

Test IV 60 Minuten**keine Hilfsmittel**

- 1) Berechnen Sie den Grenzwert: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n - \frac{1}{n}}{\frac{1}{n^2} + \log 3^n}$
- 2) Finden Sie eine konvergente Majorante für die Reihe: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n}{n + n^2}$
- 3) Konvergiert die Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{1000n + 2000}$?
- 4) Prüfen Sie die Konvergenz der Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!}$.
- 5) Warum konvergiert die Reihe $\sum_{k=1}^{\infty} \binom{-1}{k} \frac{1}{\sqrt{k}}$?
- 6) Bestimmen Sie den Konvergenzradius der Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} (3x)^{2n}$
- 7) $\frac{d}{dx} \sum_{n=0}^{10} (\lg x^n \cdot \tan x)$ ($x > 0$)
- 8) $\frac{d}{dx} \cos(\ln(\tan \sqrt[7]{x^3}))$ ($x > 0$)
- 9) $\frac{d}{dx} x^{2x}$ ($x > 0$) [Hinweis: Verwenden Sie $\exp \ln x = x$.]
- 10) $\frac{d(\sqrt{x} - \sin x)}{d(x^2 - \arcsin x)}$
- 11) $\frac{d}{dx} \frac{\sqrt{x} - \sin x}{x^2 - \arcsin x}$

$$12) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x} - \sin x}{x^2 - \arcsin x}$$

$$13) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2 - x}$$

$$14) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{5x - 10}$$

15) Bilden Sie die ersten partiellen Ableitungen der Funktion

$$f(x, y) = e^{2y} \cos(xy)$$

nach den Variablen x und y .

16) Wie lautet $\frac{d}{dx} e^{2y} \cos(xy)$, wenn $y = 3x^2$?

17) Bilden Sie die ersten und zweiten partielle Ableitungen der Funktion

$$f(x, y) = \ln(x^2 y) + 3y(x - \cos y)$$

nach x und y einschließlich $\partial^2 f / \partial x \partial y$.

18) Differenzieren Sie

$$x^3 + (x - y) \cdot 3 \sin y + 4 = 0$$

implizit nach x . Beachten Sie: $y = f(x)$.

19) Bilden Sie das totale Differential der Funktion $f(x, y, z) = x^{y+z}$

20) Wie viele Stellen besitzt die Zahl 7^{7^7} im Zehnersystem? Hinweis: Diese Anzahl können Sie natürlich ohne Taschenrechner nicht ausrechnen, aber Sie können vorschlagen, wie sie es mit dem Taschenrechner ausrechnen würden. Wenn Sie $7^{7^7} > 10^{99}$ eingeben, erhalten Sie eine Fehlermeldung.