Hochschule
Augsburg University of
Applied Sciences

Name:____

Abschlussprüfung Digitale Signalverarbeitung SS2013

Studiengang: Elektrotechnik IK, E/ME Wahlfach

Prüfungstermin:	5.7.2013 (90 Minuten)
Prüfer:	Prof. Dr.-Ing. Großmann, Prof. Dr.-Ing. Stolle
Hilfsmittel:	Taschenrechner alle schriftlichen Unterlagen

Generelle Hinweise:

- Aufgaben, die mit einem * gekennzeichnet sind, lassen sich **unabhängig** von anderen Teilaufgaben lösen.
- Überprüfen Sie die **Vollständigkeit** der Prüfungsangabe anhand der Seitennummerierung. Beschriften Sie die Prüfungsangabe und alle losen Blätter, die Sie abgeben, mit Ihrem **Namen**.
- Mobiltelefone **ausschalten** und wegpacken!
- **Lösungen ohne erkennbaren Lösungsweg werden nicht gewertet.**

- **Bei Unklarheiten bitte Fragen stellen!**
  Si Vous avez des questions, posez-les!

Viel Erfolg!

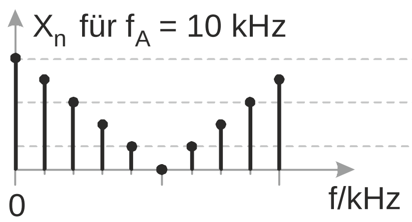
1. Signale

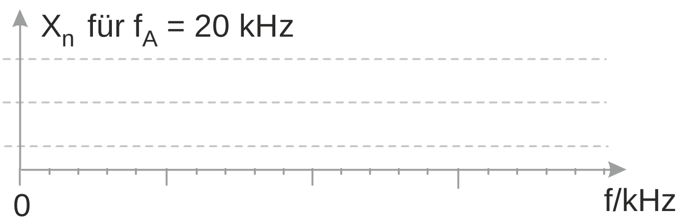
a) (*) Berechnen Sie die <u>periodische</u> Autokorrelationsfunktion R_k^{xx} des Signals $x_k = \{1; 0; 0; -1\}$.

k	1	0	0	-1	R_k^{xx}
0					
1					
2					
3					
4					

b) (*) Berechnen Sie die <u>DFT</u> des Signals $x_k = \{2; 1\}$.

c) (*) Eine kontinuierliche Funktion x(t) wurde mit f_A = 10 kHz abgetastet (10 Werte; kein Alias, kein Leakage; siehe Spektrum X_n). <u>Zeichnen</u> Sie das Spektrum, das entsteht, wenn von x(t) <u>20</u> Werte mit f_A = <u>20</u> kHz abgetastet werden ($0 \leq f \leq 19$ kHz). <u>Skalieren</u> Sie auch die f-Achsen!





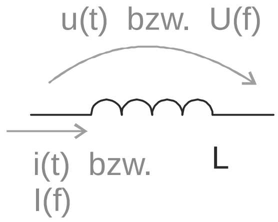
Die Funktion $\cos(2\pi \cdot 100\ Hz \cdot t)$ wird mit f_A = 10 kHz abgetastet; die Auflösung im Spektrum soll $\Delta f = 20\ Hz$ sein.

d) (*) Aus wie vielen Werten muss das Spektrum X_n berechnet werden?

e) (*) An welchen Stellen n sind Anteile im Spektrum X_n zu sehen?

f) Wie viele Werte würde man für eine FFT verwenden? Welche Auflösung Δf ergäbe sich dann?

2. Diskretes Modell



Eine ideale Spule soll als diskretes System modelliert werden.
Eingangssignal ist der Strom $i(t)$, Ausgangssignal die Spannung
$u(t) = L \cdot \frac{di}{dt}$.

Die komplexe Übertragungsfunktion ist $H(f) = \frac{U(f)}{I(f)} = j2\pi f \cdot L$

a) (*) Bestimmen Sie mit Hilfe der bilinearen Transformation die diskrete Übertragungsfunktion $H_1(z)$

b) Geben Sie die Pol- und Nullstelle an. Welches Problem tritt hier auf?

c) (*) Geben Sie die Differenzengleichung für das diskrete Signal u_k an, wenn die Ableitung nach der Rückwärtsmethode genähert wird.

d) Bestimmen Sie zu c) die diskrete Übertragungsfunktion $H_2(z)$.

e) Welche Werte haben Pol- und Nullstelle? Um welche Art von System handelt es sich?

3. IIR-Systeme

Ein instabiles System ist gegeben durch $H(z) = \frac{z}{z-4}$.

a) (*) Bestimmen Sie die Impulsantwort h_k. (k = 0 …∞)

b) (*) Bestimmen Sie das Ausgangssignal, wenn das Eingangssignal $x_k = \{-\frac{1}{2};\ +2\}$ ist.

c) (*) Hat hier $\left|H\left(z = e^{j2\pi f \cdot \Delta t}\right)\right|$ eine physikalische Bedeutung? (Kurze Begründung/Stichwort)

d) (*) Geben Sie die Übertragungsfunktion $H_2(z)$ eines stabilen Systems an, für das gilt:

$\left|H_2\left(z = e^{j2\pi f \cdot \Delta t}\right)\right| = \left|H\left(z = e^{j2\pi f \cdot \Delta t}\right)\right|$ (Hinweise: Allpass!
Faktoren nicht ausmultiplizieren!)

4. FIR-System

Ein FIR-System besitzt die Übertragungsfunktion $H(z) = 0{,}07 - \frac{0{,}249}{z} + \frac{0{,}364}{z^2} - \frac{0{,}249}{z^3} + \frac{0{,}07}{z^4}$;
eine Nullstelle lautet $z_{01} = 0{,}8 \cdot e^{j30°}$.

a) (*) Welche besondere Eigenschaft hat die Übertragungsfunktion? (1 Stichwort)

b) (*) Geben Sie alle weiteren Nullstellen an (keine Rechnung nötig! Siehe a)).

c) (*) Berechnen Sie $H(e^{j2\pi f/f_A})$ für die Frequenzen f = 0, f = f_A/4 und f = f_A/2. Skizzieren Sie grob den Verlauf von | $H(e^{j2\pi f/f_A})$ |. Welche Art von Filter stellt das System dar (Tiefpass, Bandsperre, …)?

d) (*) Welche Phasenlaufzeit hat das System?

e) Zeichnen Sie den Verlauf der Phase von $H(e^{j2\pi f/f_A})$. Skalieren Sie auch die Achsen.

f) (*) Die Koeffizienten werden in SFRAC(1.3) quantisiert. Geben Sie die neue Übertragungsfunktion an.

5. Algorithmen

a) (*) Dasselbe Gleichungssystem kann auf zwei verschiedene Arten gelöst werden:

$$\begin{bmatrix} 1 & -0{,}1 \\ 0{,}9 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix} \qquad \text{oder} \qquad \begin{bmatrix} 1 & -0{,}1 \\ 0{,}1 & -0{,}1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Bei welcher Form ergibt sich ein kleinerer Rechenfehler? (Nachweis durch Konditionszahlen!)

b) (*) Aus der variablen Beschleunigung $a(t)$ soll die Wegstrecke $x(t) = \int_0^t v \cdot dt = \iint_0^t a \cdot dt^2$ numerisch berechnet werden. Wandeln Sie diese Gleichung in ein <u>System</u> mit zwei Differentialgleichungen 1. Ordnung um. Wie lauten die <u>Anfangsbedingungen</u> der gesuchten Funktionen?

c) (*) Eine Messung ergibt 5 Punkte. Kann man diese mit einem einzigen Polynom 3. Ordnung <u>interpolieren</u>? (<u>Kurze</u> Begründung! KEINE Lösung!)

6. ADC

Von einem 12 bit-ADC sind die Daten rechts gegeben.

Parameter	Spec	Units
SINAD ≈ SNR	68	dB
Full Scale Range	3.3	V
Integral Nonlinearity	±0.7	LSB
Differential Nonlinearity	±0.5	LSB
Gain Error	±1	LSB
Offset Error	±2	LSB

a) (*) Wie groß ist ein LSB (in V)?

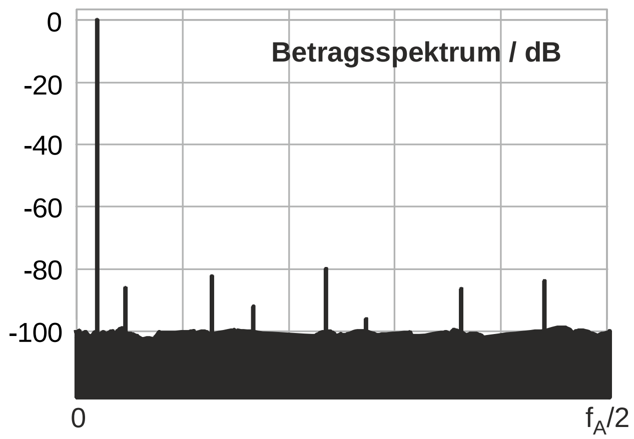
b) (*) Wie viele effektive Bit hat der ADC entsprechend seinem SINAD?

c) (*) Wie viele effektive Bit hat der ADC, wenn auch Offset- und Gain-Fehler berücksichtigt werden?

Das Spektrum rechts zeigt ein sinusförmiges Signal mit Oberwellen und Rauschen.

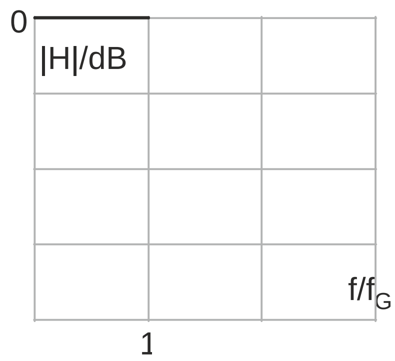
d) (*) Lesen Sie den SFDR aus dem Spektrum ab.

e) Aus wie vielen Werten wurde das Spektrum ungefähr berechnet? (Hinweis: Durchschnitt des Rauschteppichs bei -101 dB)



Das Anti-Alias-Filter (AAF) soll Störungen ab $f_A/2 = 400$ kHz um mindestens 80 dB dämpfen.

f) (*) Bestimmen Sie grafisch die Filterordnung, wenn die Grenzfrequenz $f_G = 10$ kHz ist. Zeichnen Sie $f_A/2$ möglichst genau ein!



g) (*) Wo liegt die Grenzfrequenz f_G bei einem Filter 4. Ordnung? (Grafische Lösung)