{a_1}\right) \quad \Rightarrow \frac{a_2}{a_1}(1 - \rho_V S_{22}) = \rho_V S_{21}$$

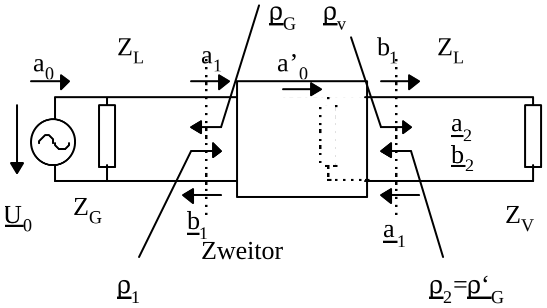
Damit wird

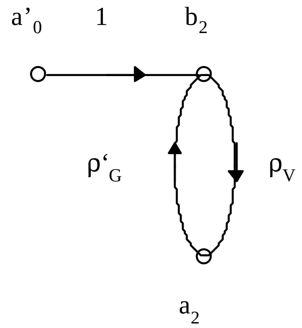
$$\rho_1 = S_{11} + \rho_V \frac{S_{12}S_{21}}{1 - \rho_V S_{22}}$$

Analog erhält man für die Transformation des Generatorrefexionsfaktors an den Ausgang des Zweitors

$$\rho_2 = S_{22} + \rho_G \frac{S_{12}S_{21}}{1 - \rho_G S_{11}}$$

Wird zwischen Quelle und Verbraucher ein Zweitor eingeschaltet, so verändert sich für den Verbraucher sowohl der generatorseitige Reflexionsfaktor wie auch die Urwelle. Zur Berechnung der modifizierten Urwelle gehen wir von Anpassung am Ausgang aus.





$$a_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad b_1 = S_{11} a_1 \big|_{a_2=0} \qquad b_2 = S_{21} a_1 \big|_{a_2=0} \qquad b_2 = a'_0 + \rho'_G\, a_2 \big|_{a_2=0} = a'_0$$

$$a_1 = a_0 + \rho_G b_1 = a_0 + \rho_G S_{11} a_1 \big|_{a_2=0} \Rightarrow$$

$$a_1 = \frac{a_0}{1 - \rho_G S_{11}} \Rightarrow a'_0 = b_2 = S_{21} a_1 = \frac{S_{21}}{1 - \rho_G S_{11}} a_0$$

also

$$a'_0 = \frac{S_{21}}{1 - \rho_G S_{11}} a_0$$

7.5 Dämpfungen und Verstärkungen von Zweitoren

Bezeichnungen:

P_{GV} = verfügbare Leistung des Generators = maximal vom Generator an einen zu seinem Innenwiderstand Z_G konjugiert komplexen Verbraucherwiderstand Z_G* abgegebene Wirkleistung

P_V = vom Verbraucherwiderstand Z_v aufgenommene Wirkleistung

P'_V = Leistung, die der Generator ohne Zwischenschaltung des Zweitors an den Verbraucher Z_V abgibt.

P_1 = eingespeiste Wirkleistung , von Zweitor aufgenommene Wirkleistung

Betriebsdämpfung $\frac{a_B}{dB} = 10\log\frac{P_{GV}}{P_V}$

Einfügedämpfung $\frac{a_e}{dB} = 10\log\frac{P'_V}{P_V}$

Klemmenleistungsverstärkung $V_K = \frac{P_V}{P_1}$

Übertragungsleistungsverstärkung, Betriebsleistungsverstärkung $V_B = \frac{P_V}{P_{Gv}}$

Unilaterale Übertragungsleistungsverstärkung = , Übertragungsleistungsverstärkung eines rückwirkungsfreien (unilaterale) Zweitors.

Verfügbare Leistungsverstärkung V_V = Verhältnis der an Tor 2 des Zweitors verfügbaren Wirkleistung P_{Vv} zur verfügbaren Lesitung an der Quelle P_{Gv} an Tor 1.

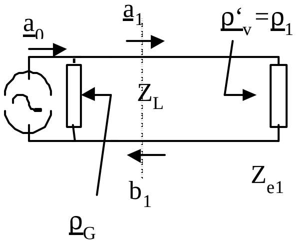
Maximale Leistungsvertärkung V_{max} = Verstärkung bei Anpassung am Eingangs- und Ausgangstor, das heißt bei $\rho_G=\rho^*_1 \quad \rho_V=\rho^*_2$.

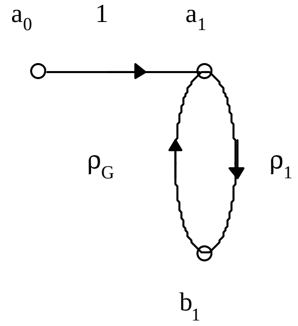
Ableitung der in obigen Definitionen enthaltenen Leistungen.

$$P_1 = \frac{1}{2}(|a_1|^2 - |b_1|^2) = \frac{1}{2}|a_1|^2(1-|r_1|^2)$$

Die einfallende Leistung $|a_1|^2/2$ wird durch die Leistung der Urspannungswelle des Generators $|a_1|^2/2$ und durch die beiden Reflexionsfaktoren ρ_1 und ρ_G bestimmt.

Zum besseren Verständnis kann man in Gedanken zwischen Generator und Zweitor ein Stück Eingangsleitung mit einer Länge von einer halben Wellenlänge einfügen. Dadurch wird das System nicht geändert, da die Wellenamplituden am Anfang und Ende der Leitung gleich sind. Die Unstetigkeiten in der Impedanz am Anfang (Generatorwiderstand) und am Ende der Eingangsleitung (Eingangsimpedanz des Zweitors) bilden einen Resonator, in dem die Wellen hin- und her reflektiert werden. An den beiden Unstetigkeitsstellen wird gemäß den jeweiligen Reflexionsfaktoren nur ein Teil der Leistung durchgelassen.





Aufgrund der Rückkopplung erhält man für die Leistungswelle a1 in Abhängigkeit von der Urwelle:

$$a_1 = a_0 + r_G b_1 = a_0 + r_G r_1 a_1$$

$$\Rightarrow a_1(1 - r_G r_1) = a_0$$

$$a_1 = \frac{a_0}{1 - r_G r_1}$$

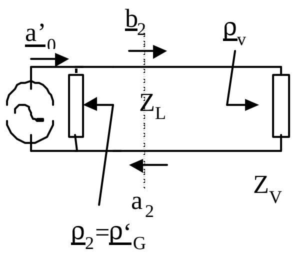
$$P_1 = \frac{1}{2}|a_0|^2 \frac{(1-|r_1|^2)}{|1 - r_G r_1|^2}$$

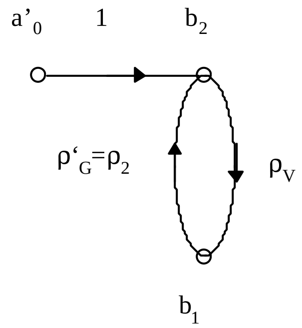
Die Resonatoreigenschaft des zwischen Quelle und Verbraucher geschalteten Leitungsstücks wird durch den Resonanznenner $|1- \rho_G \rho_1|^2$ deutlich. Für $\rho_G=\rho_1=1$ wird der Nenner Null, d.h. die eingespeiste Leistung würde sich unendlich stark aufschaukeln.

ρ_1 ergibt sich durch Transformation von ρ_V mit den S-Parametern.

$$r_1 = S_{11} + r_V \frac{S_{12}S_{21}}{1 - r_V S_{22}}$$

Die Berechnung von P_V läuft grundsätzlich analog ab, dabei sind lediglich die eingangsseitigen Größen durch die entsprechenden an den Ausgang transformierten Größen zu ersetzen.





$$P_2 = \frac{1}{2}(|b_2|^2 - |a_2|^2) = \frac{1}{2}|b_2|^2(1 - |r_V|^2) = \frac{1}{2}|a'_0|^2 \frac{(1-|r_V|^2)}{|1 - r_2 r_V|^2}$$

$$P_2 = \frac{1}{2}|a_0|^2 \frac{|S_{21}|^2}{|1 - r_G S_{11}|^2} \frac{(1-|r_V|^2)}{|1 - r_2 r_V|^2}$$

mit

$$r_2 = S_{22} + r_G \frac{S_{12}S_{21}}{1 - r_G S_{11}}$$

Für die Berechnung von P_{Gv} ist in der Formel für P_1 die Bedingung für generatorseitige Anpassung einzusetzen: $\rho_1 = \rho^*_G$

$$P_{Gv} = \frac{1}{2}|a_0|^2 \frac{(1-|r_G|^2)}{\left|1-|r_G|^2\right|^2} = \frac{1}{2}|a_0|^2 \frac{1}{1-|r_G|^2}$$

Aus den Definitionen für die verschiedenen Verstärkungen ergibt sich durch Einsetzen und Umformen:

$$V_K = |S_{21}|^2 \cdot \frac{1}{1-|\rho_1|^2} \cdot \frac{1-|\rho_V|^2}{|1-S_{22}\,\rho_V|^2}$$

$$V_B = |S_{21}|^2 \cdot \frac{1-|\rho_G|^2}{|1-\rho_G S_{11}|^2} \cdot \frac{1-|\rho_V|^2}{|1-\rho_2\,\rho_V|^2}$$

oder nach Einsetzen von ρ_1 und ρ_2:

$$V_K = |S_{21}|^2 \cdot \frac{1-|\rho_V|^2}{|1-S_{22}\,\rho_V|^2 - |S_{11}-\Delta\rho_V|}$$

$$V_B = |S_{21}|^2 \cdot \frac{(1-|\rho_G|^2)(1-|\rho_V|^2)}{|1-S_{11}\rho_G - S_{22}\rho_V + \Delta\rho_G\,\rho_V|^2}$$

Dabei ist $\Delta = S_{11}S_{22} - S_{12}S_{21}$ die Determinante der S-Matrix.
Die Betriebsleistungsvertärkung ist nur dann gleich der Klemmenvertärkung , wenn das Zweitor an die Quelle angepaßt ist, d.h. , wenn $\rho_1 = \rho_G{}^*$ ist. Die Betriebsleistungsverstärkung ist ein Maß für den Leistungsgewinn, der sich erzielen läßt, wenn man die Last nicht direkt von der Quelle speist, sondern über den aktiven Vierpol (z.B. Transistor) ansteuert.

Ein aktives unilaterales Bauelement ist dadurch gekennzeichnet, daß der Parameter S_{12} (rückwärtsTransmissionskoeffizient) vernachlässigbar ist. Das bedeutet, daß das Transistor Netzwerk nahezu keine innere Rückkopplung aufweist. Für die unilaterale Leistungsverstärkung folgt mit $S_{12} = 0$, $S_{21} \neq 0$ und $\rho_2 = S_{22}$ aus der allgemeinen Formel:

$$V_B' = |S_{21}|^2 \cdot \frac{1-|\rho_G|^2}{|1-\rho_G S_{11}|^2} \cdot \frac{1-|\rho_V|^2}{|1-\rho_V S_{22}|^2} = V_0 \cdot V_G \cdot V_V$$

Sie ist als Produkt zu schreiben, in dem die drei Einflußfaktoren separiert sind:
$V_0 = |S_{21}|^2$ = Übertragungsfaktor für $\rho_G=\rho_V=0$, Dieser Faktor ist normalerweise im Datenblatt zu finden.
V_G = Faktor aufgrund der Fehlanpassung durch die Quelle
V_V = Faktor aufgrund der Fehlanpassung durch den Verbraucher am Zweitorausgang

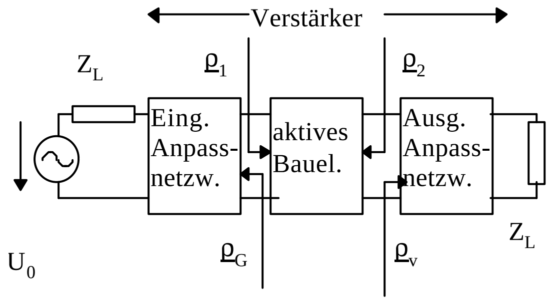
Die maximale Leistungsverstärkung ergibt sich für Anpassung sowohl am Eingang wie am Ausgang, d.h. für $\rho_G=\rho^*_1$ und $\rho_V=\rho^*_2$. Die maximale unilaterale Leistungsvertärkung ist dann

$$V_B' = |S_{21}|^2 \cdot \frac{1}{1-|S_{11}|^2} \cdot \frac{1}{1-|S_{22}|^2}$$

und bei absolut stabilen Zweitoren

$$+V_{\max} = \left|\frac{S_{21}}{S_{12}}\right|^2 \cdot (k - \sqrt{k^2-1}) \quad \text{mit} \quad k = \frac{1+(\det S)^2 - |S_{11}|^2 - |S_{22}|^2}{2\cdot|S_{12}\cdot S_{21}|} \geq 1$$

7.6 Transistorverstärker



In den meisten Fällen ist die Lastimpedanz und die Quellenimpedanz gleich dem Wellenwiderstand der Leitungen (Systemimpedanz , Umgebungsimpedanz , meist 50 Ω). Die Entiwcklungsarbeit besteht darin, die Anpasschaltung am Eingang und am Ausgang zu dimensionieren.
Bei einem unilateralen Bauelement ist $\rho_1 = S_{11}$ und $\rho_2 = S_{22}$. Maximale Verstärkung wird erreicht, wenn sowohl am Eingang wie auch am Ausgang Anpassung vorliegt. Das ist der Fall für $\rho_G = (S_{11})^*$ und $\rho_L = (S_{22})^*$.
Ist dagegen der Rückwärtstransmissionskoeffizient S_{12} nicht vernachlässigbar , so wird der Eingangsreflexionsfaktor sowohl durch die S-Paramerter des aktiven Bauelementes, wie auch durch den Abschlußreflexionsfaktor bestimmt. Umgekehrt wird auch der Ausgangsreflexionsfaktor durch die S-Parameter und den Reflexionsfaktor der Quelle gegeben. Um am Eingang und am Ausgang Leistungs-Anpassung zu erreichen muß ρ_G =.$(\rho_1)^*$ und $\rho_L = (\rho_2)^*$ vorliegen. Das bedeutet

$$(\boldsymbol{r}_G)^* = S_{11} + \boldsymbol{r}_V \frac{S_{12}S_{21}}{1-\boldsymbol{r}_V S_{22}}$$

$$(\boldsymbol{r}_V)^* = S_{22} + \boldsymbol{r}_G \frac{S_{12}S_{21}}{1-\boldsymbol{r}_G S_{11}}$$

Das sind zwei komplexe Bedingungsgleichungen für die komplexen Größen ρ_G und ρ_L. Löst man diese Gleichungen nach ρ_G und ρ_L.auf, so erhält man den optimalen Quellen- und Lastreflexionsfaktor.

$$\boldsymbol{r}_{G,opt} = \frac{(C_1)^*\left[B_1 \pm \sqrt{(B_1 - 4|C_1|^2)}\right]}{2|C_1|^2}$$

$$\boldsymbol{r}_{V,opt} = \frac{(C_2)^*\left[B_2 \pm \sqrt{(B_2 - 4|C_{21}|^2)}\right]}{2|C_{21}|^2}$$

wobei

$$B_1 = 1 + |S_{11}|^2 - |S_{22}|^2 - |\Delta|^2$$
$$B_2 = 1 - |S_{11}|^2 + |S_{22}|^2 - |\Delta|^2$$
$$C_1 = S_{11} - \Delta \cdot (S_{22})^*$$
$$C_2 = S_{22} - \Delta \cdot (S_{11})^*$$
$$\Delta = S_{11}S_{22} - S_{12}S_{21}$$

B_1 und B_2 sind bei einem unbedingt stabilen Zweitor-Bauelement immer positiv. Es kann außerdem gezeigt werden, daß von den beiden Lösungen für ρ_{Gopt} bzw. ρ_{Vopt} jeweils nur diejenige mit dem negativen Vorzeichen physikalisch sinnvoll ist.

7.7 Stabilitätskriterien.

Man kann zeigen, daß die notwendige und hinreichende Bedingung für die Stabilität des Verstärkers gegeben ist durch

$$k > 1$$
$$|S_{11}| < 1$$
$$|S_{22}| < 1$$

Bei der Entwicklung eines Verstärkers werden zunächst die S-Parameter des aktiven Bauelementes nahcgesehen oder gemessen und damit die Stabilitätsbedingeungen überprüft. . Falls diese erfüllt sind ist das Bauelement unbedingt (absolut) stabil, andernfalls ist es bedingt stabil (möglicherweise unstabil) .

Wenn ein bedingt stabiles Bauelement für den Verstärkerbau verwendet werden soll, kann die Anpassung nicht ideal erfolgen. Man muß sich mit einer geringeren Verstärkung als der maximal möglichen begnügen. Der Entwurf geshieht meist mit rechnergestützten Entwurfprogrammen. Dabei werden in der Ebene der Lastreflexionsfaktoren eine Schar von Kreisen erzeugt, die zu Reflexionsfaktoren gehören bei denen allen dieselbe verstärkung erzielt wird (constant power gain circles) : Dann wird in dem stabilen Gebiet der Lastreflexionsfaktorebene ($|\rho_L|<1$) der Reflexionsfaktor so gewählt daß er der gewünschten Verstärkung genügt. Der Reflexionsfaktor auf der Eingangsseite des Bauelementes kann dann aus dem konjugiert Komplexen des an den Eingang transformierten Lastreflexionsfaktors bestimmt werden.

7.8 Beispiel

Die S-Parameter bzgl. eines 50 Ω Systems sind für den Bipolar-Transistor MRF 571 von Motorola im Arbeitspunkt UCE= 6,0 V und IC = 5 mA bei 1 Ghz gegeben durch:

$$S_{11} := 0.61 \cdot e^{\frac{178}{180} \cdot \pi \cdot j} \qquad S_{21} := 3.0 \cdot e^{78 \cdot \frac{\pi}{180} \cdot j}$$

$$S_{12} := 0.09 \cdot e^{\frac{37}{180} \cdot \pi \cdot j} \qquad S_{22} := 0.28 \cdot e^{\frac{-69}{180} \cdot \pi \cdot j}$$

a) Zeigen Sie, daß der Transistor als Verstärker unter den angegebnen Bedingungen bei 1 Ghz absolut stabil ist.
b) Bestimmen Sie den Reflexionsfaktor für die Eingangs-und die Ausgangs-Anpassungsschaltung (für optimale Leistungsübertragung).
c) Berechnen Sie die maximal erzielbare Verstärkung unter Vernachlässigung der Rückkopplung (S_{12} = 0) .
d) Bestimmen Sie die maximale Verstärkung und vergleichen Sie diesen Wert mit dem Näherungswert nach c.
e) Realisieren Sie eine Anpassungsschaltung für den Eingang in Microstrip-Technik. (Keramik-Substrat mit ε_r = 9,6, Dicke 0,635 mm)
f) Wie läßt sich die Gleichspannungszuführung an der Basis zur Einstellung des Arbeitspunktes realisieren?

Lösung a) bis d):

a)

$$K := \frac{1 + (|detS|)^2 - (|S_{11}|)^2 - (|S_{22}|)^2}{2 \cdot |S_{12} \cdot S_{21}|}$$

$K = 1.037$

Da K>1 ist, ist der Transistor als Verstärker absolut stabil.

b)

Die Rechnungen werden mit Math-Cad 5.0 durchgeführt. Konjugiert komplexe Größen werden mit dem Index „Stern“ gekennzeichnet.

$$\rho_{G1} := a1 \cdot \left[\frac{-b1 + \sqrt{b1^2 - 4 \cdot (|a1|)^2}}{2 \cdot (|a1|)^2} \right] \qquad \rho_{G2} := a1 \cdot \left[\frac{-b1 - \sqrt{b1^2 - 4 \cdot (|a1|)^2}}{2 \cdot (|a1|)^2} \right]$$

$$\rho_{L1} := a2 \cdot \left[\frac{-b2 + \sqrt{b2^2 - 4 \cdot (|a2|)^2}}{2 \cdot (|a2|)^2} \right] \qquad \rho_{L2} := a2 \cdot \left[\frac{-b2 - \sqrt{b2^2 - 4 \cdot (|a2|)^2}}{2 \cdot (|a2|)^2} \right]$$

wobei

$$a1 := S_{11Stern} - S_{22} \cdot detS_{Stern}$$

$$b1 := -1 - (|S_{11}|)^2 + (|S_{22}|)^2 + (|detS|)^2$$

$$a2 := S_{22Stern} - S_{22} \cdot detS_{Stern}$$

$$b2 := -1 - (|S_{22}|)^2 + (|S_{11}|)^2 + (|detS|)^2$$

Damit berechnet sich :

$|\rho_{G1}| = 1.562 \qquad \arg(\rho_{G1}) = -177.223 \cdot deg$

$|\rho_{G2}| = 0.64 \qquad \arg(\rho_{G2}) = -177.223 \cdot deg$

$|\rho_{L1}| = 1.924 \qquad \arg(\rho_{L1}) = 63.303 \cdot deg$

$|\rho_{L2}| = 0.52 \qquad \arg(\rho_{L2}) = 63.303 \cdot deg$

Physikalisch sinnvoll sind offenbar nur die Reflexionsfaktoren, deren Beträge <= 1 sind, also die mit dem Indx 2 gekennzeichneten Werte. Die Rückwirkung aufgrund des Parameters S_{12} führt dazu , daß die optimalen Reflexionsfaktoren nicht mit S_{11}* und S_{22}* übereinstimmen:

$\rho_{G2}=0{,}64\angle{-177°} \approx S_{11}^*= 0{,}61\angle{-178°}$ und

$\rho_{L2}=0{,}52\angle 63° \approx S_{22}^*= 0{,}28\angle 69°$

c) Die unilaterale Verstärkung ergibt sich zu:

$$VStrich_{Bmax} := \frac{1}{1-(|S_{11}|)^2}\cdot(|S_{21}|)^2\cdot\frac{1}{1-(|S_{22}|)^2}$$

$VStrich_{Bmax} = 15.553$

d) Die maximale Vertärkung bei beidseitiger optimaler Anpassung ergibt sich zu:

$$V_{Bmax} := \frac{(|S_{21}|)^2\cdot\left[1-(|\rho_{G2}|)^2\right]\cdot\left[1-(|\rho_{L2}|)^2\right]}{\left[\left|(1-\rho_{G2}\cdot S_{11})\cdot(1-\rho_{L2}\cdot S_{22})-\rho_{G2}\cdot\rho_{L2}\cdot S_{12}\cdot S_{21}\right|\right]^2}$$

$V_{Bmax} = 20.816$

Den bei Vernachlässigung der Rückkopplung gemachten Fehler kann man folgendermaßen abschätzen:

$$\delta := \left|\frac{\rho_{G2}\cdot\rho_{L2}\cdot S_{12}\cdot S_{21}}{(1-\rho_{G2}\cdot S_{11})\cdot(1-\rho_{L2}\cdot S_{22})}\right|$$

$\delta = 0.172$

$$\varepsilon 1 := \frac{1}{(1+\delta)^2} \qquad \varepsilon 2 := \frac{1}{(1-\delta)^2}$$

$V_{Bmax1} := \varepsilon 1\cdot VStrich_{Bmax}$

$V_{Bmax2} := \varepsilon 2\cdot VStrich_{Bmax}$

$V_{Bmax1} = 11.317$

$V_{Bmax2} = 22.702$

Die maximal erreichbare Verstärkung liegt demnach zwischen 11.317 und 22.7. Diese Art der Abschätzung ist dann sinnvoll, wenn von den S-Parametern S_{12} und S_{21} nur die Beträge bekannt sind, während die Phasen unbekannt sind.