- Übungen von Frau Wins am Dienstag, den 03.05.2016 im Raum M1.02
- Aufgaben: 41-43, 45-49
- Statistik PLUS: Termine 20.5., 27.5., 3.6., 10.6., jeweils 11.30-15.30 Uhr; Themen: Multivariate Analysen und statistisches Reporting
  Bei Interesse: EMail an ste@hs-augsburg.de
  (weniger als 5 verbindlich Angemeldete: Kurs fällt aus)

Statistik

für Betriebswirtschaft, Internationales Management, Wirtschaftsinformatik und Informatik

Sommersemester 2016

Veranstaltungen zur Statistik für BW/IM Sommersemester 2016

Was?	Wer?	Wann?	Wo?	ab wann?
Vorlesung Statistik	Etschberger	Mi, 14.00-17.00	B2.14	16.03.2016
Vorlesung Statistik PLUS	Etschberger/Jansen	- Blocktermin -	?	?
Übung Statistik	Etschberger	Mi, 17.00-18.30	A1.10	30.03.2016
Übung Statistik	Jansen	Di, 11.30-13.00	W1.06	22.03.2016
Übung Statistik	Jansen	Di, 14.00-15.30	W2.14	22.03.2016
Übung Statistik	Jansen	Mi, 11.30-13.00	W2.11	30.03.2016
Übung Statistik	Jansen	Do, 14.00-15.30	W2.14	31.03.2016
Übung Statistik	Schneller	Do, 14.00-15.30	W3.03	31.03.2016
Übung Statistik	Schneller	Do, 15.30-17.00	W3.03	31.03.2016
Übung Statistik	Wins	Di, 14.00-15.30	J3.19	22.03.2016
Übung Statistik	Wins	Di, 15.30-17.00	J3.19	22.03.2016
Offener Statistikraum	Etschberger/Tutoren	Mo, 14.00-17.45	B3.05	04.04.

Veranstaltungen für Teilnehmer der WiMa-Klausur im Juli 2016

Was?	Wer?	Wann?	Wo?	ab wann?
Tutorium Mathematik	Burkart	Do 13.30-15.00	W1.06	07.04.2016
Tutorium Mathematik	Burkart	Do 15.00-16.15	W1.06	07.04.2016
Offener Matheraum	Jansen/Tutoren	Fr 11.30-15.30	B3.05	29.4.2016

1	HSA Statistik SS 2016 Sessionlist		
2			
3	Datum	Statistik für IM/BW	Nr.
4	Mittwoch, 16. März 2016	Einführung, R Installation, Rstudio Einführung, Skalen	1
5	Mittwoch, 23. März 2016	univ. deskr. Stat., Quantile, Plots	2
6	Mittwoch, 30. März 2016	Streuung, Konzentrationsmaße	3
7	Mittwoch, 6. April 2016	Kontingenztabellen, Mosaikplots, Korrelation	4
8	Mittwoch, 13. April 2016	Preisindizes, lineare Regression	5
9	Mittwoch, 20. April 2016	Kombinatorik, Wahrscheinlichkeit	6
10	Mittwoch, 27. April 2016	Wahrscheinlichkeit, diskrete Zufallsvariablen	7
11	Mittwoch, 4. Mai 2016	Pyramid	
12	Mittwoch, 11. Mai 2016	Binomial-, Hypergeom.-, Poisson-Verteilung	8
13	Mittwoch, 18. Mai 2016	Stetige ZV, Gleichverteilung	9
14	Mittwoch, 25. Mai 2016	Normalverteilung, Verteilungsparameter	10
15	Mittwoch, 1. Juni 2016	Schätzfunktionen und Punktschätzer	11
16	Mittwoch, 8. Juni 2016	Konfidenzintervalle	12
17	Mittwoch, 15. Juni 2016	Tests	13
18	Mittwoch, 22. Juni 2016	Puffer, WH, Fragen zur Probekl.	14
19	Mittwoch, 29. Juni 2016	AW Prüfungswoche	

Prof. Dr. Stefan Etschberger
Hochschule Augsburg

Zufallsvorgänge, Ereignisse und Wahrscheinlichkeiten

- Zufallsvorgang: Geschehen mit ungewissem Ausgang, z.B. Münzwurf
- Elementarereignis ω: Ein möglicher Ausgang, z.B. „ Kopf “
  Elementarereignisse schließen sich gegenseitig aus („ Kopf “ oder „ Zahl “)!
- Ergebnismenge Ω: Menge aller ω
- **Beispiel:** Werfen zweier Würfel:

$$\Omega : \quad \begin{Bmatrix} (1,1) & (1,2) & \cdots & (1,6) \\ (2,1) & (2,2) & \cdots & (2,6) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ (6,1) & (6,2) & \cdots & (6,6) \end{Bmatrix}$$

$$\Rightarrow \Omega = \{(x_1, x_2) : \; x_1, x_2 \in \{1, \ldots, 6\}\}$$

Ereignisse und Wahrscheinlichkeiten

- **Ereignis** A: Folgeerscheinung eines Elementarereignisses
- Formal:

$$A \subset \Omega$$

- Ereignisse schließen sich nicht gegenseitig aus!
- **Beispiel:** Werfen zweier Würfel:

Ereignis	verbal	formal
A	Augensumme $= 4$	$\{(1,3),\ (2,2),\ (3,1)\}$
B	Erste Zahl $= 2$	$\{(2,1),\ (2,2),\ \ldots,\ (2,6)\}$

- **Wahrscheinlichkeit** $P(A)$: Chance für das Eintreten von A
- **Laplace-Wahrscheinlichkeit:**

$$P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{\text{Anzahl der für } A \text{ günstigen Fälle}}{\text{Anzahl aller möglichen Fälle}}$$

- **Beispiel:** Werfen zweier Würfel:

$$\text{Augensumme} = 4: \quad A = \{(1{,}3),\ (2{,}2),\ (3{,}1)\}$$

$$|\Omega| = 36, \quad |A| = 3 \Rightarrow P(A) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12} = 0{,}083$$

- **Urnenmodell:** Ziehe n Objekte aus einer Menge mit N Objekten
  Anzahl Möglichkeiten:

  mit Zurücklegen: N^n
  ohne Zurücklegen: $N \cdot (N-1) \cdots (N-(n-1)) = \frac{N!}{(N-n)!}$

- **Beispiel:**
  Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, aus einem gut gemischten 32-er Kartenblatt bei viermaligem Ziehen vier Asse zu bekommen?
  a) Ziehen mit Zurücklegen,
  b) Ziehen ohne Zurücklegen

Rechenregeln für Wahrscheinlichkeiten

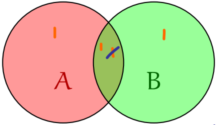
- Wichtige Rechenregeln:

z.B. $\Omega = \{1,2,3\}$

$A = \{x \in \Omega : x \leq 1\}$

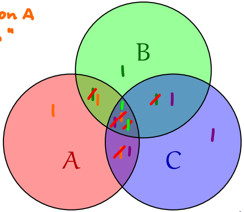
$\bar{A} = \{x \in \Omega : x > 1\}$

Komplement von A
„Gegenereignis"



$P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

1. $P(A) \leqq 1$
2. $P(\emptyset) = 0$
3. $A \subset B \Rightarrow P(A) \leqq P(B)$
4. $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$
5. $P(A \cup B) =$
   $P(A) + P(B) - P(A \cap B)$



$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(B \cap C) - P(A \cap C) + P(A \cap B \cap C)$

Einschluss-Ausschluss-Regel

- **Beispiel:**

$$P(\text{„Augenzahl} \leqq 5\text{“}) = 1 - P(\text{„Augenzahl} = 6\text{“}) = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

Der Fall Sally Clark

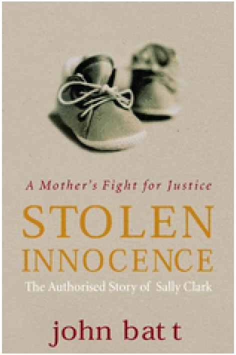
- Sally Clarks Söhne Christopher und Harry sterben 1996 und 1997 beide kurz nach der Geburt an plötzlichem Kindstod.
- Kinderarzt: „Wahrscheinlich Mord, da 2 maliger plötzlicher Kindstod sehr unwahrscheinlich!“ (ohne konkrete Hinweise)
- Gerichtliche Untersuchung
- Hauptargument der Anklage gestützt durch Gerichtsgutachter Sir Roy Meadow (renommierter Facharzt für Kinderheilkunde): Wahrscheinlichkeit für plötzlichen Kindstod ist 1:8500, d.h. Wahrscheinlichkeit für 2 maliges Auftreten in einer Familie

$$p = \left(\frac{1}{8500}\right)^2 \approx 1 : 72\,000\,000$$

- Urteil: Doppelmord; Strafe: 2 mal lebenslang; Inhaftierung von Sally Clark 1999

I didn't kill my babies

In November 1999 solicitor Sally Clark, 36, was convicted of one of the most horrific crimes any mother could imagine – the murder of her baby sons, Christopher, aged 11 weeks, and Harry, eight weeks...



Der Fall Sally Clark

- Problem: Es gibt sehr viele Familien mit 2 Kindern
- Europa: ca. 80 Mio Familien mit Kindern, davon ca. 50% mit mindestens zwei Kindern, also ca. 40 Mio.

Gene find casts doubt on double 'cot death' murders

An expert said there was a one in 73 million chance Sally Clark's babies died naturally – and a jury agreed. Now new genetic research could help to clear her. **John Sweeney** and **Bill Law** investigate

- Wahrscheinlichkeit, dass in einer solchen Familie kein zweifacher plötzlicher Kindstod auftritt: $1 - \left(\frac{1}{8500}\right)^2$
  Annahmen:
  - Jede dieser Familien hat genau 2 Kinder; in Wirklichkeit: ca. 20% dieser Familien haben mindestens 3 Kinder
  - Zweiter plötzlicher Kindstod unabhängig von erstem (nicht untersucht)
- Wahrscheinlichkeit, dass in 40 Mio. Familien mindestens ein zweifacher plötzlicher Kindstod auftritt:

$$1 - \left(1 - \left(\frac{1}{8500}\right)^2\right)^{40\,000\,000} \approx 42{,}5\%$$

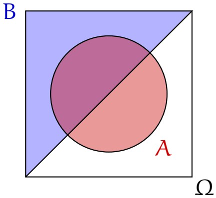
- 2001: Royal Statistical Society interveniert
- 2003: Sally Clark wird nach Revision freigesprochen
- 2007 findet man sie tot in ihrer Wohnung auf - gestorben an einer akuten Alkoholvergiftung. Sie habe sich, so ihre Familie, von dem Justizirrtum nie erholt.

Bedingte Wahrscheinlichkeiten

- Wahrscheinlichkeit von A hängt von anderem Ereignis B ab.
  (B kann zeitlich vor A liegen, muss aber nicht!)
- **Beispiel:** Wahrscheinlichkeit für Statistiknote hängt von Mathenote ab.
- Formal:

$$P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

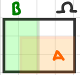
- Im Venndiagramm:

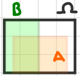


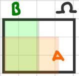
Bedingte Wahrscheinlichkeiten

„A unter der Bedingung B"

$$P(A|B) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)}$$





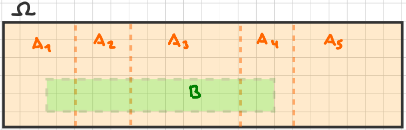


$P(A|B) = \frac{2/12}{6/12} = \frac{1}{3} < P(A)$

$P(A|B) = \frac{3/12}{6/12} = \frac{1}{2} = P(A)$

$P(A|B) = \frac{4/12}{6/12} = \frac{2}{3} > P(A)$

Es gilt: $\bigcup_{i=1}^{n} A_i = \Omega$, und $A_i \cap A_j = \{\}$ (für $i \neq j$)



$$P(B) = P(A_1\cap B) + P(A_2 \cap B) + \dots + P(A_5\cap B)$$

$$\left[P(B|A_i) = \frac{P(A_i\cap B)}{P(A_i)} \Leftrightarrow P(A_i\cap B) = P(B|A_i)\cdot P(A_i)\right]$$

allgemein: $$\boxed{P(B) = \sum_{i=1}^{n} P(B|A_i)\cdot P(A_i)}$$

Satz von der totalen Wahrscheinlichkeit

Aufgabe 44

Der Bauer Bertram hat 3 Hühner (Erna, Lisa und Moni). Erna ist seine Lieblingshenne, denn sie liefert durchschnittlich 40 % aller pro Jahr gelegten Eier, während Lisa und Moni nur jeweils 30 % schaffen. Da die Eier ein Mindestgewicht haben müssen, gibt es einen gewissen Ausschuß (A). Bei Erna und Lisa beträgt er jeweils 3 % und bei Moni 5 %.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewähltes Ei

a) von Lisa stammt
b) zu klein ist
c) von Lisa stammt, wenn bekannt ist, dass es zu klein ist?

L ≙ „Ei stammt von Lisa" , E, M ...
A ≙ „Ei zu klein"

$P(A|E) = 0.03$, $P(A|L) = 0.03$, $P(A|M) = 0.05$

$P(E) = 0.4$, $P(L) = P(M) = 0.3$

gesucht: $P(A)$

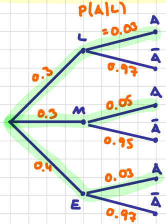
$$P(A) = P(A|E)\cdot P(E) + P(A|L)\cdot P(L) + P(A|M)\cdot P(M)$$
$$= 0.03\cdot 0.4 + 0.03 \cdot 0.3 + 0.05\cdot 0.3$$
$$= 0.036 \mathrel{\hat=} 3{,}6\%$$

Alternative 1 (n-Felder-Tafel)

$P(A\cap E) = P(A|E)\cdot P(E) = 0.03\cdot 0.4$

	E	L	M	
A	0.012	0.009	0.015	0.036
$\bar{A}$	0.388	0.291	0.285	0.964
	0.4	0.3	0.3	1

Alternative 2 (Baumdiagramm)



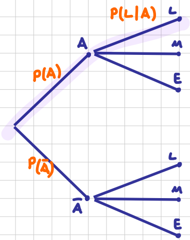
$P(L \cap A) = 0.3 \cdot 0.03 = 0.009$

$P(M \cap A) = 0.3 \cdot 0.05 = 0.015$

$P(E \cap A) = 0.4 \cdot 0.03 = 0.012$

$P(A) \quad 0.036$

$$P(A) = P(L) \cdot P(A|L) + P(M) \cdot P(A|M) + P(E) \cdot P(A|E)$$



$P(A) \cdot P(L|A) = P(A \cap L)$

Bemerkung: $P(A) \cdot P(L|A) = P(A \cap L)$

$= P(L \cap A)$

$= P(L) \cdot P(A|L)$

$$\Leftrightarrow \quad P(L|A) = \frac{P(L) \cdot P(A|L)}{P(A)} = \frac{0.3 \cdot 0.03}{0.036} = \frac{1}{4} = 25\%$$

allgemein:

$$P(A_i|B) = \frac{P(A_i) \cdot P(B|A_i)}{P(B)}$$

Satz von Bayes

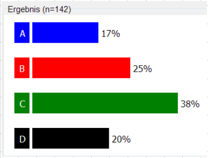
$$= \frac{P(A_i) \cdot P(B|A_i)}{\sum_{j=1}^{k} P(A_j) \cdot P(B|A_j)}$$

Beispiel: Das Ziegenproblem

Quizshow: Kandidat muss sich für eine Tür entscheiden (hinter 1 Tür: 1 Mio)

Nach Entsch. des Kandid.: Showmaster öffnet von den übrigen beiden Türen eine Ziegentür; danach: Kandidat könnte wechseln

Umfrage:
- A Wechseln ist schlecht
- B Wechseln ist gut
- C Macht keinen Unterschied
- D Ich kenne das Ergebnis



Ereignisse: A, B, C : Mio ist hinter Tür A, B, C

M_A, M_B, M_C : Moderator öffnet Tür A, B, C

Kandidat öffnet Tür A:

$$P(M_B \mid A) = \tfrac{1}{2}$$
$$P(M_B \mid B) = 0$$
$$P(M_B \mid C) = 1$$

$$P(M_B) = P(M_B \mid A) \cdot P(A) + P(M_B \mid B) \cdot P(B) + P(M_B \mid C) \cdot P(C)$$

$$= \tfrac{1}{2} \cdot \tfrac{1}{3} + 0 \cdot \tfrac{1}{3} + 1 \cdot \tfrac{1}{3} = \tfrac{1}{2}$$

Kandidat bleibt bei Entscheidung:

$$P(A \mid M_B) = \frac{P(M_B \mid A) \cdot P(A)}{P(M_B)} = \frac{\tfrac{1}{2} \cdot \tfrac{1}{3}}{\tfrac{1}{2}} = \tfrac{1}{3} \approx 33\,\%$$

Kandidat wechselt Tür:

$$P(C \mid M_B) = \frac{P(M_B \mid C) \cdot P(C)}{P(M_B)} = \frac{1 \cdot \tfrac{1}{3}}{\tfrac{1}{2}} = \tfrac{2}{3} \approx 67\,\%$$

$\Rightarrow$ Wechseln lohnt sich

Wechsler	Bleiber
0,6208	0,3458
7	8
6	6
3	4
6	4
5	4
9	4
7	4
6	4
5	4
8	4
5	3
6	3
6	3
6	3
6	3
6	3
6	3
7	3
7	3
7	2
7	2
7	2
3	2
8	2
8	2
8	2
8	2
8	1
1	1
5	1
	1
	1
	1
	1
	1
	0
	0