

# Statistik

für Betriebswirtschaft und internationales Management

Sommersemester 2015

Prof. Dr. Stefan Etschberger  
Hochschule Augsburg



- ▶ **Grundgesamtheit (G):** Menge aller relevanten Merkmalsträger.
- ▶ **Verteilung von G:**  $F(x) = P(X \leq x)$  = Wahrscheinlichkeit, dass ein Merkmalsträger ausgewählt wird, der beim untersuchten Merkmal maximal die Ausprägung  $x$  aufweist.
- ▶ **Uneingeschränkte (reine) Zufallsauswahl:**  
Jedes Element von  $G$  hat die selbe Chance, ausgewählt zu werden.
- ▶ **Stichprobenumfang (n):** Anzahl der Merkmalsträger in der Stichprobe.
- ▶ **Einfache Stichprobe:**  
Uneingeschränkte Zufallsauswahl und unabhängige Ziehung.  
→ Alle **Stichprobenvariablen**  $X_1, \dots, X_n$  sind iid. *identical independent distributed*
- ▶ **Stichprobenergebnis:**  
 $n$ -Tupel der Realisationen der Stichprobenvariablen,  $(x_1, \dots, x_n)$ .

- 1. Einführung
- 2. Deskriptive Statistik
- 3. W-Theorie
- 4. Induktive Statistik
  - Grundlagen
  - Punkt-Schätzung
  - Intervall-Schätzung
  - Signifikanztests
- Quellen
- Tabellen

# Wichtige Stichprobenfunktionen

$$E[\bar{X}] = E\left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i\right] = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n E[X_i] = \frac{1}{n} \cdot (\underbrace{\mu + \mu + \mu + \dots + \mu}_{n\text{-mal}}) = \frac{1}{n} \cdot n \cdot \mu = \mu$$

$$\text{Var}[\bar{X}] = \text{Var}\left[\frac{1}{n} (X_1 + X_2 + \dots + X_n)\right] = \frac{1}{n^2} (\underbrace{\text{Var}[X_1]}_{=\sigma^2} + \dots + \underbrace{\text{Var}[X_n]}_{=\sigma^2}) = \frac{1}{n^2} \cdot n \cdot \sigma^2 = \frac{\sigma^2}{n}$$

► Gegeben: **Einfache** Stichprobe  $X_1, \dots, X_n$ , Beliebige Verteilung, mit  $E(X_i) = \mu$ ,  $\text{Var}(X_i) = \sigma^2$

$$\text{Sta}[\bar{X}] = \sqrt{\text{Var}[\bar{X}]} = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}$$

Stichprobenfunktion $V$	Bezeichnung	$E(V)$	$\text{Var}(V)$
$\sum_{i=1}^n X_i$	Merkmalssumme	$n\mu$	$n\sigma^2$
$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$	Stichprobenmittel	$\mu$	$\frac{\sigma^2}{n}$
$\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma} \sqrt{n}$	Gauß-Statistik	0	1
$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2$	mittlere quadratische Abweichung bezüglich $\mu$	$\sigma^2$	
$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$	mittlere quadratische Abweichung	$\frac{n-1}{n} \sigma^2$	
$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$	Stichprobenvarianz	$\sigma^2$	
$S = \sqrt{S^2}$	Stichproben-Standardabweichung		
$\frac{\bar{X} - \mu}{S} \sqrt{n}$	t-Statistik		

aus Grundlagen, meistens unbekannt

TR: Shift → STAT → Var → Sx

1. Einführung
  2. Deskriptive Statistik
  3. W-Theorie
  4. Induktive Statistik
    - Grundlagen
    - Punkt-Schätzung
    - Intervall-Schätzung
    - Signifikanztests
- Quellen  
Tabellen

$$Y \sim N(\mu; \sigma)$$

$$\frac{Y - \mu}{\sigma} \sim N(0; 1)$$

$$\frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = (\bar{X} - \mu) \frac{\sqrt{n}}{\sigma} \sim N(0; 1)$$

### Beispiel: TR

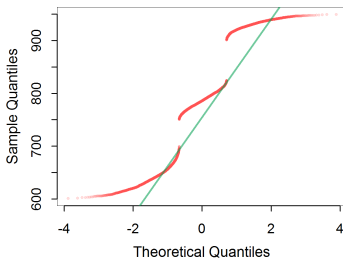
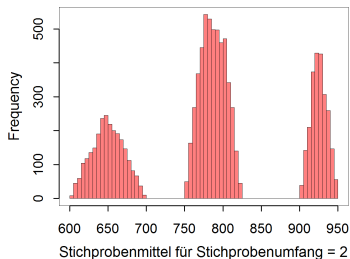
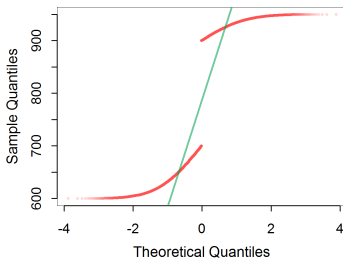
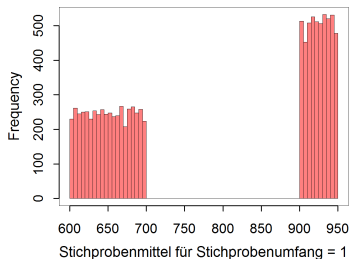
▶ Mode → STAT → 1-Var

▶ Dateneingabe: -0.2189587 -3.9310218 2.1067831

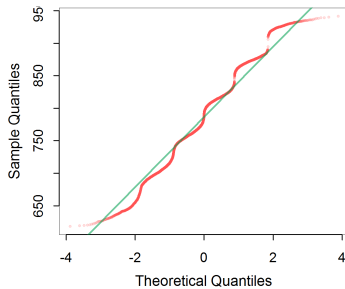
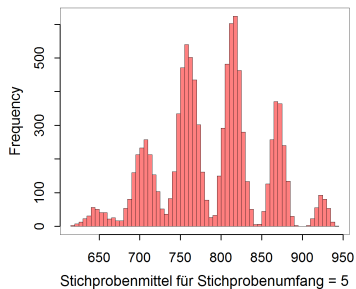
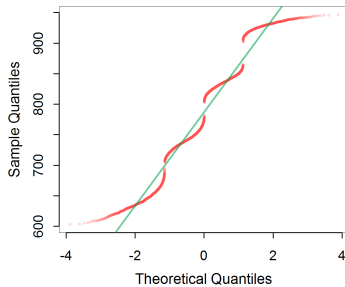
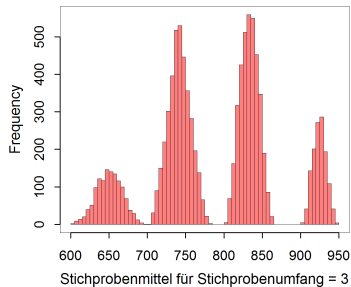
▶ AC → Shift → STAT → Var  $\begin{matrix} \rightarrow s_x & 3,045 \\ \rightarrow \sigma_{x_{n-1}} \end{matrix}$

R:  $x = c(-0.2189587, -3.9310218, 2.1067831)$   
Sol(x)

Ziehen von 10.000 Stichproben (jeweils vom Umfang  $n$ ) und Berechnung der Stichprobenmittel (Verteilung: zwei überlagerte Gleichverteilungen):

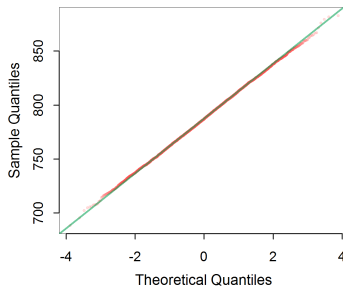
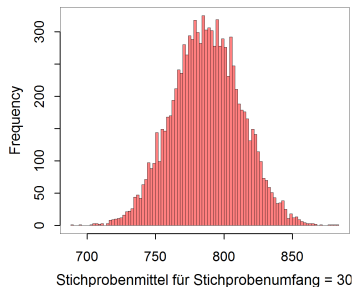
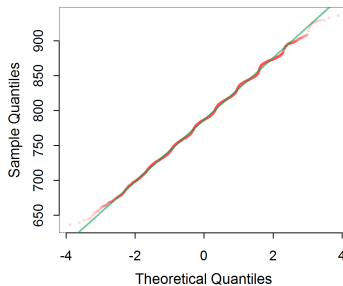
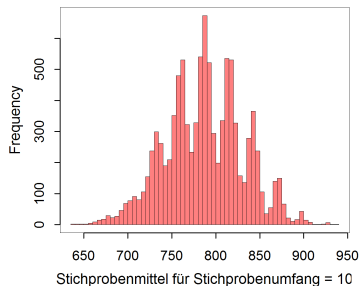


1. Einführung
  2. Deskriptive Statistik
  3. W-Theorie
  4. Induktive Statistik
- Grundlagen
- Punkt-Schätzung
  - Intervall-Schätzung
  - Signifikanztests
- Quellen
- Tabellen



1. Einführung
  2. Deskriptive Statistik
  3. W-Theorie
  4. Induktive Statistik
- Grundlagen  
Punkt-Schätzung  
Intervall-Schätzung  
Signifikanztests

Quellen  
Tabellen



1. Einführung
  2. Deskriptive Statistik
  3. W-Theorie
  4. Induktive Statistik
- Grundlagen
- Punkt-Schätzung
  - Intervall-Schätzung
  - Signifikanztests

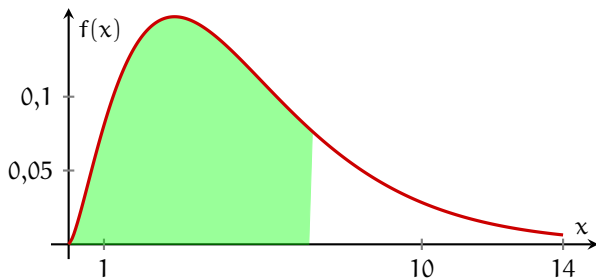
Quellen  
Tabellen

## Chi-Quadrat-Verteilung

- Sind  $X_1, \dots, X_n$  iid  $N(0;1)$ -verteilte Zufallsvariablen, so wird die Verteilung von

$$Z = \sum_{i=1}^n X_i^2$$

als **Chi-Quadrat-Verteilung mit  $n$  Freiheitsgraden** bezeichnet.



- Kurzschreibweise:  $Z \sim \chi^2(n)$
- **Beispiel:**  $\chi^2(30)$ :  $x_{0,975} = 46,98$



- 1. Einführung
- 2. Deskriptive Statistik
- 3. W-Theorie
- 4. Induktive Statistik
  - Grundlagen
  - Punkt-Schätzung
  - Intervall-Schätzung
  - Signifikanztests
- Quellen
- Tabellen



# Quantilstabelle der $\chi^2$ -Verteilung mit $n$ Freiheitsgraden



- 1. Einführung
- 2. Deskriptive Statistik
- 3. W-Theorie
- 4. Induktive Statistik
- Grundlagen
- Punkt-Schätzung
- Intervall-Schätzung
- Signifikanztests
- Quellen
- Tabellen

$\alpha \setminus n$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0.005	0.00	0.01	0.07	0.21	0.41	0.68	0.99	1.34	1.73	2.16	2.60	3.07	3.56	4.07	4.60
0.01	0.00	0.02	0.11	0.30	0.55	0.87	1.24	1.65	2.09	2.56	3.05	3.57	4.11	4.66	5.23
0.025	0.00	0.05	0.22	0.48	0.83	1.24	1.69	2.18	2.70	3.25	3.82	4.40	5.01	5.63	6.26
0.05	0.00	0.10	0.35	0.71	1.15	1.64	2.17	2.73	3.33	3.94	4.57	5.23	5.89	6.57	7.26
0.1	0.02	0.21	0.58	1.06	1.61	2.20	2.83	3.49	4.17	4.87	5.58	6.30	7.04	7.79	8.55
0.2	0.06	0.45	1.01	1.65	2.34	3.07	3.82	4.59	5.38	6.18	6.99	7.81	8.63	9.47	10.31
0.25	0.10	0.58	1.21	1.92	2.67	3.45	4.25	5.07	5.90	6.74	7.58	8.44	9.30	10.17	11.04
0.4	0.28	1.02	1.87	2.75	3.66	4.57	5.49	6.42	7.36	8.30	9.24	10.18	11.13	12.08	13.03
0.5	0.45	1.39	2.37	3.36	4.35	5.35	6.35	7.34	8.34	9.34	10.34	11.34	12.34	13.34	14.34
0.6	0.71	1.83	2.95	4.04	5.13	6.21	7.28	8.35	9.41	10.47	11.53	12.58	13.64	14.69	15.73
0.75	1.32	2.77	4.11	5.39	6.63	7.84	9.04	10.22	11.39	12.55	13.70	14.85	15.98	17.12	18.25
0.8	1.64	3.22	4.64	5.99	7.29	8.56	9.80	11.03	12.24	13.44	14.63	15.81	16.98	18.15	19.31
0.9	2.71	4.61	6.25	7.78	9.24	10.64	12.02	13.36	14.68	15.99	17.27	18.55	19.81	21.06	22.31
0.95	3.84	5.99	7.81	9.49	11.07	12.59	14.07	15.51	16.92	18.31	19.68	21.03	22.36	23.68	25.00
0.975	5.02	7.38	9.35	11.14	12.83	14.45	16.01	17.53	19.02	20.48	21.92	23.34	24.74	26.12	27.49
0.99	6.63	9.21	11.34	13.28	15.09	16.81	18.48	20.09	21.67	23.21	24.73	26.22	27.69	29.14	30.58
0.995	7.88	10.60	12.84	14.86	16.75	18.55	20.28	21.95	23.59	25.19	26.76	28.30	29.82	31.32	32.80

$\alpha \setminus n$	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
0.005	5.14	5.70	6.26	6.84	7.43	8.03	8.64	9.26	9.89	10.52	11.16	11.81	12.46	13.12	13.79
0.01	5.81	6.41	7.01	7.63	8.26	8.90	9.54	10.20	10.86	11.52	12.20	12.88	13.56	14.26	14.95
0.025	6.91	7.56	8.23	8.91	9.59	10.28	10.98	11.69	12.40	13.12	13.84	14.57	15.31	16.05	16.79
0.05	7.96	8.67	9.39	10.12	10.85	11.59	12.34	13.09	13.85	14.61	15.38	16.15	16.93	17.71	18.49
0.1	9.31	10.09	10.86	11.65	12.44	13.24	14.04	14.85	15.66	16.47	17.29	18.11	18.94	19.77	20.60
0.2	11.15	12.00	12.86	13.72	14.58	15.44	16.31	17.19	18.06	18.94	19.82	20.70	21.59	22.48	23.36
0.25	11.91	12.79	13.68	14.56	15.45	16.34	17.24	18.14	19.04	19.94	20.84	21.75	22.66	23.57	24.48
0.4	13.98	14.94	15.89	16.85	17.81	18.77	19.73	20.69	21.65	22.62	23.58	24.54	25.51	26.48	27.44
0.5	15.34	16.34	17.34	18.34	19.34	20.34	21.34	22.34	23.34	24.34	25.34	26.34	27.34	28.34	29.34
0.6	16.78	17.82	18.87	19.91	20.95	21.99	23.03	24.07	25.11	26.14	27.18	28.21	29.25	30.28	31.32
0.75	19.37	20.49	21.60	22.72	23.83	24.93	26.04	27.14	28.24	29.34	30.43	31.53	32.62	33.71	34.80
0.8	20.47	21.61	22.76	23.90	25.04	26.17	27.30	28.43	29.55	30.68	31.79	32.91	34.03	35.14	36.25
0.9	23.54	24.77	25.99	27.20	28.41	29.62	30.81	32.01	33.20	34.38	35.56	36.74	37.92	39.09	40.26
0.95	26.30	27.59	28.87	30.14	31.41	32.67	33.92	35.17	36.41	37.65	38.89	40.11	41.34	42.56	43.77
0.975	28.85	30.19	31.53	32.85	34.17	35.48	36.78	38.08	39.36	40.65	41.92	43.19	44.46	45.72	46.98
0.99	32.00	33.41	34.81	36.19	37.57	38.93	40.29	41.64	42.98	44.31	45.64	46.96	48.28	49.59	50.89
0.995	34.27	35.72	37.16	38.58	40.00	41.40	42.80	44.18	45.56	46.93	48.29	49.64	50.99	52.34	53.67



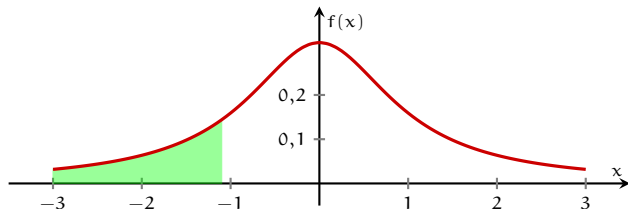
- ▶ Ist  $X \sim N(0;1)$ ,  $Z \sim \chi^2(n)$ ,  $X$ ,  $Z$  unabhängig, so wird die Verteilung von

$$T = \frac{X}{\sqrt{\frac{1}{n} Z}}$$

als **t-Verteilung** mit  $n$  Freiheitsgraden bezeichnet.



William Sealy Gosset  
1876 – 1937



- ▶ Kurzschreibweise:  $T \sim t(n)$
- ▶ **Beispiel:**  $t(10)$   $x_{0,6} = 0,260$ ,  $x_{0,5} = 0$ ,  $x_{0,1} = -x_{0,9} = -1,372$

- 1. Einführung
- 2. Deskriptive Statistik
- 3. W-Theorie
- 4. Induktive Statistik

Grundlagen

- Punkt-Schätzung
- Intervall-Schätzung
- Signifikanztests

Quellen

Tabellen

# Quantiltabelle der t-Verteilung mit n Freiheitsgraden



$\alpha \setminus n$	0.6	0.75	0.8	0.9	0.95	0.975	0.99	0.995
1	0.325	1.000	1.376	3.078	6.314	12.706	31.820	63.657
2	0.289	0.816	1.061	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925
3	0.277	0.765	0.979	1.638	2.353	3.183	4.541	5.841
4	0.271	0.741	0.941	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604
5	0.267	0.727	0.920	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032
6	0.265	0.718	0.906	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707
7	0.263	0.711	0.896	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499
8	0.262	0.706	0.889	1.397	1.860	2.306	2.897	3.355
9	0.261	0.703	0.883	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250
10	0.260	0.700	0.879	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169
11	0.260	0.698	0.875	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106
12	0.259	0.696	0.873	1.356	1.782	2.179	2.681	3.054
13	0.259	0.694	0.870	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012
14	0.258	0.692	0.868	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977
15	0.258	0.691	0.866	1.341	1.753	2.131	2.603	2.947
16	0.258	0.690	0.865	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921
17	0.257	0.689	0.863	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898
18	0.257	0.688	0.862	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878
19	0.257	0.688	0.861	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861
20	0.257	0.687	0.860	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845
21	0.257	0.686	0.859	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831
22	0.256	0.686	0.858	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819
23	0.256	0.685	0.858	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807
24	0.256	0.685	0.857	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797
25	0.256	0.684	0.856	1.316	1.708	2.059	2.485	2.787
26	0.256	0.684	0.856	1.315	1.706	2.055	2.479	2.779
27	0.256	0.684	0.855	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771
28	0.256	0.683	0.855	1.312	1.701	2.048	2.467	2.763
29	0.256	0.683	0.854	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756
30	0.256	0.683	0.854	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750

## 1. Einführung

## 2. Deskriptive Statistik

## 3. W-Theorie

## 4. Induktive Statistik

### Grundlagen

Punkt-Schätzung

Intervall-Schätzung

Signifikanztests

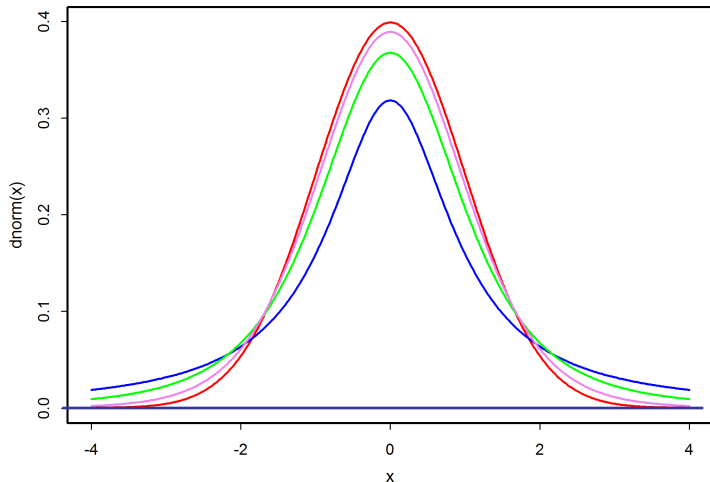
### Quellen

### Tabellen



## Dichtefunktion

- ▶ t-Verteilung mit 1 (blau), 3 (grün) und 10 (lila) Freiheitsgraden
- ▶ Standardnormalverteilung (rot)



1. Einführung
  2. Deskriptive Statistik
  3. W-Theorie
  4. Induktive Statistik
- Grundlagen
- Punkt-Schätzung
  - Intervall-Schätzung
  - Signifikanztests

Quellen

Tabellen

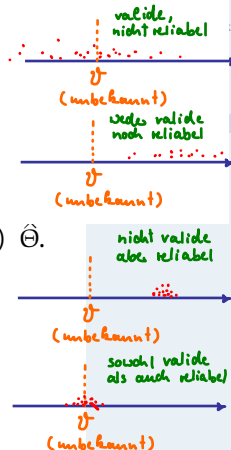


- ▶ Ein unbekannter Parameter  $\vartheta$  der Verteilung von  $G$  soll auf Basis einer Stichprobe geschätzt werden.
- ▶ Zum Beispiel:  $\sigma$  von  $N(10; \sigma)$
- ▶ Schätzwert:  $\hat{\vartheta}$
- ▶ Vorgehen: Verwendung einer **Schätzfunktion**

$$\hat{\Theta} = g(X_1, \dots, X_n)$$

Beachte: Der Schätzwert  $\hat{\vartheta}$  ist die Realisierung der ZV (!)  $\hat{\Theta}$ .

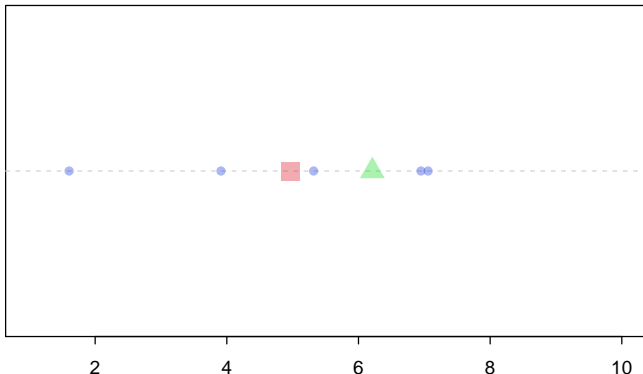
- ▶ Frage: Welche Stichprobenfunktion ist zur Schätzung geeignet?
- ▶ Kriterien für die Beurteilung/Konstruktion von Schätzfunktionen!
- ▶ Im Folgenden: Vorliegen einer einfachen Stichprobe, d.h.  $X_1, \dots, X_n$  iid.





- ▶ Schätzen des Mittelwertes einer Grundgesamtheit
- ▶ dazu: Einfache Stichprobe vom Umfang 5
- ▶ und den beiden Stichprobenfunktionen

$$\hat{\Theta}_1 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i, \quad \hat{\Theta}_2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n X_i$$

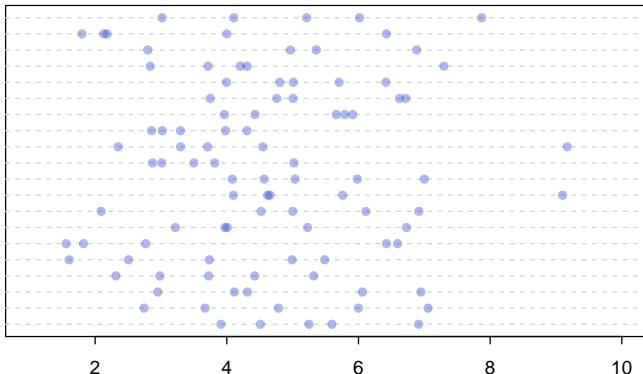


1. Einführung
  2. Deskriptive Statistik
  3. W-Theorie
  4. Induktive Statistik
- Grundlagen
- Punkt-Schätzung
  - Intervall-Schätzung
  - Signifikanztests

Quellen  
Tabellen

- ▶ Schätzen des Mittelwertes einer Grundgesamtheit
- ▶ dazu: Einfache Stichprobe vom Umfang 5
- ▶ und den beiden Stichprobenfunktionen

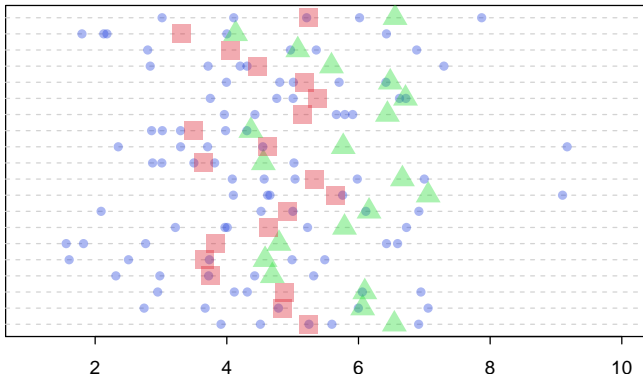
$$\hat{\Theta}_1 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i, \quad \hat{\Theta}_2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n X_i$$



- 1. Einführung
- 2. Deskriptive Statistik
- 3. W-Theorie
- 4. Induktive Statistik
  - Grundlagen
  - Punkt-Schätzung
  - Intervall-Schätzung
  - Signifikanztests
- Quellen
- Tabellen

- ▶ Schätzen des Mittelwertes einer Grundgesamtheit
- ▶ dazu: Einfache Stichprobe vom Umfang 5
- ▶ und den beiden Stichprobenfunktionen

$$\hat{\Theta}_1 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i, \quad \hat{\Theta}_2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n X_i$$

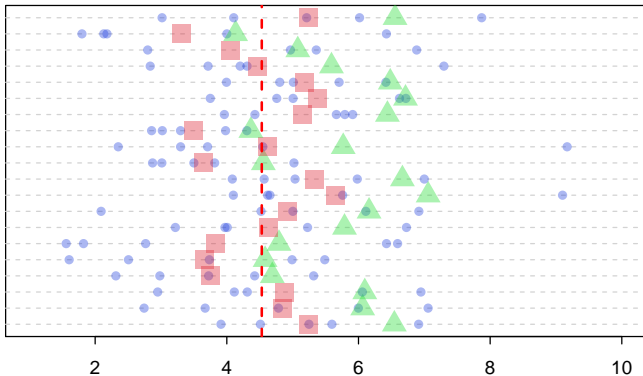


- 1. Einführung
- 2. Deskriptive Statistik
- 3. W-Theorie
- 4. Induktive Statistik
  - Grundlagen
  - Punkt-Schätzung
  - Intervall-Schätzung
  - Signifikanztests
- Quellen
- Tabellen



- ▶ Schätzen des Mittelwertes einer Grundgesamtheit
- ▶ dazu: Einfache Stichprobe vom Umfang 5
- ▶ und den beiden Stichprobenfunktionen

$$\hat{\Theta}_1 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i, \quad \hat{\Theta}_2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n X_i$$



1. Einführung
2. Deskriptive Statistik
3. W-Theorie
4. Induktive Statistik
  - Grundlagen
  - Punkt-Schätzung
  - Intervall-Schätzung
  - Signifikanztests

Quellen  
Tabellen



- Eine Schätzfunktion  $\hat{\Theta} = g(X_1, \dots, X_n)$  heißt **erwartungstreu** oder **unverzerrt** für  $\vartheta$ , wenn unabhängig vom numerischen Wert von  $\vartheta$  gilt:

$$E(\hat{\Theta}) = \vartheta$$

## Beispiel

Sind  $\hat{\Theta}_1 = \bar{X}$ ,  $\hat{\Theta}_2 = \frac{X_1 + X_n}{2}$ ,  $\hat{\Theta}_3 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n X_i$  erwartungstreu für  $\mu$ ?

- a)  $\hat{\Theta}_1$ :  $E(\bar{X}) = \mu$   
 $\Rightarrow \hat{\Theta}_1$  ist erwartungstreu.
- b)  $\hat{\Theta}_2$ :  $E\left(\frac{X_1 + X_n}{2}\right) = \frac{1}{2}[E(X_1) + E(X_n)] = \frac{1}{2}(\mu + \mu) = \mu$   
 $\Rightarrow \hat{\Theta}_2$  ist erwartungstreu.
- c)  $\hat{\Theta}_3$ :  $E\left(\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n X_i\right) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n E(X_i) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n \mu = \frac{n}{n-1} \mu \neq \mu$   
 $\Rightarrow \hat{\Theta}_3$  ist nicht erwartungstreu

- 1. Einführung
- 2. Deskriptive Statistik
- 3. W-Theorie
- 4. Induktive Statistik
- Grundlagen
- Punkt-Schätzung
- Intervall-Schätzung
- Signifikanztests

- Quellen
- Tabellen



- ▶ Welche der erwartungstreuen Schätzfunktionen  $\hat{\Theta}_1, \hat{\Theta}_2$  ist „besser“?
- ▶ Von zwei erwartungstreuen Schätzfunktionen  $\hat{\Theta}_1, \hat{\Theta}_2$  für  $\vartheta$  heißt  $\hat{\Theta}_1$  **wirksamer** als  $\hat{\Theta}_2$ , wenn unabhängig vom numerischen Wert von  $\vartheta$  gilt:

$$\text{Var}(\hat{\Theta}_1) < \text{Var}(\hat{\Theta}_2)$$

**Beispiel:** ( $\hat{\Theta}_1 = \bar{X}$ ,  $\hat{\Theta}_2 = \frac{X_1 + X_n}{2}$ )

Wegen

$$\left. \begin{aligned} \text{Var}(\hat{\Theta}_1) &= \text{Var}(\bar{X}) &= \frac{\sigma^2}{n} \\ \text{Var}(\hat{\Theta}_2) &= \text{Var}\left(\frac{X_1 + X_n}{2}\right) = \frac{1}{4}(\sigma^2 + \sigma^2) = \frac{\sigma^2}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{falls } n > 2 \text{ } \text{Var}(\hat{\Theta}_1) < \text{Var}(\hat{\Theta}_2)$$

(falls  $n > 2$ ) ist  $\hat{\Theta}_1$  wirksamer als  $\hat{\Theta}_2$ .

- 1. Einführung
- 2. Deskriptive Statistik
- 3. W-Theorie
- 4. Induktive Statistik
  - Grundlagen
  - Punkt-Schätzung
  - Intervall-Schätzung
  - Signifikanztests
- Quellen
- Tabellen



- ▶ Für einen unbekanntem Verteilungsparameter  $\vartheta$  soll auf Basis einer Stichprobe ein Intervall geschätzt werden.
- ▶ Verwendung der Stichprobenfunktionen  $V_u, V_o$ , so dass  $V_u \leq V_o$  und

$$P(V_u \leq \vartheta \leq V_o) = 1 - \alpha$$

stets gelten.

$[V_u; V_o]$  heißt **Konfidenzintervall** (KI) für  $\vartheta$  zum **Konfidenzniveau**  $1 - \alpha$ .

- ▶ Beachte: Das **Schätzintervall**  $[v_u; v_o]$  ist Realisierung der Zufallsvariablen (!)  $V_u, V_o$ .
  - ➡ Irrtumswahrscheinlichkeit  $\alpha$  (klein, i.d.R.  $\alpha \leq 0,1$ )
- ▶ Frage: Welche Konfidenzintervalle sind zur Schätzung geeignet?
  - ➡ Hängt von Verteilung von  $G$  sowie vom unbekanntem Parameter  $(\mu, \sigma^2)$  ab!
- ▶ Im Folgenden: Einfache Stichprobe  $X_1, \dots, X_n$  mit  $E(X_i) = \mu, \text{Var}(X_i) = \sigma^2$

1. Einführung
2. Deskriptive Statistik
3. W-Theorie
4. Induktive Statistik
  - Grundlagen
  - Punkt-Schätzung
  - Intervall-Schätzung
  - Signifikanztests

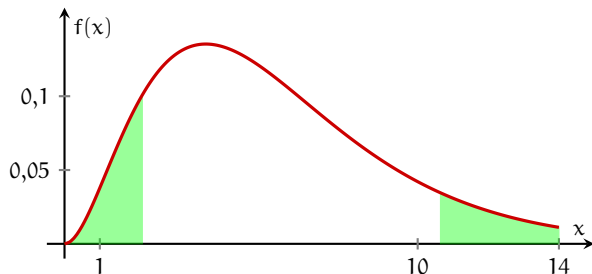
Quellen  
Tabellen



## Wichtiger Spezialfall: **Symmetrische Konfidenzintervalle**

- ▶ Symmetrisch heißt **nicht**, dass die Dichte symmetrisch ist, sondern
- ▶ übereinstimmende Wahrscheinlichkeiten für Über-/Unterschreiten des Konfidenzintervalls, d.h.

$$P(V_u > \vartheta) = P(V_o < \vartheta) = \frac{\alpha}{2}$$



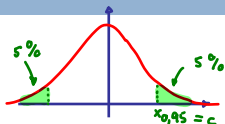
- ▶ **Wichtig:** Eine Verkleinerung von  $\alpha$  bewirkt eine Vergrößerung des Konfidenzintervalls.

1. Einführung
2. Deskriptive Statistik
3. W-Theorie
4. Induktive Statistik
  - Grundlagen
  - Punkt-Schätzung
  - Intervall-Schätzung
  - Signifikanztests

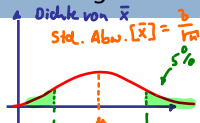
Quellen  
Tabellen

# Konfidenzintervall für $\mu$ bei Normalverteilung mit bekanntem $\sigma^2$

$$1 - \alpha = 0,90$$



Vorgehensweise:  $\mu = 0, \sigma = 1$   
Standardnormalverteilung



untypisch

(Normal)verteilung  
des Stichproben=  
mittels  $\bar{x}$

$$\text{z.B. } 1 - \alpha = 0,9 \\ \Rightarrow \alpha = 0,1$$

$$1 - \frac{\alpha}{2}$$

- 1 Festlegen des Konfidenzniveaus  $1 - \alpha$
- 2 Bestimmung des  $\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right)$ -Fraktils  $c$  der  $N(0, 1)$ -Verteilung
- 3 Berechnen des Stichprobenmittels  $\bar{x}$
- 4 Berechnen des Wertes  $\frac{\sigma c}{\sqrt{n}}$
- 5 Ergebnis der Intervall-Schätzung:

$$\left[ \bar{x} - \frac{\sigma c}{\sqrt{n}} ; \bar{x} + \frac{\sigma c}{\sqrt{n}} \right]$$



1. Einführung

2. Deskriptive Statistik

3. W-Theorie

4. Induktive Statistik

Grundlagen

Punkt-Schätzung

Intervall-Schätzung

Signifikanztests

Quellen

Tabellen



## Beispiel

Normalverteilung mit  $\sigma = 2,4$

$(x_1, \dots, x_9) = (184.2, 182.6, 185.3, 184.5, 186.2, 183.9, 185.0, 187.1, 184.4)$

Gesucht: Konfidenzintervall für  $\mu$  zum Konfidenzniveau

$$1 - \alpha = 0,99$$

1.  $1 - \alpha = 0,99$

2.  $N(0;1): c = x_{1-\frac{\alpha}{2}} = x_{1-\frac{0,01}{2}} = x_{0,995} = 2,576$  (Tab.  $\beta$ ;  
~~Interpolation~~) *sid. Normal vtlg.*  
*2,58*

3.  $\bar{x} = \frac{1}{9} (184,2 + \dots + 184,4) = 184,8$

4.  $\frac{\sigma c}{\sqrt{n}} = \frac{2,4 \cdot 2,576}{\sqrt{9}} = 2,06$

5.  $KI = [184,8 - 2,06; 184,8 + 2,06] = [182,74; 186,86]$

Interpretation: Mit 99% Wahrscheinlichkeit ist  $\mu \in [182,74; 186,86]$ .

- 1. Einführung
- 2. Deskriptive Statistik
- 3. W-Theorie
- 4. Induktive Statistik
  - Grundlagen
  - Punkt-Schätzung
  - Intervall-Schätzung
  - Signifikanztests

Quellen  
Tabellen



Wichtige  $N(0;1)$ -Fraktilewerte:

$\alpha$	$\chi_{\alpha}$
0,9	1,281552
0,95	1,644854
0,975	1,959964
0,99	2,326348
0,995	2,575829

(I.d.R. genügen drei Nachkommastellen.)

1. Einführung
2. Deskriptive Statistik
3. W-Theorie
4. Induktive Statistik
  - Grundlagen
  - Punkt-Schätzung
  - Intervall-Schätzung
  - Signifikanztests

Quellen

Tabellen





- ▶ Bei bekannter Standardabweichung gilt offenkundig

$$L = V_o - V_u = \frac{2\sigma c}{\sqrt{n}}$$

- ▶ Welcher Stichprobenumfang  $n$  sichert eine vorgegebene (Maximal-)Länge  $L$ ?  $\Rightarrow$  Nach  $n$  auflösen!  $\Rightarrow$

$$n \geq \left( \frac{2\sigma c}{L} \right)^2$$

- ▶ Eine Halbierung von  $L$  erfordert eine Vervierfachung von  $n$ !
- ▶ Angewendet auf letztes **Beispiel**:

$$L = 4 \Rightarrow n \geq \left( \frac{2 \cdot 2,4 \cdot 2,576}{4} \right)^2 = 9,556 \Rightarrow n \geq 10$$

$$L = 2 \Rightarrow n \geq \left( \frac{2 \cdot 2,4 \cdot 2,576}{2} \right)^2 = 38,222 \Rightarrow n \geq 39$$

- 1. Einführung
- 2. Deskriptive Statistik
- 3. W-Theorie
- 4. Induktive Statistik
  - Grundlagen
  - Punkt-Schätzung
  - Intervall-Schätzung
  - Signifikanztests

Quellen  
Tabellen



## Konfidenzintervall für $\mu$ bei Normalverteilung mit unbekanntem $\sigma^2$

### ► Vorgehensweise:

- 1 Festlegen des Konfidenzniveaus  $1 - \alpha$
- 2 Bestimmung des  $\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right)$ -Fraktils  $c$  der  $t(n - 1)$ -Verteilung
- 3 Berechnen des Stichprobenmittels  $\bar{x}$  und der Stichproben-Standardabweichung  $s$
- 4 Berechnen des Wertes  $\frac{sc}{\sqrt{n}}$
- 5 Ergebnis der Intervall-Schätzung:

$$\left[ \bar{x} - \frac{sc}{\sqrt{n}} ; \bar{x} + \frac{sc}{\sqrt{n}} \right]$$

- Zu Schritt 2: Falls  $n - 1 > 30$  wird die  $N(0;1)$ -Verteilung verwendet.

- 1. Einführung
- 2. Deskriptive Statistik
- 3. W-Theorie
- 4. Induktive Statistik
  - Grundlagen
  - Punkt-Schätzung
  - Intervall-Schätzung
  - Signifikanztests

Quellen  
Tabellen

$$(x_1, \dots, x_9) = (184.2, 182.6, 185.3, 184.5, 186.2, 183.9, 185.0, 187.1, 184.4)$$

## Beispiel:

Wie das letzte Beispiel, jedoch  $\sigma$  unbekannt.

$$1 \quad 1 - \alpha = 0,99$$

$$2 \quad t(8): c = x_{1-\frac{\alpha}{2}} = x_{1-\frac{0,01}{2}} = x_{0,995} = 3,355 \quad (\text{Tab. A})$$

*t-Verteilung*

$$3 \quad \bar{x} = \frac{1}{9} (184,2 + \dots + 184,4) = 184,8$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{8} [(184,2^2 + \dots + 184,4^2) - 9 \cdot 184,8^2]} = 1,31$$

$$4 \quad \frac{sc}{\sqrt{n}} = \frac{1,31 \cdot 3,355}{\sqrt{9}} = 1,47$$

$$5 \quad KI = [184,8 - 1,47; 184,8 + 1,47] = [183,33; 186,27]$$

Interpretation: Mit 99% Wahrscheinlichkeit ist  $\mu \in [183,33; 186,27]$ .



- 1. Einführung
- 2. Deskriptive Statistik
- 3. W-Theorie
- 4. Induktive Statistik
  - Grundlagen
  - Punkt-Schätzung
  - Intervall-Schätzung
  - Signifikanztests

Quellen  
Tabellen



```
x <- c(184.2, 182.6, 185.3, 184.5, 186.2,  
      183.9, 185.0, 187.1, 184.4)  
t.test(x, conf.level=.99)  
  
##  
## One Sample t-test  
##  
## data: x  
## t = 422.1129, df = 8, p-value < 2.2e-16  
## alternative hypothesis: true mean is not equal to 0  
## 99 percent confidence interval:  
## 183.331 186.269  
## sample estimates:  
## mean of x  
## 184.8
```

1. Einführung
2. Deskriptive Statistik
3. W-Theorie
4. Induktive Statistik
  - Grundlagen
  - Punkt-Schätzung
  - Intervall-Schätzung
  - Signifikanztests

Quellen

Tabellen



- ▶ Voraussetzung:  $n > 30$ , bzw. falls G dichotom:  $5 \leq \sum_{i=1}^n x_i \leq n - 5$
- ▶ Vorgehensweise:

wichtig:  
0/1

- 1 Festlegen des Konfidenzniveaus  $1 - \alpha$
- 2 Bestimmung des  $(1 - \frac{\alpha}{2})$ -Fraktils  $c$  der Standardnormalverteilung  $N(0; 1)$
- 3 Berechnung des Stichprobenmittels  $\bar{x}$  sowie eines Schätzwertes  $\hat{\sigma}$  für die Standardabweichung  $\sigma$  der GG mittels

$$\hat{\sigma} = \begin{cases} \sigma, & \text{falls } \sigma \text{ bekannt} \\ \sqrt{\bar{x}(1 - \bar{x})}, & \text{falls GG dichotom} \\ s, & \text{sonst} \end{cases}$$

- 4 Berechnung von  $\frac{\hat{\sigma}c}{\sqrt{n}}$
- 5 Ergebnis der Intervallschätzung:

$$\left[ \bar{x} - \frac{\hat{\sigma}c}{\sqrt{n}}; \bar{x} + \frac{\hat{\sigma}c}{\sqrt{n}} \right]$$

- ▶ Zu Schritt 3: Manchmal kann anderer Schätzwert  $\hat{\sigma}$  sinnvoller sein.

- 1. Einführung
- 2. Deskriptive Statistik
- 3. W-Theorie
- 4. Induktive Statistik
  - Grundlagen
  - Punkt-Schätzung
  - Intervall-Schätzung
  - Signifikanztests

Quellen  
Tabellen

**Beispiel:** Gesucht: Anteil des Vegetarier in Deutschland

(Einfach)

Stichprobe: 1000 Leute, davon 60 Vegetarier

Ziel: Konfidenzintervall zum Konf. niveau 0,99

①  $1-\alpha = 0,99$

②  $c = x_{0,995} \approx 2,58$

③  $\bar{x} = 0,06 \quad \left( \frac{60}{1000} \right)$

$$\hat{\sigma} = \sqrt{0,06 \cdot (1-0,06)} = \sqrt{0,06 \cdot 0,94} \approx 0,237$$

④  $\frac{\hat{\sigma}c}{\sqrt{n}} \approx \frac{0,237 \cdot 2,58}{\sqrt{1000}} \approx 0,0194$

⑤  $KI = \left[ \bar{x} \pm \frac{\hat{\sigma}c}{\sqrt{n}} \right] = [0,0406; 0,0794]$

# Binomialverteilung $X \sim B(n; p)$ , Verteilungsfunktion $F(x) = P(X \leq x)$



$n = 2$

$\downarrow x \quad p \rightarrow$	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.2	0.25	0.3	0.4	0.5
0	0.9801	0.9604	0.9409	0.9216	0.9025	0.8836	0.8649	0.8464	0.8281	0.8100	0.6400	0.5625	0.4900	0.3600	0.2500
1	0.9999	0.9996	0.9991	0.9984	0.9975	0.9964	0.9951	0.9936	0.9919	0.9900	0.9600	0.9375	0.9100	0.8400	0.7500

$n = 3$

$\downarrow x \quad p \rightarrow$	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.2	0.25	0.3	0.4	0.5
0	0.9703	0.9412	0.9127	0.8847	0.8574	0.8306	0.8044	0.7787	0.7536	0.7290	0.5120	0.4219	0.3430	0.2160	0.1250
1	0.9997	0.9988	0.9974	0.9953	0.9928	0.9896	0.9860	0.9818	0.9772	0.9720	0.8960	0.8438	0.7840	0.6480	0.5000
2	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9998	0.9997	0.9995	0.9993	0.9990	0.9920	0.9844	0.9730	0.9360	0.8750

$n = 4$

$\downarrow x \quad p \rightarrow$	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.2	0.25	0.3	0.4	0.5
0	0.9606	0.9224	0.8853	0.8493	0.8145	0.7807	0.7481	0.7164	0.6857	0.6561	0.4096	0.3164	0.2401	0.1296	0.0625
1	0.9994	0.9977	0.9948	0.9909	0.9860	0.9801	0.9733	0.9656	0.9570	0.9477	0.8192	0.7383	0.6517	0.4752	0.3125
2	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9995	0.9992	0.9987	0.9981	0.9973	0.9963	0.9728	0.9492	0.9163	0.8208	0.6875
3	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9984	0.9961	0.9919	0.9744	0.9375

$n = 5$

$\downarrow x \quad p \rightarrow$	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.2	0.25	0.3	0.4	0.5
0	0.9510	0.9039	0.8587	0.8154	0.7738	0.7339	0.6957	0.6591	0.6240	0.5905	0.3277	0.2373	0.1681	0.0778	0.0313
1	0.9990	0.9962	0.9915	0.9852	0.9774	0.9681	0.9575	0.9456	0.9326	0.9185	0.7373	0.6328	0.5282	0.3370	0.1875
2	1.0000	0.9999	0.9997	0.9994	0.9988	0.9980	0.9969	0.9955	0.9937	0.9914	0.9421	0.8965	0.8369	0.6826	0.5000
3	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9998	0.9997	0.9995	0.9933	0.9844	0.9692	0.9130	0.8125
4	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9997	0.9990	0.9976	0.9898	0.9688

1. Einführung
2. Deskriptive Statistik
3. W-Theorie
4. Induktive Statistik

## Quellen

## Tabellen

### Binomialverteilung

Poissonverteilung

Standardnormalverteilung

$\chi^2$ -Verteilung

t-Verteilung

F-Verteilung





# Binomialverteilung $X \sim B(n; p)$ , Verteilungsfunktion $F(x) = P(X \leq x)$



$n = 9$

$\downarrow x$ $p \rightarrow$	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.2	0.25	0.3	0.4	0.5
0	0.9135	0.8337	0.7602	0.6925	0.6302	0.5730	0.5204	0.4722	0.4279	0.3874	0.1342	0.0751	0.0404	0.0101	0.0020
1	0.9966	0.9869	0.9718	0.9522	0.9288	0.9022	0.8729	0.8417	0.8088	0.7748	0.4362	0.3003	0.1960	0.0705	0.0195
2	0.9999	0.9994	0.9980	0.9955	0.9916	0.9862	0.9791	0.9702	0.9595	0.9470	0.7382	0.6007	0.4628	0.2318	0.0898
3	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997	0.9994	0.9987	0.9977	0.9963	0.9943	0.9917	0.9144	0.8343	0.7297	0.4826	0.2539
4	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9997	0.9995	0.9991	0.9804	0.9511	0.9012	0.7334	0.5000
5	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9969	0.9900	0.9747	0.9006	0.7461
6	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9997	0.9987	0.9957	0.9750	0.9102
7	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9996	0.9962	0.9805
8	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9997	0.9980

$n = 10$

$\downarrow x$ $p \rightarrow$	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.2	0.25	0.3	0.4	0.5
0	0.9044	0.8171	0.7374	0.6648	0.5987	0.5386	0.4840	0.4344	0.3894	0.3487	0.1074	0.0563	0.0282	0.0060	0.0010
1	0.9957	0.9838	0.9655	0.9418	0.9139	0.8824	0.8483	0.8121	0.7746	0.7361	0.3758	0.2440	0.1493	0.0464	0.0107
2	0.9999	0.9991	0.9972	0.9938	0.9885	0.9812	0.9717	0.9599	0.9460	0.9298	0.6778	0.5256	0.3828	0.1673	0.0547
3	1.0000	1.0000	0.9999	0.9996	0.9990	0.9980	0.9964	0.9942	0.9912	0.9872	0.8791	0.7759	0.6496	0.3823	0.1719
4	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9997	0.9994	0.9990	0.9984	0.9672	0.9219	0.8497	0.6331	0.3770
5	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9936	0.9803	0.9527	0.8338	0.6230
6	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9991	0.9965	0.9894	0.9452	0.8281
7	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9996	0.9984	0.9877	0.9453
8	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9983	0.9893
9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9990

1. Einführung
2. Deskriptive Statistik
3. W-Theorie
4. Induktive Statistik

## Quellen

## Tabellen

Binomialverteilung

Poissonverteilung

Standardnormalverteilung

$\chi^2$ -Verteilung

t-Verteilung

F-Verteilung

# Binomialverteilung $X \sim B(n; p)$ , Verteilungsfunktion $F(x) = P(X \leq x)$



$n = 15$

$\downarrow x \quad p \rightarrow$	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.2	0.25	0.3	0.4	0.5
0	0.8601	0.7386	0.6333	0.5421	0.4633	0.3953	0.3367	0.2863	0.2430	0.2059	0.0352	0.0134	0.0047	0.0005	0.0000
1	0.9904	0.9647	0.9270	0.8809	0.8290	0.7738	0.7168	0.6597	0.6035	0.5490	0.1671	0.0802	0.0353	0.0052	0.0005
2	0.9996	0.9970	0.9906	0.9797	0.9638	0.9429	0.9171	0.8870	0.8531	0.8159	0.3980	0.2361	0.1268	0.0271	0.0037
3	1.0000	0.9998	0.9992	0.9976	0.9945	0.9896	0.9825	0.9727	0.9601	0.9444	0.6482	0.4613	0.2969	0.0905	0.0176
4	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9994	0.9986	0.9972	0.9950	0.9918	0.9873	0.8358	0.6865	0.5155	0.2173	0.0592
5	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9997	0.9993	0.9987	0.9978	0.9389	0.8516	0.7216	0.4032	0.1509
6	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9997	0.9819	0.9434	0.8689	0.6098	0.3036
7	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9958	0.9827	0.9500	0.7869	0.5000
8	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9992	0.9958	0.9848	0.9050	0.6964
9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9992	0.9963	0.9662	0.8491
10	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9993	0.9907	0.9408
11	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9981	0.9824
12	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9997	0.9963
13	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9995
14	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

## 1. Einführung

## 2. Deskriptive Statistik

## 3. W-Theorie

## 4. Induktive Statistik

### Quellen

### Tabellen

Binomialverteilung

Poissonverteilung

Standardnormalverteilung

$\chi^2$ -Verteilung

t-Verteilung

F-Verteilung

# Binomialverteilung $X \sim B(n; p)$ , Verteilungsfunktion $F(x) = P(X \leq x)$



$n = 20$

$\downarrow x \quad p \rightarrow$	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.2	0.25	0.3	0.4	0.5
0	0.8179	0.6676	0.5438	0.4420	0.3585	0.2901	0.2342	0.1887	0.1516	0.1216	0.0115	0.0032	0.0008	0.0000	0.0000
1	0.9831	0.9401	0.8802	0.8103	0.7358	0.6605	0.5869	0.5169	0.4516	0.3917	0.0692	0.0243	0.0076	0.0005	0.0000
2	0.9990	0.9929	0.9790	0.9561	0.9245	0.8850	0.8390	0.7879	0.7334	0.6769	0.2061	0.0913	0.0355	0.0036	0.0002
3	1.0000	0.9994	0.9973	0.9926	0.9841	0.9710	0.9529	0.9294	0.9007	0.8670	0.4114	0.2252	0.1071	0.0160	0.0013
4	1.0000	1.0000	0.9997	0.9990	0.9974	0.9944	0.9893	0.9817	0.9710	0.9568	0.6296	0.4148	0.2375	0.0510	0.0059
5	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997	0.9991	0.9981	0.9962	0.9932	0.9887	0.8042	0.6172	0.4164	0.1256	0.0207
6	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997	0.9994	0.9987	0.9976	0.9133	0.7858	0.6080	0.2500	0.0577
7	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9996	0.9679	0.8982	0.7723	0.4159	0.1316
8	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9900	0.9591	0.8867	0.5956	0.2517
9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9974	0.9861	0.9520	0.7553	0.4119
10	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9994	0.9961	0.9829	0.8725	0.5881
11	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9991	0.9949	0.9435	0.7483
12	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998	0.9987	0.9790	0.8684
13	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9997	0.9935	0.9423
14	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9984	0.9793
15	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9997	0.9941
16	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9987
17	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998
18	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
19	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

1. Einführung

2. Deskriptive Statistik

3. W-Theorie

4. Induktive Statistik

Quellen

Tabellen

Binomialverteilung

Poissonverteilung

Standardnormalverteilung

$\chi^2$ -Verteilung

t-Verteilung

F-Verteilung

# Binomialverteilung $X \sim B(n; p)$ , Verteilungsfunktion $F(x) = P(X \leq x)$



$n = 25$

$\downarrow x$ $p \rightarrow$	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.2	0.25	0.3	0.4	0.5
0	0.7778	0.6035	0.4670	0.3604	0.2774	0.2129	0.1630	0.1244	0.0946	0.0718	0.0038	0.0008	0.0001	0.0000	0.0000
1	0.9742	0.9114	0.8280	0.7358	0.6424	0.5527	0.4696	0.3947	0.3286	0.2712	0.0274	0.0070	0.0016	0.0001	0.0000
2	0.9980	0.9868	0.9620	0.9235	0.8729	0.8129	0.7466	0.6768	0.6063	0.5371	0.0982	0.0321	0.0090	0.0004	0.0000
3	0.9999	0.9986	0.9938	0.9835	0.9659	0.9402	0.9064	0.8649	0.8169	0.7636	0.2340	0.0962	0.0332	0.0024	0.0001
4	1.0000	0.9999	0.9992	0.9972	0.9928	0.9850	0.9726	0.9549	0.9314	0.9020	0.4207	0.2137	0.0905	0.0095	0.0005
5	1.0000	1.0000	0.9999	0.9996	0.9988	0.9969	0.9935	0.9877	0.9790	0.9666	0.6167	0.3783	0.1935	0.0294	0.0020
6	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998	0.9995	0.9987	0.9972	0.9946	0.9905	0.7800	0.5611	0.3407	0.0736	0.0073
7	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9995	0.9989	0.9977	0.8909	0.7265	0.5118	0.1536	0.0216
8	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9995	0.9995	0.9532	0.8506	0.6769	0.2735	0.0539
9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9827	0.9287	0.8106	0.4246	0.1148
10	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9944	0.9703	0.9022	0.5858	0.2122
11	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9985	0.9893	0.9558	0.7323	0.3450
12	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9996	0.9966	0.9825	0.8462	0.5000
13	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9991	0.9940	0.9222	0.6550
14	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998	0.9982	0.9656	0.7878
15	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9995	0.9868	0.8852
16	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9957	0.9461
17	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9988	0.9784
18	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9997	0.9927
19	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9980
20	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9995
21	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999
22	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
23	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
24	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

1. Einführung
2. Deskriptive Statistik
3. W-Theorie
4. Induktive Statistik

## Quellen

## Tabellen

- Binomialverteilung
- Poissonverteilung
- Standardnormalverteilung
- $\chi^2$ -Verteilung
- t-Verteilung
- F-Verteilung











# Verteilungsfunktion $\Phi$ der Standardnormalverteilung

Dabei bedeutet  $\Phi(x)$  zum Beispiel:  $\Phi(2,13) = \Phi(2,1 + 0,03) = 0,9834$ . Diesen Wert findet man in der Zeile mit  $x_1 = 2,1$  und der Spalte mit  $x_2 = 0,03$ .

$x_1 \setminus x_2$	0	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0	0.50000	0.50399	0.50798	0.51197	0.51595	0.51994	0.52392	0.52790	0.53188	0.53586
0.1	0.53983	0.54380	0.54776	0.55172	0.55567	0.55962	0.56356	0.56749	0.57142	0.57535
0.2	0.57926	0.58317	0.58706	0.59095	0.59483	0.59871	0.60257	0.60642	0.61026	0.61409
0.3	0.61791	0.62172	0.62552	0.62930	0.63307	0.63683	0.64058	0.64431	0.64803	0.65173
0.4	0.65542	0.65910	0.66276	0.66640	0.67003	0.67364	0.67724	0.68082	0.68439	0.68793
0.5	0.69146	0.69497	0.69847	0.70194	0.70540	0.70884	0.71226	0.71566	0.71904	0.72240
0.6	0.72575	0.72907	0.73237	0.73565	0.73891	0.74215	0.74537	0.74857	0.75175	0.75490
0.7	0.75804	0.76115	0.76424	0.76730	0.77035	0.77337	0.77637	0.77935	0.78230	0.78524
0.8	0.78814	0.79103	0.79389	0.79673	0.79955	0.80234	0.80511	0.80785	0.81057	0.81327
0.9	0.81594	0.81859	0.82121	0.82381	0.82639	0.82894	0.83147	0.83398	0.83646	0.83891
1	0.84134	0.84375	0.84614	0.84850	0.85083	0.85314	0.85543	0.85769	0.85993	0.86214
1.1	0.86433	0.86650	0.86864	0.87076	0.87286	0.87493	0.87698	0.87900	0.88100	0.88298
1.2	0.88493	0.88686	0.88877	0.89065	0.89251	0.89435	0.89617	0.89796	0.89973	0.90147
1.3	0.90320	0.90490	0.90658	0.90824	0.90988	0.91149	0.91309	0.91466	0.91621	0.91774
1.4	0.91924	0.92073	0.92220	0.92364	0.92507	0.92647	0.92785	0.92922	0.93056	0.93189
1.5	0.93319	0.93448	0.93574	0.93699	0.93822	0.93943	0.94062	0.94179	0.94295	0.94408
1.6	0.94520	0.94630	0.94738	0.94845	0.94950	0.95053	0.95154	0.95254	0.95352	0.95449
1.7	0.95543	0.95637	0.95728	0.95818	0.95907	0.95994	0.96080	0.96164	0.96246	0.96327
1.8	0.96407	0.96485	0.96562	0.96638	0.96712	0.96784	0.96856	0.96926	0.96995	0.97062
1.9	0.97128	0.97193	0.97257	0.97320	0.97381	0.97441	0.97500	0.97558	0.97615	0.97670
2	0.97725	0.97778	0.97831	0.97882	0.97932	0.97982	0.98030	0.98077	0.98124	0.98169
2.1	0.98214	0.98257	0.98300	0.98341	0.98382	0.98422	0.98461	0.98500	0.98537	0.98574
2.2	0.98610	0.98645	0.98679	0.98713	0.98745	0.98778	0.98809	0.98840	0.98870	0.98899
2.3	0.98928	0.98956	0.98983	0.99010	0.99036	0.99061	0.99086	0.99111	0.99134	0.99158
2.4	0.99180	0.99202	0.99224	0.99245	0.99266	0.99286	0.99305	0.99324	0.99343	0.99361
2.5	0.99379	0.99396	0.99413	0.99430	0.99446	0.99461	0.99477	0.99492	0.99506	0.99520
2.6	0.99534	0.99547	0.99560	0.99573	0.99585	0.99598	0.99609	0.99621	0.99632	0.99643
2.7	0.99653	0.99664	0.99674	0.99683	0.99693	0.99702	0.99711	0.99720	0.99728	0.99736
2.8	0.99744	0.99752	0.99760	0.99767	0.99774	0.99781	0.99788	0.99795	0.99801	0.99807
2.9	0.99813	0.99819	0.99825	0.99831	0.99836	0.99841	0.99846	0.99851	0.99856	0.99861
3	0.99865	0.99869	0.99874	0.99878	0.99882	0.99886	0.99889	0.99893	0.99897	0.99900
3.1	0.99903	0.99906	0.99910	0.99913	0.99916	0.99918	0.99921	0.99924	0.99926	0.99929
3.2	0.99931	0.99934	0.99936	0.99938	0.99940	0.99942	0.99944	0.99946	0.99948	0.99950
3.3	0.99952	0.99953	0.99955	0.99957	0.99958	0.99960	0.99961	0.99962	0.99964	0.99965
3.4	0.99966	0.99968	0.99969	0.99970	0.99971	0.99972	0.99973	0.99974	0.99975	0.99976



## 1. Einführung

## 2. Deskriptive Statistik

## 3. W-Theorie

## 4. Induktive Statistik

## Quellen

## Tabellen

Binomialverteilung

Poissonverteilung

Standardnormalverteilung

$\chi^2$ -Verteilung

t-Verteilung

F-Verteilung

# $\alpha$ -Fraktile der $\chi^2$ -Verteilung mit $n$ Freiheitsgraden



$\downarrow \alpha \setminus n \rightarrow$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0.005	0.00	0.01	0.07	0.21	0.41	0.68	0.99	1.34	1.73	2.16	2.60	3.07	3.56	4.07	4.60
0.01	0.00	0.02	0.11	0.30	0.55	0.87	1.24	1.65	2.09	2.56	3.05	3.57	4.11	4.66	5.23
0.025	0.00	0.05	0.22	0.48	0.83	1.24	1.69	2.18	2.70	3.25	3.82	4.40	5.01	5.63	6.26
0.05	0.00	0.10	0.35	0.71	1.15	1.64	2.17	2.73	3.33	3.94	4.57	5.23	5.89	6.57	7.26
0.1	0.02	0.21	0.58	1.06	1.61	2.20	2.83	3.49	4.17	4.87	5.58	6.30	7.04	7.79	8.55
0.2	0.06	0.45	1.01	1.65	2.34	3.07	3.82	4.59	5.38	6.18	6.99	7.81	8.63	9.47	10.31
0.25	0.10	0.58	1.21	1.92	2.67	3.45	4.25	5.07	5.90	6.74	7.58	8.44	9.30	10.17	11.04
0.4	0.28	1.02	1.87	2.75	3.66	4.57	5.49	6.42	7.36	8.30	9.24	10.18	11.13	12.08	13.03
0.5	0.45	1.39	2.37	3.36	4.35	5.35	6.35	7.34	8.34	9.34	10.34	11.34	12.34	13.34	14.34
0.6	0.71	1.83	2.95	4.04	5.13	6.21	7.28	8.35	9.41	10.47	11.53	12.58	13.64	14.69	15.73
0.75	1.32	2.77	4.11	5.39	6.63	7.84	9.04	10.22	11.39	12.55	13.70	14.85	15.98	17.12	18.25
0.8	1.64	3.22	4.64	5.99	7.29	8.56	9.80	11.03	12.24	13.44	14.63	15.81	16.98	18.15	19.31
0.9	2.71	4.61	6.25	7.78	9.24	10.64	12.02	13.36	14.68	15.99	17.27	18.55	19.81	21.06	22.31
0.95	3.84	5.99	7.81	9.49	11.07	12.59	14.07	15.51	16.92	18.31	19.68	21.03	22.36	23.68	25.00
0.975	5.02	7.38	9.35	11.14	12.83	14.45	16.01	17.53	19.02	20.48	21.92	23.34	24.74	26.12	27.49
0.99	6.63	9.21	11.34	13.28	15.09	16.81	18.48	20.09	21.67	23.21	24.73	26.22	27.69	29.14	30.58
0.995	7.88	10.60	12.84	14.86	16.75	18.55	20.28	21.95	23.59	25.19	26.76	28.30	29.82	31.32	32.80

$\downarrow \alpha \setminus n \rightarrow$	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
0.005	5.14	5.70	6.26	6.84	7.43	8.03	8.64	9.26	9.89	10.52	11.16	11.81	12.46	13.12	13.79
0.01	5.81	6.41	7.01	7.63	8.26	8.90	9.54	10.20	10.86	11.52	12.20	12.88	13.56	14.26	14.95
0.025	6.91	7.56	8.23	8.91	9.59	10.28	10.98	11.69	12.40	13.12	13.84	14.57	15.31	16.05	16.79
0.05	7.96	8.67	9.39	10.12	10.85	11.59	12.34	13.09	13.85	14.61	15.38	16.15	16.93	17.71	18.49
0.1	9.31	10.09	10.86	11.65	12.44	13.24	14.04	14.85	15.66	16.47	17.29	18.11	18.94	19.77	20.60
0.2	11.15	12.00	12.86	13.72	14.58	15.44	16.31	17.19	18.06	18.94	19.82	20.70	21.59	22.48	23.36
0.25	11.91	12.79	13.68	14.56	15.45	16.34	17.24	18.14	19.04	19.94	20.84	21.75	22.66	23.57	24.48
0.4	13.98	14.94	15.89	16.85	17.81	18.77	19.73	20.69	21.65	22.62	23.58	24.54	25.51	26.48	27.44
0.5	15.34	16.34	17.34	18.34	19.34	20.34	21.34	22.34	23.34	24.34	25.34	26.34	27.34	28.34	29.34
0.6	16.78	17.82	18.87	19.91	20.95	21.99	23.03	24.07	25.11	26.14	27.18	28.21	29.25	30.28	31.32
0.75	19.37	20.49	21.60	22.72	23.83	24.93	26.04	27.14	28.24	29.34	30.43	31.53	32.62	33.71	34.80
0.8	20.47	21.61	22.76	23.90	25.04	26.17	27.30	28.43	29.55	30.68	31.79	32.91	34.03	35.14	36.25
0.9	23.54	24.77	25.99	27.20	28.41	29.62	30.81	32.01	33.20	34.38	35.56	36.74	37.92	39.09	40.26
0.95	26.30	27.59	28.87	30.14	31.41	32.67	33.92	35.17	36.41	37.65	38.89	40.11	41.34	42.56	43.77
0.975	28.85	30.19	31.53	32.85	34.17	35.48	36.78	38.08	39.36	40.65	41.92	43.19	44.46	45.72	46.98
0.99	32.00	33.41	34.81	36.19	37.57	38.93	40.29	41.64	42.98	44.31	45.64	46.96	48.28	49.59	50.89
0.995	34.27	35.72	37.16	38.58	40.00	41.40	42.80	44.18	45.56	46.93	48.29	49.64	50.99	52.34	53.67

1. Einführung
2. Deskriptive Statistik
3. W-Theorie
4. Induktive Statistik

## Quellen

## Tabellen

Binomialverteilung

Poissonverteilung

Standardnormalverteilung

$\chi^2$ -Verteilung

t-Verteilung

F-Verteilung

# $\alpha$ -Fraktile der t-Verteilung mit $n$ Freiheitsgraden

Stichprobe: Umfang  $n+1$



$\downarrow n \setminus \alpha \rightarrow$	0.6	0.75	0.8	0.9	0.95	0.975	0.99	0.995
1	0.325	1.000	1.376	3.078	6.314	12.706	31.820	63.657
2	0.289	0.816	1.061	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925
3	0.277	0.765	0.979	1.638	2.353	3.183	4.541	5.841
4	0.271	0.741	0.941	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604
5	0.267	0.727	0.920	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032
6	0.265	0.718	0.906	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707
7	0.263	0.711	0.896	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499
8	0.262	0.706	0.889	1.397	1.860	2.306	2.897	3.355
9	0.261	0.703	0.883	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250
10	0.260	0.700	0.879	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169
11	0.260	0.698	0.875	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106
12	0.259	0.696	0.873	1.356	1.782	2.179	2.681	3.054
13	0.259	0.694	0.870	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012
14	0.258	0.692	0.868	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977
15	0.258	0.691	0.866	1.341	1.753	2.131	2.603	2.947
16	0.258	0.690	0.865	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921
17	0.257	0.689	0.863	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898
18	0.257	0.688	0.862	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878
19	0.257	0.688	0.861	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861
20	0.257	0.687	0.860	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845
21	0.257	0.686	0.859	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831
22	0.256	0.686	0.858	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819
23	0.256	0.685	0.858	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807
24	0.256	0.685	0.857	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797
25	0.256	0.684	0.856	1.316	1.708	2.059	2.485	2.787
26	0.256	0.684	0.856	1.315	1.706	2.055	2.479	2.779
27	0.256	0.684	0.855	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771
28	0.256	0.683	0.855	1.312	1.701	2.048	2.467	2.763
29	0.256	0.683	0.854	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756
30	0.256	0.683	0.854	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750
$\infty$	0.253	0.674	0.842	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576

1. Einführung

2. Deskriptive Statistik

3. W-Theorie

4. Induktive Statistik

Quellen

Tabellen

Binomialverteilung

Poissonverteilung

Standardnormalverteilung

$\chi^2$ -Verteilung

t-Verteilung

F-Verteilung

# $\alpha$ -Fraktile der F-Verteilung mit den Freiheitsgraden $\nu_1$ und $\nu_2$



$\alpha = 0,95$

$\nu_1 \setminus \nu_2$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20	30	40	50	100
1	161.4	18.51	10.13	7.71	6.61	5.99	5.59	5.32	5.12	4.96	4.54	4.35	4.17	4.08	4.03	3.94
2	199.5	19.00	9.55	6.94	5.79	5.14	4.74	4.46	4.26	4.10	3.68	3.49	3.32	3.23	3.18	3.09
3	215.7	19.16	9.28	6.59	5.41	4.76	4.35	4.07	3.86	3.71	3.29	3.10	2.92	2.84	2.79	2.70
4	224.6	19.25	9.12	6.39	5.19	4.53	4.12	3.84	3.63	3.48	3.06	2.87	2.69	2.61	2.56	2.46
5	230.2	19.30	9.01	6.26	5.05	4.39	3.97	3.69	3.48	3.33	2.90	2.71	2.53	2.45	2.40	2.31
6	234.0	19.33	8.94	6.16	4.95	4.28	3.87	3.58	3.37	3.22	2.79	2.60	2.42	2.34	2.29	2.19
7	236.8	19.35	8.89	6.09	4.88	4.21	3.79	3.50	3.29	3.14	2.71	2.51	2.33	2.25	2.20	2.10
8	238.9	19.37	8.85	6.04	4.82	4.15	3.73	3.44	3.23	3.07	2.64	2.45	2.27	2.18	2.13	2.03
9	240.5	19.38	8.81	6.00	4.77	4.10	3.68	3.39	3.18	3.02	2.59	2.39	2.21	2.12	2.07	1.97
10	241.9	19.40	8.79	5.96	4.74	4.06	3.64	3.35	3.14	2.98	2.54	2.35	2.16	2.08	2.03	1.93
15	245.9	19.43	8.70	5.86	4.62	3.94	3.51	3.22	3.01	2.85	2.40	2.20	2.01	1.92	1.87	1.77
20	248.0	19.45	8.66	5.80	4.56	3.87	3.44	3.15	2.94	2.77	2.33	2.12	1.93	1.84	1.78	1.68
30	250.1	19.46	8.62	5.75	4.50	3.81	3.38	3.08	2.86	2.70	2.25	2.04	1.84	1.74	1.69	1.57
40	251.1	19.47	8.59	5.72	4.46	3.77	3.34	3.04	2.83	2.66	2.20	1.99	1.79	1.69	1.63	1.52
50	251.8	19.48	8.58	5.70	4.44	3.75	3.32	3.02	2.80	2.64	2.18	1.97	1.76	1.66	1.60	1.48
100	253.0	19.49	8.55	5.66	4.41	3.71	3.27	2.97	2.76	2.59	2.12	1.91	1.70	1.59	1.52	1.39

$\alpha = 0,99$

$\nu_1 \setminus \nu_2$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20	30	40	50	100
1	4052	98.50	34.12	21.20	16.26	13.75	12.25	11.26	10.56	10.04	8.68	8.10	7.56	7.31	7.17	6.90
2	5000	99.00	30.82	18.00	13.27	10.92	9.55	8.65	8.02	7.56	6.36	5.85	5.39	5.18	5.06	4.82
3	5403	99.17	29.46	16.69	12.06	9.78	8.45	7.59	6.99	6.55	5.42	4.94	4.51	4.31	4.20	3.98
4	5625	99.25	28.71	15.98	11.39	9.15	7.85	7.01	6.42	5.99	4.89	4.43	4.02	3.83	3.72	3.51
5	5764	99.30	28.24	15.52	10.97	8.75	7.46	6.63	6.06	5.64	4.56	4.10	3.70	3.51	3.41	3.21
6	5859	99.33	27.91	15.21	10.67	8.47	7.19	6.37	5.80	5.39	4.32	3.87	3.47	3.29	3.19	2.99
7	5928	99.36	27.67	14.98	10.46	8.26	6.99	6.18	5.61	5.20	4.14	3.70	3.30	3.12	3.02	2.82
8	5981	99.37	27.49	14.80	10.29	8.10	6.84	6.03	5.47	5.06	4.00	3.56	3.17	2.99	2.89	2.69
9	6022	99.39	27.35	14.66	10.16	7.98	6.72	5.91	5.35	4.94	3.89	3.46	3.07	2.89	2.78	2.59
10	6056	99.40	27.23	14.55	10.05	7.87	6.62	5.81	5.26	4.85	3.80	3.37	2.98	2.80	2.70	2.50
15	6157	99.43	26.87	14.20	9.72	7.56	6.31	5.52	4.96	4.56	3.52	3.09	2.70	2.52	2.42	2.22
20	6209	99.45	26.69	14.02	9.55	7.40	6.16	5.36	4.81	4.41	3.37	2.94	2.55	2.37	2.27	2.07
30	6261	99.47	26.50	13.84	9.38	7.23	5.99	5.20	4.65	4.25	3.21	2.78	2.39	2.20	2.10	1.89
40	6287	99.47	26.41	13.75	9.29	7.14	5.91	5.12	4.57	4.17	3.13	2.69	2.30	2.11	2.01	1.80
50	6303	99.48	26.35	13.69	9.24	7.09	5.86	5.07	4.52	4.12	3.08	2.64	2.25	2.06	1.95	1.74
100	6334	99.49	26.24	13.58	9.13	6.99	5.75	4.96	4.41	4.01	2.98	2.54	2.13	1.94	1.82	1.60

- 1. Einführung
- 2. Deskriptive Statistik
- 3. W-Theorie
- 4. Induktive Statistik
- Quellen
- Tabellen
- Binomialverteilung
- Poissonverteilung
- Standardnormalverteilung
- $\chi^2$ -Verteilung
- t-Verteilung
- F-Verteilung