

Aufgabe 16

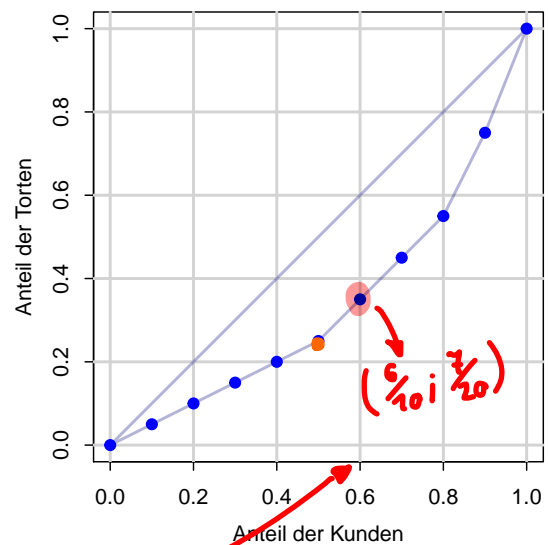
Die Firma CelebWedCake liefert zu einem Festpreis von 200.000 € eine exklusive Premium-Hochzeitstorte an Prominente. In den letzten 5 Jahren wurden insgesamt 20 von diesen Torten verkauft. Pro Kunde ist die Anzahl der verkauften Torten in dieser Zeitspanne mittels der verschiedenen Ausprägungen a_i und den zugehörigen absoluten Häufigkeiten h_i erfasst:

i	1	2	3	4
a_i	1	2	4	5
h_i	5	3	1	h_4

- Bestimmen Sie h_4 .
- Zeichnen Sie die Lorenzkurve,
- berechnen Sie den normierten Gini-Koeffizienten sowie
- den Herfindahl- und
- den Exponentialindex der Anzahl der verkauften Torten pro Kunde.

Lösungshinweis:

- Insgesamt 20 Torten, laut Tabelle $1 \cdot 5 + 2 \cdot 3 + 4 \cdot 1 = 15$ Torten für bis zu 4 Torten. Bleibt ein Kunde mit 5 Torten, also $h_4 = 1$.
- Lorenzkurve siehe rechts
- Zehn Kunden. Gini: $G = 0.33$, normiert: $G_* = 0.3666667$
- Herfindahl: 0.145
- Exponentialindex: 0.1214601



Handwritten calculation for h_4 :

$$v_k \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 2 \quad 2 \quad 2 \quad 4 \quad 5$$

$$v_k \quad \frac{1}{20} \quad \frac{1}{20} \quad \frac{1}{20} \quad \frac{1}{20} \quad \frac{1}{20} \quad \frac{2}{20} \quad \frac{2}{20} \quad \frac{2}{20} \quad \frac{4}{20} \quad \frac{5}{20}$$

$$h_k \quad \frac{5}{10} \quad \frac{3}{10} \quad \dots \quad \frac{6}{10} \quad \frac{1}{10}$$

Σ
20

c) $G = \frac{2 \sum_{i=1}^n i p_i - (n+1)}{n}$

$$= \frac{1}{10} [2(1 \cdot \frac{1}{20} + 2 \cdot \frac{1}{20} + \dots + 10 \cdot \frac{5}{20}) - (10+1)]$$

$$= 0.33$$

$$G_{max} = \frac{9}{10}$$

$$\Rightarrow G_* = \frac{10}{9} \cdot 0.33 \approx 0.367$$

39

$$d, H = (\frac{1}{20})^2 + (\frac{1}{20})^2 + \dots + (\frac{5}{20})^2$$

$$E = (\frac{1}{20})^{\frac{1}{20}} \cdot (\frac{1}{20})^{\frac{1}{20}} \cdot \dots \cdot (\frac{5}{20})^{\frac{1}{20}} \approx 0.1215$$

```
# Aufgabe 16
# Ausprägungen
a = c(1,2,4,5)
# Häufigkeiten
h = c(5,3,1,1)
# Urliste
x = rep(a,h)
x

library(ineq)
plot(Lc(x))

G = Gini(x)
G

Herfindahl(x)

# zu Fuß:
p=x/sum(x)
p
sum(p^2)

# Exponentialindex
prod(p^p)
```

Aufgabe 17

Deskriptiv: Konzentration

Die folgende Tabelle gibt jeweils den jährlichen Umsatz der weltweit 10 umsatzstärksten Softwareunternehmen an:

Nr. des Unternehmens:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Umsatz [in Mrd. US-Dollar]:	4	49	4	22	5	18	12	6	7	6

- Zeichnen Sie die Lorenzkurve des Umsatzes.
- Berechnen Sie den Gini-Koeffizienten und den normierten Gini-Koeffizienten.
- Berechnen Sie den Herfindahl- sowie den Exponentialindex.

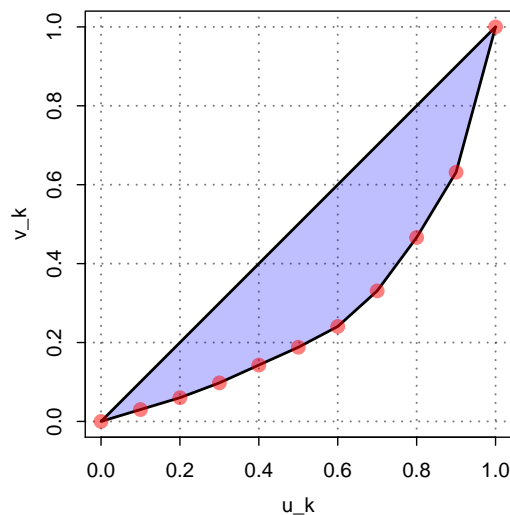
Lösungshinweis:

```
x <- c(4, 49, 4, 22, 5, 18, 12, 6, 7, 6)
## [1] 4 4 5 6 6 7 12 18 22 49
```

- Kumulierte Anteile:

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
u_k	0.000	0.100	0.200	0.300	0.400	0.500	0.600	0.700	0.800	0.900	1.000
v_k	0.000	0.030	0.060	0.098	0.143	0.188	0.241	0.331	0.466	0.632	1.000

- ```
library(ineq)
plot(Lc(x), las = 2, col = rgb(1, 0, 0, 0.5)) #
```



- $G = 0.462406$  und damit  $G^* = \frac{n}{n-1} \cdot G = \frac{10}{9} \cdot 0.462406 = 0.5137845$ .
- Herfindahl: 0.1996156, Exponentialindex: 0.1463331.

## Aufgabe 18

Deskriptiv: Lage Konzentration

Pia lädt 11 Freundinnen zu einem Damenabend ein. Es gibt 8 Flaschen Prosecco. Pro Flasche kann Sie 5 Gläser ausschenken.

- ▶ 3 Freundinnen müssen fahren und trinken nichts vom Prosecco,
- ▶ 3 Freundinnen trinken jeweils 3 Gläser,
- ▶ 4 Freundinnen trinken jeweils 5 Gläser,
- ▶ 1 Freundin trinkt 8 Gläser und
- ▶ Pia übernimmt den Rest.

- a) Welchen Anteil am Prosecco muss Pia trinken?
- b) Geben Sie die Häufigkeitsverteilung der Gläser pro Dame an.
- c) Bestimmen Sie den Median, das arithmetische Mittel und die Standardabweichung der Gläser pro Dame.
- d) Welche Werte nimmt die zur Anzahl der Gläser  $x$  pro Dame gebildete empirische Verteilungsfunktion  $F(x)$  bei  $x = 2$  und bei  $x = 5$  an?
- e) Zeichnen Sie die Lorenzkurve und
- f) berechnen Sie den normierten Gini-Koeffizienten der Gläseranzahl pro Dame.

### Lösungshinweis:

a)  $(40 - (3 \cdot 0 + 3 \cdot 3 + 4 \cdot 5 + 1 \cdot 8)) : 40 = \frac{3}{40} = 0.075.$

b)

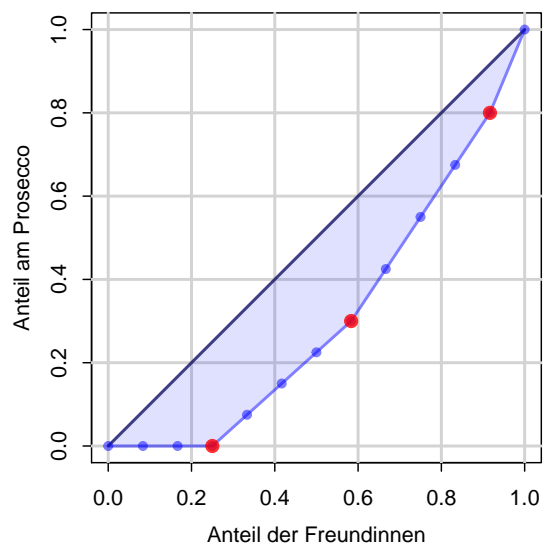
| $i$   | 1 | 2 | 3 | 4 |
|-------|---|---|---|---|
| $a_i$ | 0 | 3 | 5 | 8 |
| $h_i$ | 3 | 4 | 4 | 1 |

c)  $x_{\text{med}} = 3,$   
 $\bar{x} = 3.3333333,$   
 $s = 2.3570226.$

d)  $F(2) = 3/12 = 0,25$   
 $F(5) = 11/12 \approx 0,917.$

e) Lorenzkurve siehe rechts

f) 12 Leute:  $G = 0.383,$  norm.:  $G_* = 0.418$



$$G = \frac{2 \sum_{i=1}^n i p_i - (n+1)}{n} = \frac{1}{12} [2(1 \cdot 0 + 2 \cdot 0 + 3 \cdot 0 + 4 \cdot \frac{3}{40} + 5 \cdot \frac{3}{40} + \dots + 12 \cdot \frac{8}{40}) - (12+1)]$$