Aufgabe 78

Bei der Prüfung der Füllmenge von Fruchtsaftflaschen ergaben sich folgende Werte:

ccm	197	198	199	200	201	202	203	204	205	206	207
Anzahl	2	1	3	1	3	1	2	1	1	0	1

Nach Angaben des Abfüllers ist die Füllmenge normalverteilt mit einer Varianz von $\sigma^2 = 2{,}25$.

a) Man gebe ein Schätzintervall für den Erwartungswert μ zum Niveau $1 - \alpha = 0{,}94$.

b) Welcher Stichprobenumfang n garantiert eine Länge von 1 für das Schätzintervall?

a) 1 $1-\alpha = 0.94$

2 $x_{0{,}97} \approx 1{,}88 = c$

3 $\bar{x} = 201$

4 $\frac{\sigma \cdot c}{\sqrt{16}} = \frac{1{,}5 \cdot 1.88}{4} = 0.705$

5 $KI = [200.295 \ ; \ 201.705]$

1. Festlegen des Konfidenzniveaus $1-\alpha$
2. Bestimmung des $\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)$-Fraktils c der $N(0,1)$-Verteilung
3. Berechnen des Stichprobenmittels $\bar{x}$
4. Berechnen des Wertes $\frac{\sigma c}{\sqrt{n}}$
5. Ergebnis der Intervall-Schätzung:

$$\left[\bar{x} - \frac{\sigma c}{\sqrt{n}} \ ; \quad \bar{x} + \frac{\sigma c}{\sqrt{n}}\right]$$

b) $L = \frac{2\sigma c}{\sqrt{n}} \iff n \geq (2 \cdot \sigma \cdot c)^2 = 4 \cdot 2{,}25 \cdot 1.88^2 \approx 31{,}81$, also mind. 32

```
# -------------------
# Loesung in R:
# -------------------

a = c(197, 198, 199, 200, 201, 202, 203, 204, 205, 206, 207)
h = c(2, 1, 3, 1, 3, 1, 2, 1, 1, 0, 1)

x = rep(a, h)       # Aufstellen der Urliste
n = length(x)       # Stichprobenumfang
c = qnorm(0.97)     # x_1-alpha/2
x.m = mean(x)       # Stichprobenmittel
sigma = sqrt(2.25) # hier gegeben

KI = x.m + sigma*c/sqrt(n) * c(-1,1)
KI
```

Aufgabe 79

$X_1, \ldots, X_{31}$ beschreibe eine einfache Stichprobe aus einer beliebig verteilten Grundgesamtheit. Aus den Ergebnissen wurden $\bar{x} = 9$ und $s^2 = 31/4$ errechnet. Zur Irrtumswahrscheinlichkeit $\alpha = 0{,}05$ bestimme man

a) ein Schätzintervall für den Erwartungswert μ,
b) unter der Annahme, dass die Grundgesamtheit normalverteilt ist, ein Schätzintervall für die Varianz σ^2.

a) σ unbekannt, 30 Freiheitsgrade $\to$ t-Vtlg
(auch OK: Normalvtlg)

$x_{0.975} = 2.042 = c$

$$kI = \left[9 \mp \frac{\sqrt{31/4} \cdot 2.042}{\sqrt{31}}\right] = [9 \mp 1.021] = [7.979 ; 10.021]$$

N.vtlg $[8.02 ; 9.98]$

b) $\chi^2(30)$: $x_{0.025} = 16.79$; $x_{0.975} = 46{,}98$

$(n-1)\, s^2 = 30 \cdot 31/4 = 232{,}5$

$$kI = \left[\frac{232{,}5}{46{,}98} ; \frac{232{,}5}{16.79}\right] = [4{,}949 ; 13{,}848]$$

```
# Aufgabe 51 (Konfidenzintervall)

# a)
c = qt(1-(0.05)/2, 30)
delta = sqrt(31/4)*c/sqrt(31)
m = 9
KI = c(m-delta, m+delta)
KI

# b)
c1 = qchisq(0.025, 30)
c2 = qchisq(0.975, 30)
z  = 30*31/4
KI = c(z/c2, z/c1)
KI
```

Aufgabe 80

Ein Barista dosiert in einer Espressobar die Menge Kaffeepulver in Gramm bei 10 zufällig ausgewählten Espressobezügen folgendermaßen:

7.3	8.2	7.0	9.2	8.1	6.9	7.1	8.5	9.0	8.5

Berechnen Sie für diesen Barista ein Konfidenzintervall für die Varianz der Kaffeemenge pro Espresso zum Konfidenzniveau 0,95.

χ^2 Vtlg (9): $c_1 = x_{0.025} = 2.70$
$c_2 = x_{0.975} = 19.02$

$z = (n-1)\,s^2 = 9 \cdot 0.8495^2$

$KI = \left[\frac{z}{c_2}\,;\,\frac{z}{c_1}\right] = [0.3415\,;\,2.4059]$

```
# -----------------------------------
# Loesung in R (nicht klausurrelevant)
# -----------------------------------

library(asbio)
x = c(7.3, 8.2, 7.0, 9.2, 8.1, 6.9, 7.1, 8.5, 9.0, 8.5)
ci.sigma(x, conf=0.95)

## 95% Confidence interval for population variance
##  Estimate      2.5%     97.5%
## 0.7217778 0.3414855 2.4055789
```

Aufgabe 81

In einem Spielkasino werden Zweifel geäußert, dass ein bestimmter Würfel fair ist, d.h. alle Zahlen gleich häufig auftreten. Der Spielleiter fordert einen Zweifler auf, ein Signifikanzniveau α zwischen 0,01 und 0,40 anzugeben, zu dem die Hypothese H_0, dass der Würfel fair ist, getestet werden soll. Welches α wird der Zweifler wählen, wenn er möchte, dass der Würfel aus dem Spiel genommen wird?

Je größer das Signifikanzniveau, desto größer der Ablehnungsbereich, desto eher wird auch ein fairer Würfel (als gezinkt) abgelehnt.

$\rightarrow \alpha = 0.40$

Aufgabe 82

Ein Arbeiter braucht für die Bearbeitung eines Werkstücks im Durchschnitt 7 Minuten (420 sec. $= \mu_0$). Ein Fachmann schlägt, um eine Zeitersparnis zu erreichen ($\mu < \mu_0$), eine andere Bearbeitungsart vor und will die Effektivität seines Vorschlags mithilfe einer Stichprobe vom Umfang $n = 16$ testen. Führen Sie diesen Test (Hypothese $H_0 : \ \mu = \mu_0$ gegen $H_1 : \ \mu < \mu_0$) zum Signifikanzniveau $\alpha = 0{,}05$ bzw. 0,01 durch. Dabei sei ferner vorausgesetzt, dass die Grundgesamtheit normalverteilt ist. Die Stichprobe ergab folgende Werte: $\bar{x} = 408$ und $s = 25{,}7$.

Test parametrisch

↓ ja

Parameter?

↓ μ

Stichprobe klein? σ unbekannt?

↓ ja

einseitig? zweiseitig?

↓ einseitig (Unterschreitung)

- t-Vtlg mit 15 Freiheitsgraden
- $B = (-\infty\,;\, -x_{1-\alpha})$

① $\alpha = 0.05$ $\qquad\qquad$ $\alpha = 0.01$

② $v = \dfrac{\bar{x} - \mu_0}{s}\sqrt{n} = \dfrac{408 - 420}{25.7}\sqrt{16} = -1{,}8677$

③ $t(15):\ x_{0.95} = 1{,}753 \qquad x_{0.99} = 2{,}603$

④ $B = (-\infty\,;\, -1{,}753) \Rightarrow v \in B \Rightarrow H_0$ wird verworfen

$B = (-\infty\,;\, -2{,}603) \Rightarrow v \notin B \Rightarrow$ " nicht "

Aufgabe 83

Die Personalabteilung eines Großunternehmens hat den Verdacht, dass die Mitarbeiter die Mittagspause (maximal 1 Stunde) im Durchschnitt überziehen. Mit einer einfachen Stichprobe der Pausenlänge von 20 Mitarbeitern soll getestet werden, ob die Zeiten eingehalten werden oder ob im Mittel überzogen wird. Es ergibt sich für die Pausendauer ein Stichprobenmittel von 70 Minuten und eine Stichprobenstandardabweichung von 15 Minuten. Die Pausendauer eines Mitarbeiters kann als normalverteilte Zufallsvariable angenommen werden.

Formulieren Sie Nullhypothese und Gegenhypothese und testen Sie zum Signifikanzniveau von 5 %.

$H_0: \mu = 60 \quad H_1: \mu > 60$; also $v = \frac{70-60}{15}\sqrt{20} \approx 2.98$

t-Vtlg, 19 FG: $x_{0.95} = 1.729 \Rightarrow B = (1.729 ; \infty) \Rightarrow$ H_0 verwerfen

Aufgabe 84

Angeblich sollen Studierende sich in der Nacht vor einer Klausur kürzer in der Tiefschlafphase befinden also im Durchschnitt aller Nächte. Eine einfache Stichprobe von 61 Studenten wird diesbezüglich untersucht. Im Durchschnitt wurde in dieser Stichprobe 48 Minuten Tiefschlaf in den letzten 24h vor der Klausur gemessen, mit einer Stichprobenvarianz von 196.

mittlere $\quad s^2$

Bestimmen Sie ein 95 %-Konfidenzintervall für die Tiefschlaflänge aller Studierenden am Tag vor der Prüfung.

Normalvtlg: $c = x_{0.975} \approx 1.96$

$$KI = \left[48 \pm \frac{\sqrt{196} \cdot 1.96}{\sqrt{61}}\right] = [44.487 ; 51.513]$$

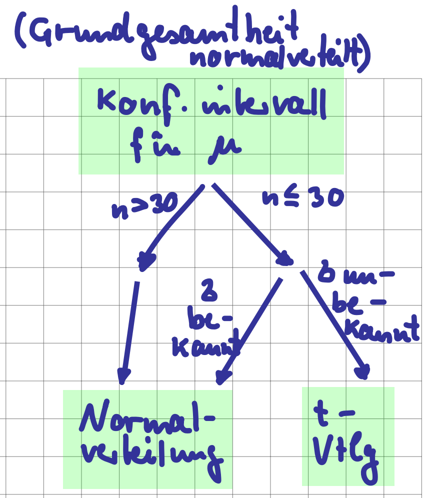
Aufgabe 85

Die Hochschule X möchte wissen, wie gut Ihre Sudenten über internationale aktuelle Nachrichten aus der Politik informiert sind. 30 zufällig ausgewählten Studierenden werden Fragen zu 100 Nachrichten der letzten beiden Monate gestellt. Im Durchschnitt können die Befragten 58 Fragen richtig beantworten bei einer Stichprobenstandardabweichung von 3,2.

s

a) Berechnen Sie ein 99 %-Konfidenzintervall für die durchschnittlich von allen Studenten der Hochschule richtig beantwortete Anzahl der Fragen.

b) Im Landesdurchschnitt aller Studenten aller Hochschulen ergeben sich 65 Punkte. Testen Sie zum Signifikanzniveau von 5 %, ob der der Durchschnitt der Punktzahl an der Hochschule X niedriger ist als im Landesdurchschnitt.



a) 29 Freiheitsgrade, t-Vtlg

$x_{0.995} \approx 2.756 = c$;

$\Rightarrow KI = \left[\bar{x} \mp \frac{sc}{\sqrt{n}} \right] = [56.39 ; 59.61]$

b) $H_0 : \mu = 65$ $\quad H_1 : \mu < 65$;

$v = \frac{\bar{x} - \mu}{s} \sqrt{n} = \frac{58 - 65}{3.2} \sqrt{30} \approx -11.98$

$x_{0.05} = -x_{0.95} = -1.699 \Rightarrow B = (-\infty ; -1.699)$

$\Rightarrow$ H_0 wird verworfen

σ	S
Streuung in Grundgesamtheit	Streuung in Stichprobe

Aufgabe 86

Studierende beschweren sich, dass die Klausuren in Statistik zu schwer seien. Der Dozent möchte das natürlich im Sinne der Studierenden verbessern und lässt durch das Prüfungsamt die Metallklammern der Klausuren durch eine leichtere Variante aus Kunststoff ersetzen. Die Studierenden glauben aber nicht, dass dadurch die Klausuren leichter werden. Der Dozent möchte das beweisen und zieht eine einfache Stichprobe von 10 Klausuren, bei der er folgende Gewichte misst:

65.28	65.84	64.47	63.82	66.64	62.55	65.74	64.90	65.87	65.29

Gehen Sie im folgenden davon aus, dass es sich beim Gewicht der Klausur um eine normalverteilte Zufallsvariable handelt.

a) Bestimmen Sie zum Konfidenzniveau 0,95 ein symmetrisches Schätzintervall für den Erwartungswert des Gewichts einer Klausur.

b) Mit Metallklammer hatten die Klausuren früher ein durchschnittliches Gewicht von 65,86 g. Testen Sie zum Signifikanzniveau von 5 % auf Basis der Stichprobe, ob die Klausuren jetzt leichter sind.

c) Was bedeutet bei dem Test von b) der Fehler 2. Art?

a) t-Verteilung mit 9 Freiheitsgraden: $c = x_{0,975} \approx 2{,}262$; $\overline{x} = 65{,}04$, $s \approx 1{,}18$. Damit:

$$\text{KI} = \left[\overline{x} \pm \frac{sc}{\sqrt{n}}\right] \approx \left[64{,}196;\ 65{,}884\right]$$

b) $\mu_0 = 65{,}\overset{86}{\cancel{68}}$ g. Also: $H_0 : \mu = \mu_0$ gegen $H_1 : \mu < \mu_0$. Damit:

$$v = \frac{(\overset{65.04}{\overline{x}} - \overset{65.86}{\mu_0})}{\underset{1.18}{s}} \underset{\sqrt{10}}{\sqrt{n}} \approx -2{,}1975$$

Verwerfungsbereich: $B = \left[-\infty; -x_{0,95}\right] \approx \left[-\infty; -1{,}833\right]$. Damit ist $v \in B$, die Klausuren sind also laut Test signifikant leichter geworden.

c) Einen Fehler 2. Art zu begehen würde hier bedeuten, nicht zweifelsfrei sagen zu können, dass die Klausuren leichter geworden sind, obwohl sie in Wirklichkeit im Durchschnitt leichter sind.

```
# --------------------
# Loesung in R
# --------------------

x = c(65.28, 65.84, 64.47, 63.82, 66.64, 62.55, 65.74, 64.90, 65.87, 65.29)

# Teilaufgabe a)
KI = t.test(x, conf.level=0.95)$conf.int
KI[1:2]

# Teilaufgabe b)
t.test(x, mu=65.86, alternative = "less")
# damit: p-value  < alpha, also: H0 verwerfen
```

Aufgabe 87

Die deutsche Nationalmannschaft hat in 50 zufällig ausgewählten Länderspielen die folgenden Toranzahlen geschossen:

Anzahl der Tore pro Spiel	0	1	2	3	4
Anzahl der Spiele mit diesem Ergebnis	18	22	5	3	2

Gehen Sie im folgenden davon aus, dass die erhobenen Toranzahlen aus einer einfachen Stichprobe der Grundgesamtheit aller Länderspiele der deutschen Nationalmannschaft stammen.

a) Bestimmen Sie das 95 %-Konfidenzintervall für den Erwartungswert μ der Toranzahl in allen Länderspielen.

b) Die Standardabweichung der Tore pro Spiel in der Grundgesamtheit aller Länderspiele sei jetzt mit $\sigma = 1,0$ gegeben. Wie groß muss der Umfang einer Stichprobe sein, damit das 95 %-Konfidenzintervall für μ nicht breiter als 0,5 Tore ist?

```
t.test(x, conf.level=0.95)
```

a) Rechne näherungsweise mit Normalverteilung: $x_{0,975} = c \approx 1,959964$ 1,96

TR: $\bar{x} = 0,98, \quad s = 1,039819$

KI = [0,692; 1,268]

b) Mit $\sigma = 1$ folgt:

$$L = 2\frac{\sigma c}{\sqrt{n}} \leq 0,5 \quad \Rightarrow \quad \sqrt{n} \geq 4\sigma c \quad \Rightarrow \quad n \geq 16 \cdot 1^2 \cdot c^2 \approx 61,46$$

also: mind. 62

Aufgabe 88

Am Tag der Bundestagswahl werden kurz nach dem Schließen der Wahllokale 300 zufällig ausgewählte Wahlberechtigte gefragt, ob sie gewählt hatten. 250 der Befragten bejahten das.

Schätzen Sie mit der Approximation der Normalverteilung zum Konfidenzniveau 99 % ein Konfidenzintervall für die Wahlbeteiligung aller Wahlberechtigten.

$\bar{x} = \frac{250}{300}$, $\quad 5 \leq \sum_i x_i = 250 \leq 245$ ✓

$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{250}{300} \cdot \frac{50}{300}} \approx 0{,}3727 \qquad c = x_{1-\alpha/2} = x_{0.995} \approx 2{,}58$

$KI = \left[\bar{x} \pm \frac{\hat{\sigma} c}{\sqrt{n}}\right] \approx [0{,}778 \,;\, 0{,}889]$

Aufgabe 89

Herr Meyer betreibt einen Schnellimbiss für Vegetarier. Eines Tages wird er von einem Kunden wegen Betrugs und Etikettenschwindels verklagt. Der Kunde kann per Fotos nachweisen, dass 8 von 25 von ihm bestellten Gemüsesuppen gar nicht vegetarisch waren, da sich eine Fliege darin befand. Das Gericht verlangt auf Basis dieser als einfach akzeptierten Stichprobe einen Hypothesentest, mit dem der Anteil μ aller Gemüsesuppen mit Fliegen als über den gesetzlich zugelassenen 10 % nachgewiesen wird.

a) Ist die Approximation durch die Normalverteilung in diesem Fall gerechtfertigt?

b) Formulieren Sie H_0 sowie H_1.

c) Führen Sie den Hypothesentest zu einem Signifikanzniveau von $\alpha = 2,28\,\%$ durch.

a) $5 \leq 8 \leq 25-5$ ✓

b) $H_0: \mu = 0.1$, $H_1: \mu > 0.1$

c) $v = \dfrac{8/25 - 0.1}{\sqrt{0.1 \cdot 0.9}} \sqrt{25} \approx 3,67$

$B = (x_{1-0.0228}; \infty) = (x_{0.9772}; \infty) = (2; \infty)$

$\Rightarrow$ H_0 ablehnen, Fliegenanteil zu hoch

Aufgabe 90

Herr Untermann möchte auf der Karriereleiter in seiner Firma, einem Telekommunikationsunternehmen, etwas vorankommen und schlägt deshalb folgende Maßnahme vor: Der Datendurchsatz der bisher üblichen Flatrates beim Internetzugang von Kunden soll ab einem Volumen von 1GB downloads pro Monat extrem gedrosselt werden. Die alten Konditionen können die Kunden dann optional zukaufen. Bisher hat Herr Untermanns Firma einen Marktanteil von 45 % bei dieser Art flatrates. Eine Stichprobe unter allen potentiellen Kunden vom Umfang $n = 2500$ ergab, dass immerhin noch 43% der potentiellen Kunden diese Leistung mit den verschlechterten Konditionen nachfragen wollen. Herr Untermann schließt daraus, dass sich die Kunden von der Verschlechterung der Vertragsbedingungen nicht abschrecken lassen und freut sich auf die Mehreinnahmen durch seinen Plan.

a) Formulieren Sie in diesem Szenario die Nullhypothese H_0 und die Alternative H_1.

b) Worin besteht in diesem Beispiel das Risiko, den Fehler 1. Art zu begehen?

c) Was bedeutet hier der Fehler 2. Art?

d) Würden Sie an der Stelle von Herrn Untermann ein möglichst kleines Signifikanzniveau α zugrunde legen und dadurch einen größeren Fehler 2. Art (β) in Kauf nehmen oder umgekehrt β klein halten und dabei ein größeres α zulassen?

a) H_0: Marktanteil bleibt nach Einführung stabil bei 45%
H_1: " sinkt " auf unter 45%

b) Neuer Tarif wird nicht eingeführt, obwohl Marktanteil nicht sinken würde.

c) Neuer Tarif wird eingeführt obwohl Marktanteil dadurch sinken wird

d) Kommt auf Risikoneigung und Kostenstruktur an:

α klein, β groß: risikofreudig, eher Einführung
α groß β klein: risikoavers, eher keine Einf.

Aufgabe 91

100 zufällig ausgewählten Personen einer bestimmten Bevölkerungsschicht werden zwei Fragen vorgelegt, nämlich ob sie (mindestens) ein Smartphone besitzen bzw. ob sie soziale Netze im Internet an mehr als 3 Stunden am Tag nutzen. Es ergeben sich folgende Antworten:

$\tilde{h}_{ij}$

	Smartphone		
>3h soziale Netze	ja	nein	
ja	12 (18)	24 (18)	36
nein	38 (32)	26 (32)	64
	50	50	100

Testen Sie zum Signifikanzniveau $\alpha = 5\,\%$, ob in dieser Bevölkerungsschicht die beiden Merkmale „Smartphonebesitz" bzw. „starke Nutzung sozialer Netzwerke" voneinander unabhängig sind.

$$V = \frac{(12-18)^2}{18} + \frac{(24-18)^2}{18} + \frac{(38-32)^2}{32} + \frac{(26-32)^2}{32} = 6.25$$

χ^2-Verteilung mit $(2-1)\cdot(2-1) = 1$ F.G.

$$x_{0.95} = 3.84 \quad \Rightarrow \quad B = (3.84\,;\infty)$$

→ H_0 ablehnen, Smartphonebesitz und Aufenthaltsdauer in sozialen Netzen ist nicht unabhängig

Aufgabe 92

Wie hängen der Bierkonsum in Litern pro Woche und die Selbsteinschätzung als Fußballfan zusammen? Personen einer einfachen Stichprobe wurden diesbezüglich befragt:
20 Fußballfans und 120 Nichtfußballfans gaben einen Bierkonsum von höchstens 1 l pro Woche an. Zwischen 1 und 3 l pro Woche trinken 210 Fußballfans und 200 Nichtfußballfans. 150 Fußballfans und 90 Nichtfußballfans gaben einen Bierkonsum von mindestens 7 l an. 145 Fußballfans und 65 Nichtfußballfans lagen in der verbleibenden Zwischengruppe.

Es soll nun auf Basis der Stichprobe die Unabhängigkeit der Fußballaffinität vom Bierkonsum in der Gesamtbevölkerung getestet werden.

a) Formulieren Sie H_0 bzw. H_1.
b) Was bedeutet hier der Fehler 1. bzw. der Fehler 2. Art?
c) Führen Sie den Test zum Signifikanzniveau von 10 % durch.

a) H_0: Biertrinken und Fußball sind unabhängig
H_1: Es gibt einen Zusammenhang

b) Fehler 1. Art: Es gibt keinen Zus.h. der Test behauptet aber das Gegenteil

Fehler 2. Art: In Wirklichkeit: Zus.h., aber Test bemerkt das nicht

c) χ^2 mit $(2-1)\cdot(4-1) = 3$ F.G.

$x_{0.9} = 6.25 \Rightarrow B = (6.25\,;\,\infty)$

$v = 114.94$

$\Rightarrow$ H_0 verwerfen

siehe Aufgabe 16

a), b), c)

Bier	Fußball: Fan	kein Fan	Summe	bed. Vtlg. Für Fans
[0; 1]	20	120	140	3,8%
(1; 3)	210	200	410	40,0%
[3; 7)	145	65	210	27,6%
[7; inf)	150	90	240	28,6%
Summe	525	475	1000	

d) nicht unabhängig, denn z.B. ist f(Fan und [0; 1]) = 20/1000 = 0,02 ungleich
f(Fan)*f([0; 1]) = 525/1000 * 140/1000 = 0,0735

e) Kontingenzkoeffizient

$525 \cdot 140 / 1000$

erw. bei Unabh.	73,50	66,50
	215,25	194,75
	110,25	99,75
	126,00	114,00

$(20-73{,}5)^2 / 73{,}5$

(hij-hij~)^2/hij~	38,94	43,04
	0,13	0,14
	10,95	12,11
	4,57	5,05

chi^2	114,94
K	0,321
Kmax	0,707
K*	0,454

$38{,}94 + 43.04 + \cdots + 5{,}05$

$\sqrt{\frac{114{,}94}{114{,}94 + 1000}}$ n

$\sqrt{\frac{2-1}{2}}$

$\frac{0.321}{0.707}$

Aufgabe 93

500 Vollzeitbeschäftigte eines Krankenhauses wurden für eine Studie zur Abhängigkeit von Überstunden und dem Geschlecht zufällig ausgewählt. Die Probanden wurden nach Ihrer durchschnittlichen Wochenarbeitszeit im letzten Jahr befragt. Dabei wurde die Wochenarbeitszeit in die drei Klassen „*unter 40*“, „*von 40 bis unter 45*“ und „*45 und mehr*“-Wochenarbeitsstunden eingeteilt; außerdem wurden die Mitarbeiter nach Geschlecht unterschieden. Die Ergebnisse der Stichprobe sind der folgenden Tabelle zu entnehmen:

	durchschn. Wochenarbeitszeit [h]		
	unter 40	40 bis unter 45	45 und mehr
Frauen	165	55	25
Männer	175	45	35

Testen Sie bitte zur Irrtumswahrscheinlichkeit von 5 %, ob in diesem Krankenhaus die wöchentliche Arbeitszeit unabhängig vom Geschlecht ist.

Kontigenztest:

Bei Unabhängigkeit erwartete Werte in Klammern:

	durchschn. Wochenarbeitszeit [h]		
	unter 40	40 bis unter 45	45 und mehr
Frauen	165 (166.6)	55 (49)	25 (29.4)
Männer	175 (173.4)	45 (51)	35 (30.6)

Also:

$$v = \frac{(165 - 166.6)^2}{166.6} + \cdots + \frac{(35 - 30.6)^2}{30.6} \approx 2.7619$$

mit $k = 2$, $l = 3$ ergibt sich für die $\chi^2((2-1)\cdot(3-1))$-Verteilung (2 Freiheitsgrade) für das 1-0,05 %-Fraktil: $x_{0,95} \approx 5{,}99$; Damit kann die Unabhängigkeit nicht verworfen werden, da $2.7618 \notin B = (5.99; \infty)$ liegt.

Aufgabe 94

Ist die Fahrtzeit mit dem PKW für eine vorgegebene Strecke vom Geschlecht des Fahrers bzw. der Fahrerin abhängig? Diese Frage soll mit einer einfachen Stichprobe untersucht werden. Es ergibt sich:

	Fahrtzeit		
	kurz	mittel	lang
Mann	524	455	221
Frau	413	263	124

a) Formulieren Sie H_0 bzw. H_1.

b) Was bedeutet der Fehler 1. Art hier?

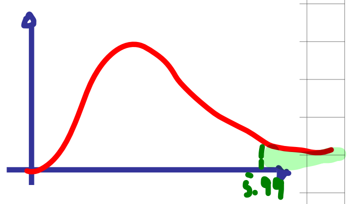
c) Testen Sie zum Signifikanzniveau von 5 %, ob die Fahrtzeit unabhängig vom Geschlecht ist.

a) H_0: Fahrtzeit ist unabhängig vom Geschlecht. H_1: Es gibt einen Zusammenhang.

b) Fehler 1. Art hier: Einen Zusammenhang zwischen Fahrtzeit und Geschlecht feststellen, obwohl es in Wirklichkeit keinen gibt.

c) Für die Tabelle der $\tilde{h}_{ij}$ ergibt sich

	Fahrtzeit			
	kurz	mittel	lang	$h_{i\cdot}$
Mann	562,2	430,8	207,0	1200
Frau	374,8	287,2	138,0	800
$h_{\cdot j}$	937	718	345	2000



Damit:

$$v = \frac{(524 - 562{,}2)^2}{562{,}2} + \ldots + \frac{(124 - 138{,}0)^2}{138{,}0} \approx 12{,}2547$$

Ablehnungsbereich: χ^2-Verteilung mit $(2-1)\cdot(3-1) = 2$ Freiheitsgraden. Damit ist

$$B = [x_{0{,}95};\ \infty] \approx [5{,}99;\ \infty].$$

Da $v \in B$ wird H_0 verworfen, es gibt also einen signifikanten Zusammenhang zwischen Fahrtdauer und Geschlecht.