

Test V 120 Minuten keine Hilfsmittel

1) Entwickeln Sie $(1 + x)^{-1/4}$ an der Stelle $x_0 = 0$ bis zur dritten Ableitung einschließlich.

2) Bestimmen Sie das Taylorpolynom der Funktion $f(x) = \frac{1}{1 - \sin^2 x}$ an der Stelle $x_0 = 0$ bis zur dritten Ableitung einschließlich.

3) Bestimmen Sie die vollständige Taylorreihe der Funktion $f(x) = \frac{1}{1 + x^2}$ an der Stelle $x_0 = 0$.

4) Bestimmen Sie die vollständige Taylorreihe der Funktion $f(x) = \ln x$ an der Stelle $x_0 = 1$ und geben Sie das Konvergenzintervall an.

5) An welcher Stelle läuft die Tangente an $-2/x^2$ parallel zur Geraden $2 + x/2$?

6) Berechnen Sie die Länge des Parabelgraphen $y = kx^2$ über dem Intervall $[0, a]$.

7) Berechnen Sie die Krümmung der Ellipse.

8) Berechnen Sie den Schwerpunkt des halben Kreisbogens.

9) Berechnen Sie den Schwerpunkt des halben Kreises.

10) Berechnen Sie $\frac{d}{dx} \sum_{k=1}^{\infty} x^k$ für $|x| < 1$ und bestimmen Sie eine Summenformel für diese Reihe

mit Hilfe der für $|x| < 1$ gültigen Beziehung $\sum_{k=1}^{\infty} x^k = \sum_{k=0}^{\infty} x^k - x^0 = \frac{1}{1-x} - 1$.

11) $\int x^2 e^{x^3} dx$ [z.B. Substitution]

12) $\int x^2 \ln x dx$ [z.B. partielle Integration]

13) $\int \frac{3x}{x^2 + x - 2} dx$ [z.B. Partialbruchzerlegung]

14) $\int_a^b \frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 2x + 1} dx$ [z.B. Polynomdivision nebst logarithmischer Integration]

15) $\int_a^b \frac{dx}{\sin 3x \cos 3x}$ [Trick (erinnern Sie sich an die Vorlesung?): Mit $\cos 3x$ erweitern und dann $\tan 3x$ logarithmisch integrieren. Auf den Faktor 3 achten!]

16) Berechnen Sie das Integral der Funktion

$$f(x, y, z) = 6x + 3y^2 + 4xz$$

im Intervall $0 \leq x \leq 1$, $0 \leq y \leq 1$, $0 \leq z \leq 1$.

17) Berechnen Sie das Integral der Funktion

$$f(x, y) = k(x^2 + y^2)$$

im Intervall $0 \leq x \leq 1$ und $0 \leq y \leq x$. Skizzieren Sie das Intervall.

18) Berechnen Sie das Integral der Funktion

$$f(x, y) = x^3 + y(x + y) + 4$$

im Intervall $-2 < x < 3$ und $0 < y < x$.

19) Lösen Sie die DGL: $y'''(x) = 3x$.

20) Geben Sie die allgemeine Lösung der DGL an: $y''(x) + y'(x) + y(x) = 0$.