Hochschule Augsburg - Fakultät AW
Professur für Wirtschaftsmathematik und Statistik
Prof. Dr. Stefan Etschberger

Name: ....

Matrikel-Nr.: ....

Nachholklausur Mathematik PLUS

Prüfer	Etschberger
Prüfungsdatum	4. Juli 2014
Prüfungsort	Augsburg
Studiengang	BW und IM
Bearbeitungszeit:	30 Minuten
Punkte:	30
Die Klausur umfasst	2 Aufgaben auf 8 Seiten
Zugelassene Hilfsmittel	Schreibzeug, Taschenrechner, der nicht 70! berechnen kann, ein mit dem Namen versehenes Din-A4 Blatt mit handgeschriebenen Notizen (keine Kopien oder Ausdrucke)

Weitere Regularien:

- Bitte überprüfen Sie *vor* Bearbeitungsbeginn die Vollständigkeit der Klausurangabe.
- Tragen Sie Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer auf dem Deckblatt ein.
- Die Heftung der Klausur darf nicht verändert werden.
- Bitte tragen Sie die Lösung zu den jeweiligen Aufgaben *nur* direkt im Anschluss an die jeweilige Angabe ein. Sollte der Platz dort nicht ausreichen, verwenden Sie die Ersatzblätter am Ende der Klausurangabe.
- Der benutzte Lösungsweg muss klar erkennbar sein.
- Die Klausur ist in ordentlich lesbarer Form zu bearbeiten. Schwer lesbare Teile der Klausur werden als ungültig ersatzlos gestrichen.
- Die Klausur unterliegt der zur Zeit gültigen Prüfungsordnung.
- Bitte verwenden Sie *keine rote Farbe* zur Bearbeitung der Klausur.

Aufgabe	1	2
Punkte		

Aufgabe 1 **10 Punkte**

Zeigen Sie mittels vollständiger Induktion, dass die Aussage

$$A(n) : \sum_{i=1}^{n} (i-1)^3 = \frac{n^2(n-1)^2}{4}$$

für alle $n \in \mathbb{N}$ wahr ist.

$A(1): \sum_{i=1}^{1} (i-1)^3 = (1-1)^3 = \frac{1^2 \cdot (1-1)^2}{4}$ ✓

$n \to n+1: \sum_{i=1}^{n+1} (i-1)^3 = n^3 + \sum_{i=1}^{n} (i-1)^3 = n^3 + \frac{1}{4} n^2 (n-1)^2$

$= \frac{1}{4} (4n^3 + n^4 - 2n^3 + n^2)$

$= \frac{1}{4} (n^4 + 2n^3 + n^2)$

$= \frac{1}{4} (n^4 + 2n^3 + n^2)$

$= \frac{1}{4} (n+1)^2 \cdot n^2$ ✓

Aufgabe 2 — 20 Punkte

Gegeben sei mit den reellen Konstanten a, b, c die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} a & 2 & 1 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 1 & c \end{pmatrix}.$$

a) Berechnen Sie die Eigenwerte der Matrix A.

b) Rechnen Sie nach, dass das Produkt der Eigenwerte von A gleich der Determinante von A ist.

c) Jetzt sei $b = c = 1$. Für welche $a \in \mathbb{R}$ hat die Matrix nur positive Eigenwerte?

d) Berechnen Sie einen Eigenvektor zum Eigenwert $\lambda = b$.

a) $\det(A - \lambda E) = (a-\lambda)(b-\lambda)(c-\lambda) = 0$

$\Rightarrow \lambda_1 = a, \; \lambda_2 = b, \; \lambda_3 = c$

b) $\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 = abc = \det A$ ✓

c) $a > 0$

d) $$\begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1-a & 0 \\ 0 & 1 & 1-a \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} (1) \\ (2) \\ (3) \end{matrix}$$

x_1 ist beliebig

$x_2 = 0$ (wegen (2), falls $a \neq 1$, bzw. wg. (3), falls $a = 1$)

$\Rightarrow x_3 = 0$, also Eigenvektor $\mu \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ mit $\mu \in \mathbb{R}$