Hochschule
Augsburg University of
Applied Sciences

Name:____

Abschlussprüfung Digitale Signalverarbeitung SS2011

Studiengang: Elektrotechnik IK Bachelor

Prüfungstermin: 8.7.2011 (90 Minuten)

Prüfer: Prof. Dr.-Ing. Großmann, Prof. Dr.-Ing. Stolle

Hilfsmittel: Taschenrechner
alle schriftlichen Unterlagen

Generelle Hinweise:

- Überprüfen Sie als Erstes die **Vollständigkeit** der Prüfungsangabe anhand der Seitennummerierung. Beschriften Sie die Prüfungsangabe und alle losen Blätter, die Sie abgeben, mit Ihrem **Namen**.
- Mobiltelefone **ausschalten** und wegpacken!
- Aufgaben, die mit einem * gekennzeichnet sind, lassen sich **unabhängig** von anderen Teilaufgaben lösen.
- **Lösungen ohne erkennbaren Lösungsweg werden nicht gewertet.**

Viel Erfolg!

(Σ 18)

1. Signale

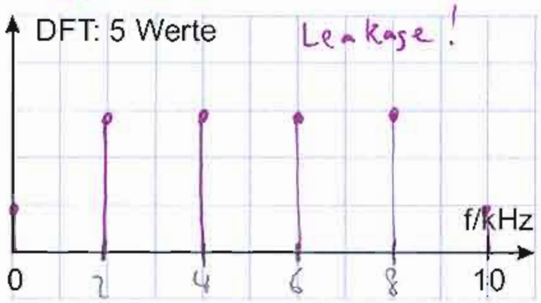
a) (*) Ein analoges Signal $x(t) = \sin(2\pi \cdot 1\ kHz \cdot t)$ lautet digitalisiert $x_k = \sin(0{,}7854 \cdot k)$. Wie groß ist die Abtastfrequenz?

(3) $2\pi \cdot f \cdot k \cdot \Delta t = 2\pi \cdot \frac{f}{f_A} \cdot k = 0{,}7854 \cdot k \Rightarrow f_A = \frac{2\pi \cdot 1\,kHz}{0{,}7854} = \underline{\underline{8\ kHz}}$

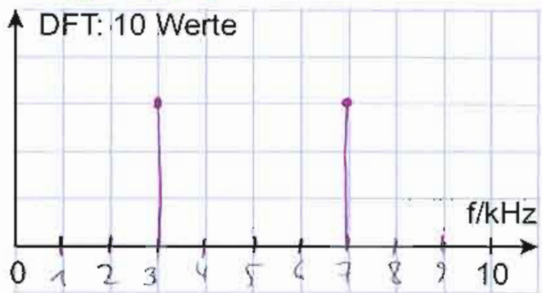
b) (*) Das analoge Signal $x(t) = \cos(2\pi \cdot 3\ kHz \cdot t)$ wird mit 10 kHz abgetastet; es werden einmal 5 Werte und einmal 10 Werte aufgenommen. Skizzieren Sie für beide Fälle die DFT (nicht nur Hüllkurve).

(6)

$\Delta f = 2\,kHz$

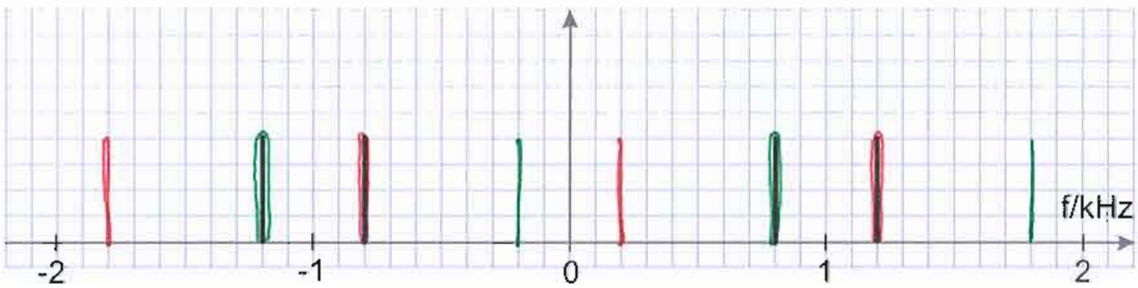


$\Delta f = 1\,kHz$



c) (*) Ein analoges Signal besitzt das unten gezeichnete Spektrum. Zeichnen Sie dazu das Spektrum der mit 1 kHz abgetasteten Funktion ein (-2 kHz ≤ f ≤ 2 kHz). Periodisierung mit 1 kHz:

(4)



d) (*) Berechnen Sie aus x_k und y_k die nichtperiodische Korrelation R_k^{xy} für k ∈ [-4...+2] :

(5)

k	x_m	0	0	0	-1	+2	-1	0	0	0	R_k^{xy}
4		-3	2	1							0
3			-3	2	1						-1
2				-3	2	1					0
1	y_{k+m}				-3	2	1				6
0		0	0	0	0	-3	+2	+1	0	0	-8
-1							-3	2	1		3
-2								-3	2	1	0

(Weg: z.B. k = 1: $(-3)\cdot(-1) + 2\cdot 2 + 2\cdot(-1) = 6$)

Σ 25

2. Systeme

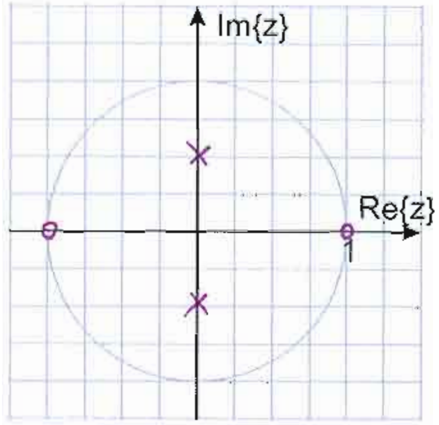
Ein diskretes System ist gegeben durch $H(z) = \frac{z^2-1}{z^2+\frac{1}{4}}$.

a) (*) Berechnen und zeichnen Sie die Pole und Nullstellen.

3

NS: $z^2 = 1 \Rightarrow z_0 = \pm 1$

PS: $z^2 = -\frac{1}{4} \Rightarrow z_\infty = \pm \frac{j}{2}$



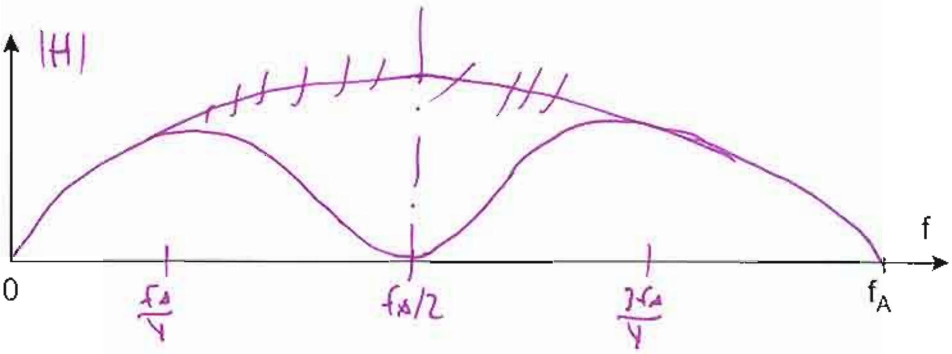
b) Ist das System stabil? (Kurze Begründung)

2

ja weil alle $|z_\infty| < 1$

c) Skizzieren Sie grob das Betragsspektrum für $0 \le f \le f_A$.

4



d) (*) Handelt es sich um ein linearphasiges System? (Kurze Begründung)

2

nein weil IIR-System

e) (*) Ist das System ein Hochpass, Tiefpass, Bandpass oder eine Bandsperre? (Kurze Begründung)

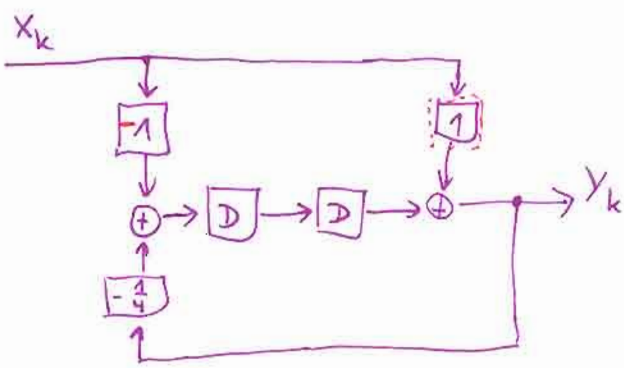
2

~~Hoch~~ Band pass : $|H(f=0,\ f=\frac{f_A}{2})| = 0$, ~~$|H|$ steigt an für $0 \le f \le \frac{f_A}{2}$~~

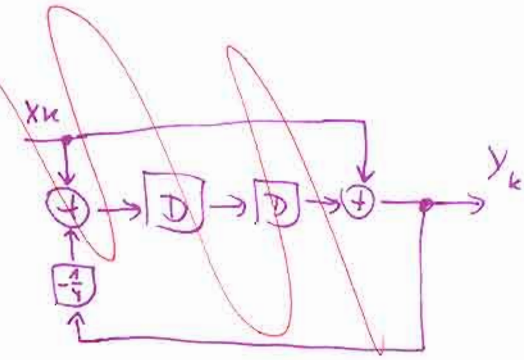
max. für $f = f_A/4$

f) (*) Zeichnen Sie das System in der Transponierten Direktstruktur II.

3



oder



g) (*) Berechnen Sie die Impulsantwort h_k des Systems für k = 0..~~3~~4.

5

z.B. Polynomdivision:

$$(z^2-1) : (z^2+\tfrac{1}{4}) = 1 - \frac{1{,}25}{z^2} + \frac{0{,}3125}{z^4} \ \ldots$$

$$-\left(z^2+\tfrac{1}{4}\right)$$

$$-1{,}25$$

$$-\left(-1{,}25 - \frac{1{,}25}{4z^2}\right)$$

$$+\ 0{,}3125 \cdot \frac{1}{z^2}$$

$\Rightarrow$

k	h_k
0	1
1	0
2	−1,25
3	0
4	+0,3125

h) (*) Am Eingang des Systems wird das Signal x_k = { 0; 4; 0; 1; 0; 0... } angelegt. Berechnen Sie das Ausgangssignal y_k für k = 0...5.

4

$$X(z) = \frac{4}{z} + \frac{1}{z^3} = \frac{4z^2+1}{z^3} \ ; \ Y(z) = \frac{z^2-1}{\cancel{z^2+\frac{1}{4}}} \cdot \frac{4 \cdot \cancel{(z^2+\frac{1}{4})}}{z^3} = 4 \cdot \frac{z^2-1}{z^3}$$

$$= \frac{4}{z} - \frac{4}{z^3}$$

$$\Rightarrow h_k = \{\underset{\substack{\uparrow \\ k=0}}{0} ; 4 ; 0 ; -4 ; 0 ; 0 ; 0 \ldots\}$$

$\Sigma 17$

3. Algorithmen

a) (*) Berechnen Sie $\frac{3}{8} \cdot \frac{7}{8}$ in Binärdarstellung im Format SFRAC(1,3) mit Runden.

3

$$\frac{3}{8} \cdot \frac{7}{8} = \frac{21}{64} \longrightarrow \text{SFRAC}(1.6): \begin{array}{r} 0.010101 \\ +\ 0.000100 \\ \hline 0.011001 \end{array}$$

$\underbrace{0.011}\!001 \longrightarrow$ SFRAC(1.3)

b) (*) Geben Sie die Binärdarstellungen der Zahl −2,5 im Format SFRAC(3,5) und SFRAC(4,4) an.

3

$\text{SFRAC}(3.5): (-2{,}5)\cdot 2^5 = -80 \mapsto 2^8 - 80 = 176 \mapsto \underline{\underline{101{,}1\ 0000}}$

SFRAC(4.4): vorn erweitern mit Vorzeichenbit → $\underline{\underline{1101{,}1000}}$
hinten 0 streichen

c) (*) Berechnen Sie die Konditionszahl des Gleichungssystems $x - 3y = -2 \wedge -x - y = 3$.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{\begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}}{1\cdot(-1) - (-1)\cdot(-3)} = \begin{bmatrix} \frac{1}{4} & -\frac{3}{4} \\ -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \end{bmatrix}$$

5

$$\left.\begin{array}{l} |A| = \sqrt{1+9+1+1} = \sqrt{12} \\ |A^{-1}| = \sqrt{\frac{1}{16}\cdot 3 + \frac{9}{16}} = \sqrt{\frac{12}{16}} \end{array}\right\} \quad \text{cond}(A) = \sqrt{12 \cdot \frac{12}{16}} = \underline{\underline{3}}$$

d) (*) Geben Sie ein Lagrange-Polynom an, das die Punkte $\overset{x_1\ y_1}{(-1;0)}$, $\overset{x_2\ y_2}{(0;0)}$ und $\overset{x_3\ y_3}{(2;1)}$ interpoliert.

3

$$P(x) = 0 + 0 + \frac{(x-(-1))\cdot(x-0)}{(2-(-1))\cdot(2-0)}\cdot 1 = \underline{\underline{\frac{(x+1)\cdot x}{6}}}$$

e) (*) Wandeln Sie die Differentialgleichung $y''' + y' = y$ in drei Differentialgleichungen 1. Ordnung um.

3

$(y = z_1)$

$y' = \underline{z_2 = z_1'}$

$y'' = \underline{z_3 = z_2'}$

$y''' = y - y' = \underline{z_1 - z_2 = z_3'}$

Σ19

4. Systeme 2

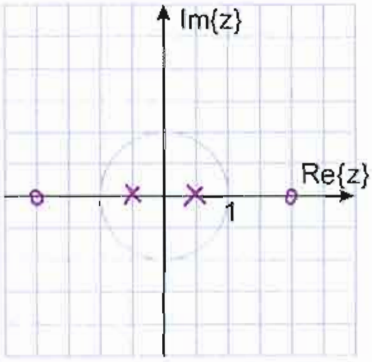
Die Übertragungsfunktion eines Systems lautet $H(z) = \frac{(z-2)\cdot(z+2)}{(z-0{,}5)\cdot(z+0{,}5)}$.

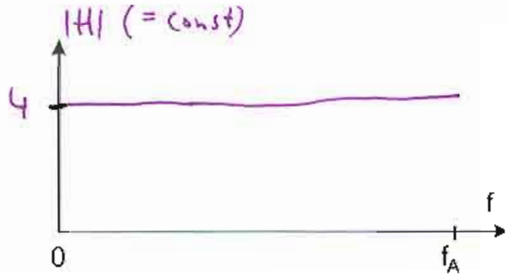
a) (*) Wie nennt man dieses System, wozu dient es? (nur Stichworte!)

2 $z_{0i} = \frac{1}{z_{\infty i}} \Rightarrow$ Allpass (2. Ordnung): Entzerrung der Phase

b) (*) Zeichnen Sie die Pole und Nullstellen sowie den Verlauf von |H(f)| in die Diagramme ein.
Berechnen Sie dazu den Spektralwert H(f = 0). $H(f=0) = H(z=1) = \frac{(1-2)\cdot(1+2)}{(1-0.5)\cdot(1+0.5)} = \frac{-3}{0{,}75} = \underline{\underline{-4}}$

4





c) (*) Bestimmen Sie die Impulsantwort h_k, z.B. durch Partialbruchzerlegung.

$B(z) = z^2 - 4$, $A(z) = z^2 - 0{,}25 \rightarrow A'(z) = 2z$

5 $C_1 = \frac{z^2-4}{z\cdot 2z}\Big|_{z=+0.5} = \frac{-3{,}75}{0.5} = -7{,}5$; $C_2 = \frac{z^2-4}{z\cdot 2z}\Big|_{z=-0.5} = -7.5$

$H(\infty) = 1 \Rightarrow C_0 = 1 + 7.5 + 7.5 = 16$

$\Rightarrow h_k = 16\cdot\delta_k - 7{,}5\cdot(0{,}5)^k - 7.5\cdot(-0.5)^k$

d) (*) Wie lautet die zu H(z) gehörige Differenzengleichung? $H(z) = \frac{1-\frac{4}{z^2}}{1-\frac{0{,}25}{z^2}} = \frac{Y(z)}{X(z)}$

4 $Y(z)\cdot\left(1 - \frac{0{,}25}{z^2}\right) = X(z)\cdot\left(1 - \frac{4}{z^2}\right)$

$\downarrow$

$y_k - 0{,}25\cdot y_{k-2} = x_k - 4\cdot x_{k-2}$

e) (*) Zeichnen Sie das System als Reihenschaltung zweier Teilsysteme in der Transponierten Direktstruktur II. $H(z) = \left(\frac{z-2}{z-0{,}5}\right)\cdot\left(\frac{z+2}{z+0{,}5}\right)$

4