

Statistik

für Betriebswirtschaft, Internationales Management,
Wirtschaftsinformatik und Informatik

Sommersemester 2016

11.5.2016: Aufgaben 50, 52-60

Veranstaltungen zur Statistik für BW/IM Sommersemester 2016				
Was?	Wer?	Wann?	Wo?	ab wann?
Vorlesung Statistik	Etschberger	Mi, 14.00-17.00	B2.14	16.03.2016
Vorlesung Statistik PLUS	Etschberger/Jansen	- Blocktermin -	?	?
Übung Statistik	Etschberger	Mi, 17.00-18.30	A1.10	30.03.2016
Übung Statistik	Jansen	Di, 11.30-13.00	W1.06	22.03.2016
Übung Statistik	Jansen	Di, 14.00-15.30	W2.14	22.03.2016
Übung Statistik	Jansen	Mi, 11.30-13.00	W2.11	30.03.2016
Übung Statistik	Jansen	Do, 14.00-15.30	W2.14	31.03.2016
Übung Statistik	Schneller	Do, 14.00-15.30	W3.03	31.03.2016
Übung Statistik	Schneller	Do, 15.30-17.00	W3.03	31.03.2016
Übung Statistik	Wins	Di, 14.00-15.30	J3.19	22.03.2016
Übung Statistik	Wins	Di, 15.30-17.00	J3.19	22.03.2016
Offener Statistikraum	Jansen/Tutoren	Mo, 14.00-17.45	B3.05	04.04.2016
Veranstaltungen für Teilnehmer der WiMa-Klausur im Juli 2016				
Was?	Wer?	Wann?	Wo?	ab wann?
Tutorium Mathematik	Burkart	Do 13.30-15.00	W1.06	07.04.2016
Tutorium Mathematik	Burkart	Do 15.00-16.15	W1.06	07.04.2016
Offener Matheraum	Etschberger/Tutoren	Fr 11.30-15.30	B3.05	29.04.2016

Datum	Statistik für IM/BW	Nr.
Mittwoch, 16. März 2016	Einführung, R Installation, Rstudio Einführung, Skalen	1
Mittwoch, 23. März 2016	univ. desk. Stat., Quantile, Plots	2
Mittwoch, 30. März 2016	Streuung, Konzentrationsmaße	3
Mittwoch, 6. April 2016	Kontingenztafeln, Mosaikplots, Korrelation	4
Mittwoch, 13. April 2016	Preisindizes, lineare Regression	5
Mittwoch, 20. April 2016	Kombinatorik, Wahrscheinlichkeit	6
Mittwoch, 27. April 2016	Wahrscheinlichkeit	7
Mittwoch, 4. Mai 2016	Pyramid	
Mittwoch, 11. Mai 2016	diskrete Zufallsvariablen	8
Mittwoch, 18. Mai 2016	Stetige ZV, Gleichverteilung	9
Mittwoch, 25. Mai 2016	Normalverteilung, Verteilungsparameter	10
Mittwoch, 1. Juni 2016	Schätzfunktionen und Punktschätzer, Konfidenzintervalle	11
Mittwoch, 8. Juni 2016	Konfidenzintervalle, Tests	12
Mittwoch, 15. Juni 2016	Go-Out-Tag	
Mittwoch, 22. Juni 2016	Tests, WH, (Fragen zur Probekl. in den Übungsgruppen)	13
Mittwoch, 29. Juni 2016	AW Prüfungswoche	

Prof. Dr. Stefan Etschberger
Hochschule Augsburg

Statistik 11.5.2016

Binomialverteilung
Beispiel: $x \sim B(n=10, p=1/6)$

Wahrscheinlichkeitsfunktion
dbinom(x=2, size=10, prob = 1/6) # 2 Treffer
Alle Trefferzahlen
print(data.frame(x, P=round(dbinom(x, size=10, prob = 1/6), 4)), row.names = FALSE)

Verteilungsfunktion (siehe Tabellen)
pbinom(x=2, size=10, prob = 1/6) # höchstens 2 Treffer

Poissonverteilung
Beispiel: $X \sim B(n=100, p=0.02)$
entspricht
$X \sim P(\lambda = 2)$

0 Treffer:
dbinom(x=0, size = 100, prob = 0.02)
dpois(x=0, lambda = 2)

Hypergeometrische Verteilung
Beispiel: $X \sim \text{Hyp}(N=49, M=6, n=6)$

round(dhyper(x=0:6, m=6, n = 43, k = 6), 5)



Zufallsvariablen und Verteilungen

- Beschreibung von Ereignissen durch reelle Zahlen
- Formal: **Zufallsvariable** ist Abbildung von Ereignisraum in reelle Zahlen:

$$X: \Omega \rightarrow \mathbb{R}$$

- **Nach** Durchführung des Zufallsvorgangs:

Realisation: $x = X(\omega)$

- **Vor** Durchführung des Zufallsvorgangs:

Wertebereich: $X(\Omega) = \{x : x = X(\omega), \omega \in \Omega\}$

- **Beispiel:** Würfeln, X : Augenzahl, $X(\Omega) = \{1, 2, \dots, 6\}$, $x = 4$ (z.B.)

$$P(X = 4) = \frac{1}{6}, \quad P(X \leq 3) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

1. Einführung

2. Deskriptive Statistik

3. W-Theorie

Kombinatorik

Zufall und Wahrscheinlichkeit

Zufallsvariablen und
Verteilungen

Verteilungsparameter

4. Induktive Statistik

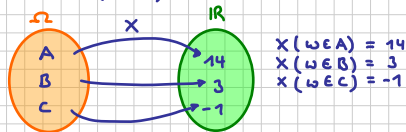
Quellen

Tabellen

Beispiel (Zufallsvariable)

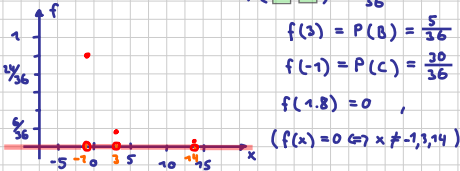
2 Würfel, Einsatz 1 €

$A = \{ \begin{smallmatrix} \blacksquare & \blacksquare \\ \blacksquare & \blacksquare \end{smallmatrix} \}$: Auszahlung 15 €
 $B = \{ \begin{smallmatrix} \blacksquare & \blacksquare \\ \blacksquare & \blacksquare \end{smallmatrix}, \begin{smallmatrix} \blacksquare & \blacksquare \\ \blacksquare & \blacksquare \end{smallmatrix}, \dots, \begin{smallmatrix} \blacksquare & \blacksquare \\ \blacksquare & \blacksquare \end{smallmatrix} \}$: Auszahlung 4 €
 $C = \Omega \setminus (A \cup B)$: Keine Auszahlung



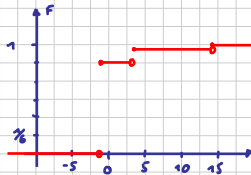
Wahrscheinlichkeitsfunktion: $f: \mathbb{R} \rightarrow [0; 1]$
mit $x \mapsto P(\omega \text{ mit } X(\omega) = x)$

im Beispiel: $f(14) = P(\omega \text{ mit } X(\omega) = 14)$
 $= P(\begin{smallmatrix} \blacksquare & \blacksquare \\ \blacksquare & \blacksquare \end{smallmatrix}) = \frac{1}{36}$



Verteilungsfunktion: $F: \mathbb{R} \rightarrow [0, 1]$
mit $x \mapsto P(X \leq x)$

im Beispiel: $F(14) = P(X \leq 14) = 1$
 $F(3) = P(X \leq 3) = \frac{35}{36}$
 $F(-1) = P(X \leq -1) = \frac{30}{36}$
 $F(-1.001) = P(X \leq -1.001) = 0$
 $F(0.5) = P(X \leq 0.5) = \frac{30}{36}$



$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x < -1 \\ \frac{30}{36} & \text{für } -1 \leq x < 3 \\ \frac{35}{36} & \text{für } 3 \leq x < 14 \\ 1 & \text{für } x \geq 14 \end{cases}$$



1. Einführung

2. Deskriptive Statistik

3. W-Theorie

Kombinatorik

Zufall und Wahrscheinlichkeit

Zufallsvariablen und
Verteilungen

Verteilungsparameter

4. Induktive Statistik

Quellen

Tabellen

- Zuweisung von Wahrscheinlichkeiten zu Realisationen

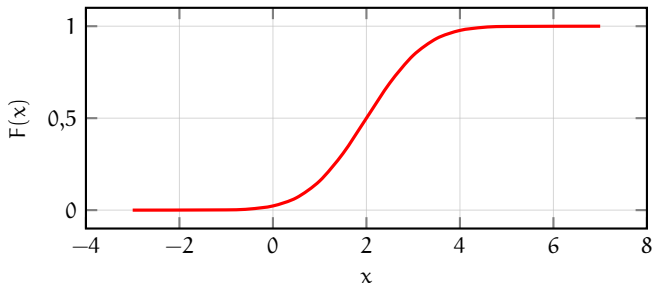
- Formal:

$$F(x) = P(X \leq x)$$

- Eigenschaften der **Verteilungsfunktion**:

- $F(x) \in [0; 1]$
- Definitionsbereich: \mathbb{R} mit $F(-\infty) = 0$, $F(\infty) = 1$
- monoton wachsend, d.h. $x_1 < x_2 \Rightarrow F(x_1) \leq F(x_2)$
- Es gilt:

$$P(a < X \leq b) = F(b) - F(a)$$



Beispiel einer Verteilungsfunktion



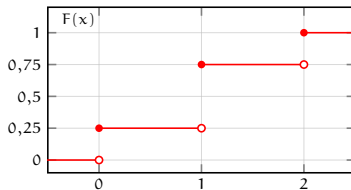
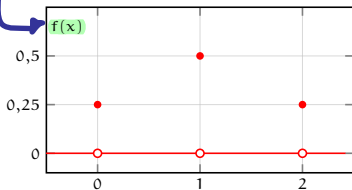
- ▶ X heißt **diskret**, wenn $X(\Omega) = \{x_1, x_2, \dots\}$ endlich ist.
- ▶ **Wahrscheinlichkeitsfunktion dann:**

$$f(x) = P(X = x)$$

Beispiel: Münze 2 mal werfen; X : Anzahl "Kopf"

	(Z, Z)	(Z, K), (K, Z)	(K, K)
x_i	0	1	2
$f(x_i)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{falls } x < 0 \\ \frac{1}{4}, & \text{falls } 0 \leq x < 1 \\ \frac{3}{4}, & \text{falls } 1 \leq x < 2 \\ 1, & \text{falls } x \geq 2 \end{cases}$$



1. Einführung

2. Deskriptive Statistik

3. W-Theorie

Kombinatorik

Zufall und Wahrscheinlichkeit

Zufallsvariablen und
Verteilungen

Verteilungsparameter

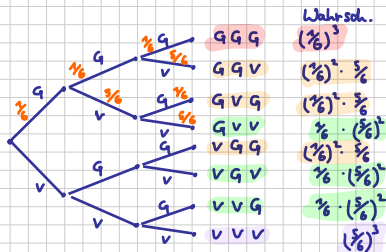
4. Induktive Statistik

Quellen

Tabellen

Binomialverteilung

Beispiel: 2 Würfel, 2 Ereignisse: $G = \{11, 22, \dots, 66\}$
 $V = \Omega \setminus G$
 $p := P(G) = \frac{5}{36} = \frac{1}{6}$
↑ Gewinn
↑ verloren



Zufallsvariable: X : „Anzahl der Gewinne bei 3 Versuchen“

x	0	1	2	3
$f(x) = P(X=x)$	$(\frac{5}{6})^3$	$3 \cdot \frac{1}{6} \cdot (\frac{5}{6})^2$	$3 \cdot (\frac{1}{6})^2 \cdot \frac{5}{6}$	$(\frac{1}{6})^3$
	0.5787	0.3472	0.0694	0.0046

Jetzt: 10 Versuche mit Einzeltreffer w. $p = \frac{1}{6}$

X : „Anzahl Treffer bei 10 Versuchen“

$$f(2) = P(X=2) = P(GG VVVVVVVV, GVGVVVVVVV, \dots, VVVVVVVV GG) \\ = \binom{10}{2} \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^8 \approx 0.2907$$

allgemein: X : Anzahl Treffer beim n -maligen Durchführen eines Treffer/Nießer-Experiments mit Einzeltreffer-Wahrscheinlichkeit p

$$X \sim B(n; p)$$

„ X ist binomialverteilte Zufallsvariable mit n Versuchen und Treffer w. von p “

$$f(x) = \begin{cases} \binom{n}{x} \cdot p^x \cdot (1-p)^{n-x} & \text{falls } x=0,1,\dots,n \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

R-Funktion: $f(x) = \text{dbinom}(x, \text{size}, \text{prob})$

```
print(data.frame(x, P=round(dbinom(x,
size=10, prob = 1/6), 4)),
row.names = FALSE)
```

x	P
0	0.1615
1	0.3230
2	0.2907
3	0.1550
4	0.0543
5	0.0130
6	0.0022
7	0.0002
8	0.0000
9	0.0000
10	0.0000

Verteilungsfunktion

$$F(x) = \sum_{i=0}^x f(i), \quad R: \text{pbinom}(\dots)$$



1. Einführung

2. Deskriptive Statistik

3. W-Theorie

Kombinatorik

Zufall und Wahrscheinlichkeit

Zufallsvariablen und
Verteilungen

Verteilungsparameter

4. Induktive Statistik

Quellen

Tabellen

- **Wiederholter** Zufallsvorgang
- n Durchführungen (jeweils unabhängig)
- Pro Durchführung: A oder \bar{A} mit $P(A) = p$ ($\hat{=}$ Ziehen mit Zurücklegen)
„Treffer“ „Nicht“
- Schreibe:

$$X_i = \begin{cases} 1, & \text{falls } A \text{ bei } i\text{-ter Durchföhrung eintritt} \\ 0, & \text{falls } \bar{A} \text{ bei } i\text{-ter Durchföhrung eintritt} \end{cases}$$

- Dann gibt

$$X = \sum_{i=1}^n X_i$$

an, wie oft A eintritt.

- Gesucht: Wahrscheinlichkeitsfunktion von X



1. Einführung

2. Deskriptive Statistik

3. W-Theorie

Kombinatorik

Zufall und Wahrscheinlichkeit

Zufallsvariablen und
Verteilungen

Verteilungsparameter

4. Induktive Statistik

Quellen

Tabellen

► Herleitung:

1) $P(X_i = 1) = P(A) = p$, $P(X_i = 0) = P(\bar{A}) = 1 - p$

2) $\sum_{i=1}^n x_i = x$ entspricht " x mal Ereignis A und $n - x$ mal \bar{A} "
Wahrscheinlichkeit (bei Unabhängigkeit): $p^x \cdot (1 - p)^{n-x}$

3) Aber: Reihenfolge irrelevant! Anzahl Anordnungen: $\binom{n}{x}$

► Wahrscheinlichkeitsfunktion der Binomialverteilung:

$$f(x) = \begin{cases} \binom{n}{x} \cdot p^x \cdot (1 - p)^{n-x}, & \text{falls } x \in \{0, 1, \dots, n\} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

► Kurzschreibweise: $X \sim B(n; p)$

X ist binomialverteilt mit Parametern n und p

► Tabellen zeigen meist $F(x)$

► für $f(x)$ gilt: $f(x) = F(x) - F(x - 1)$

$X \sim B(n, 0.25)$, Tabelle der Binomialverteilung $F(x) = P(X \leq x)$



$x \setminus n$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0	0.7500	0.5625	0.4219	0.3164	0.2373	0.1780	0.1335	0.1001	0.0751	0.0563	0.0422	0.0317	0.0238	0.0178	0.0134
1	1.0000	0.9375	0.8438	0.7383	0.6328	0.5339	0.4450	0.3671	0.3003	0.2440	0.1971	0.1584	0.1267	0.1010	0.0802
2		1.0000	0.9844	0.9492	0.8965	0.8306	0.7564	0.6786	0.6007	0.5256	0.4552	0.3907	0.3326	0.2811	0.2361
3			1.0000	0.9961	0.9844	0.9624	0.9295	0.8862	0.8343	0.7759	0.7133	0.6488	0.5843	0.5213	0.4613
4				1.0000	0.9990	0.9954	0.9871	0.9727	0.9511	0.9219	0.8854	0.8424	0.7940	0.7415	0.6865
5					1.0000	0.9998	0.9987	0.9958	0.9900	0.9803	0.9657	0.9456	0.9198	0.8883	0.8516
6						1.0000	0.9999	0.9996	0.9987	0.9965	0.9924	0.9858	0.9757	0.9617	0.9434
7							1.0000	0.9999	0.9996	0.9988	0.9972	0.9944	0.9897	0.9827	
8								1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9996	0.9990	0.9979	0.9958
9									1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997	0.9992
10										1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999
11											1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

$x \setminus n$	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
0	0.0100	0.0075	0.0056	0.0042	0.0032	0.0024	0.0018	0.0013	0.0010	0.0008	0.0006	0.0004	0.0003	0.0002	0.0002
1	0.0635	0.0501	0.0395	0.0310	0.0243	0.0190	0.0149	0.0116	0.0090	0.0070	0.0055	0.0042	0.0033	0.0025	0.0020
2	0.1971	0.1637	0.1353	0.1114	0.0913	0.0745	0.0607	0.0492	0.0398	0.0321	0.0258	0.0208	0.0166	0.0133	0.0106
3	0.4050	0.3530	0.3057	0.2631	0.2252	0.1917	0.1624	0.1370	0.1150	0.0962	0.0802	0.0666	0.0551	0.0455	0.0375
4	0.6302	0.5739	0.5187	0.4654	0.4149	0.3674	0.3235	0.2832	0.2467	0.2138	0.1844	0.1583	0.1354	0.1153	0.0979
5	0.8104	0.7653	0.7175	0.6678	0.6172	0.5666	0.5168	0.4685	0.4222	0.3783	0.3372	0.2990	0.2638	0.2317	0.2026
6	0.9205	0.8929	0.8610	0.8251	0.7858	0.7436	0.6994	0.6537	0.6074	0.5611	0.5154	0.4708	0.4279	0.3869	0.3481
7	0.9729	0.9598	0.9431	0.9226	0.8982	0.8701	0.8385	0.8037	0.7662	0.7265	0.6852	0.6427	0.5998	0.5568	0.5143
8	0.9925	0.9876	0.9807	0.9713	0.9591	0.9439	0.9254	0.9037	0.8787	0.8506	0.8196	0.7860	0.7502	0.7126	0.6736
9	0.9984	0.9969	0.9946	0.9911	0.9861	0.9794	0.9705	0.9592	0.9453	0.9287	0.9092	0.8868	0.8616	0.8337	0.8034
10	0.9997	0.9994	0.9988	0.9977	0.9961	0.9936	0.9900	0.9852	0.9787	0.9703	0.9599	0.9472	0.9321	0.9145	0.8943
11	1.0000	0.9999	0.9998	0.9995	0.9991	0.9983	0.9971	0.9954	0.9928	0.9893	0.9845	0.9784	0.9706	0.9610	0.9494
12	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9996	0.9993	0.9988	0.9979	0.9966	0.9948	0.9922	0.9888	0.9842	0.9784
13	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9997	0.9995	0.9991	0.9985	0.9976	0.9962	0.9944	0.9918
14	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9996	0.9993	0.9989	0.9982	0.9973
15	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9997	0.9995	0.9992
16	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9998
17		1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
18			1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

1. Einführung

2. Deskriptive Statistik

3. W-Theorie

Kombinatorik

Zufall und Wahrscheinlichkeit

Zufallsvariablen und Verteilungen

Verteilungsparameter

4. Induktive Statistik

Quellen

Tabellen

Beispiel

Aus einem 32-er Kartenblatt wird **3-mal eine Karte mit Zurücklegen** gezogen.

Wie wahrscheinlich ist es, **2-mal Herz** zu ziehen?

$$X_i = \begin{cases} 1, & \text{falls } i\text{-te Karte Herz} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases} \quad \Rightarrow \quad X_i \sim B(1; \frac{8}{32})$$

$$X = \sum_{i=1}^n X_i = X_1 + X_2 + X_3 \quad \Rightarrow \quad X \sim B(3; \frac{1}{4})$$

Mithilfe der **Wahrscheinlichkeitsfunktion**:

$$P(X = 2) = f(2) = \binom{3}{2} \cdot 0,25^2 \cdot 0,75^1 = 0,1406$$

Mithilfe der **Tabelle** ($n = 3$):

$$P(X = 2) = F(2) - F(1) = 0,9844 - 0,8438 = 0,1406$$



1. Einführung

2. Deskriptive Statistik

3. W-Theorie

Kombinatorik

Zufall und Wahrscheinlichkeit

Zufallsvariablen und
Verteilungen

Verteilungsparameter

4. Induktive Statistik

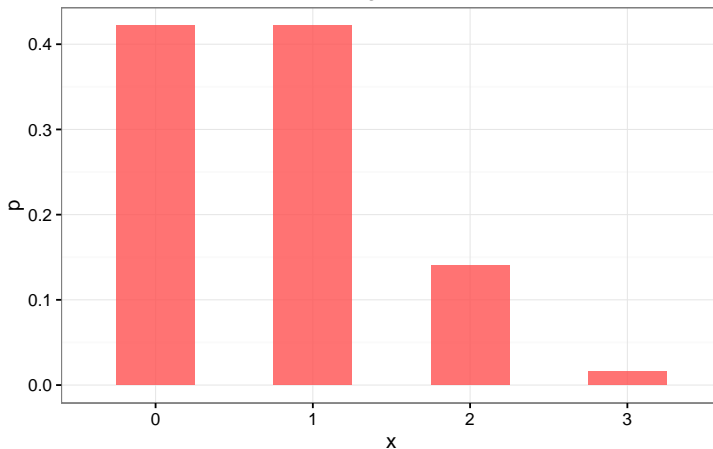
Quellen

Tabellen



► $X \sim B(3, \frac{1}{4})$

Binomial-Vtlg. mit $n=3$ $p=0.25$



1. Einführung

2. Deskriptive Statistik

3. W-Theorie

Kombinatorik

Zufall und Wahrscheinlichkeit

Zufallsvariablen und
Verteilungen

Verteilungsparameter

4. Induktive Statistik

Quellen

Tabellen



1. Einführung

2. Deskriptive Statistik

3. W-Theorie

Kombinatorik

Zufall und Wahrscheinlichkeit

Zufallsvariablen und
Verteilungen

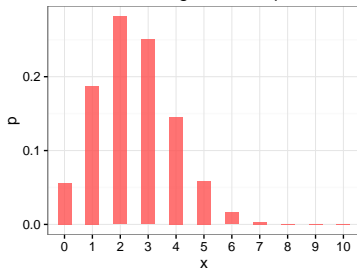
Verteilungsparameter

4. Induktive Statistik

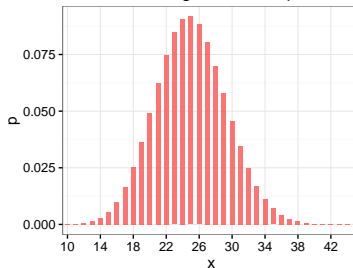
Quellen

Tabellen

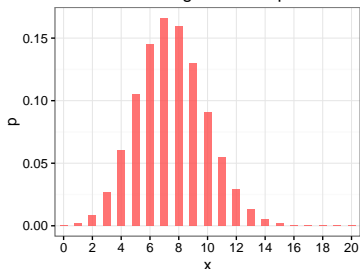
Binomial-Vtlg. mit $n=10$ $p=0.25$



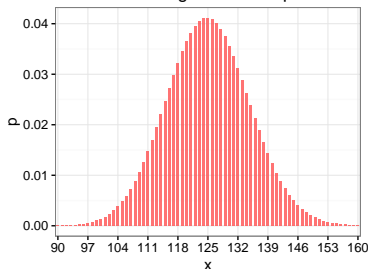
Binomial-Vtlg. mit $n=100$ $p=0.25$



Binomial-Vtlg. mit $n=30$ $p=0.25$



Binomial-Vtlg. mit $n=500$ $p=0.25$





- n -faches Ziehen **ohne** Zurücklegen aus N Objekten, davon M markiert.

X = Anzahl gezogener Objekte mit Markierung

heißt **hypergeometrisch verteilt** mit den Parametern N, M, n .

- Kurzschreibweise: $X \sim \text{Hyp}(N; M; n)$
- Wahrscheinlichkeitsfunktion:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\binom{M}{x} \binom{N-M}{n-x}}{\binom{N}{n}}, & \text{falls } x \text{ möglich} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

- Ist $n \leq \frac{N}{20}$, so gilt: $\text{Hyp}(N; M; n) \approx B(n; \frac{M}{N})$

1. Einführung

2. Deskriptive Statistik

3. W-Theorie

Kombinatorik

Zufall und Wahrscheinlichkeit

Zufallsvariablen und
Verteilungen

Verteilungsparameter

4. Induktive Statistik

Quellen

Tabellen



- ▶ Aus einem 32-Kartenblatt wird 3-mal eine Karte ohne Zurücklegen gezogen.
- ▶ Wie wahrscheinlich ist es, 2-mal "Herz" zu ziehen?
- ▶ D.h.: $N = 32$, $M = 8$, $n = 3$, $x = 2$.

$$\begin{aligned} P(X = 2) = f(2) &= \frac{\binom{8}{2} \binom{32-8}{3-2}}{\binom{32}{3}} = \frac{\binom{8}{2} \binom{24}{1}}{\binom{32}{3}} = \frac{\frac{8!}{2! \cdot 6!} \cdot 24}{\frac{32!}{3! \cdot 29!}} \\ &= \frac{29! \cdot 8! \cdot 3! \cdot 24}{32! \cdot 6! \cdot 2!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 24}{32 \cdot 31 \cdot 30} = \frac{4032}{29760} = \frac{21}{155} \\ &= 0,1355 \end{aligned}$$

Dabei wurde verwendet:

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} \quad \text{und} \quad \binom{n}{1} = n.$$

1. Einführung

2. Deskriptive Statistik

3. W-Theorie

Kombinatorik

Zufall und Wahrscheinlichkeit

Zufallsvariablen und
Verteilungen

Verteilungsparameter

4. Induktive Statistik

Quellen

Tabellen



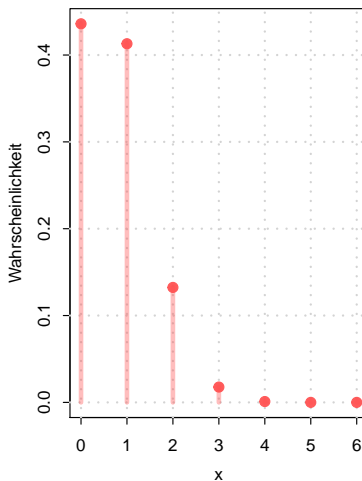
Beispiel: x Treffer im Lotto 6 aus 49

► $X \sim \text{Hyp}(49, 6, 6)$

x	$P(X = x)$ (in %)
0	43.596498
1	41.301945
2	13.237803
3	1.765040
4	0.096862
5	0.001845
6	0.000007

genau 3 Richtige:

$$\frac{\binom{6}{3} \cdot \binom{43}{3}}{\binom{49}{6}} ; \frac{\binom{6}{x} \cdot \binom{49-6}{6-x}}{\binom{49}{6}}$$



1. Einführung

2. Deskriptive Statistik

3. W-Theorie

Kombinatorik

Zufall und Wahrscheinlichkeit

Zufallsvariablen und
Verteilungen

Verteilungsparameter

4. Induktive Statistik

Quellen

Tabellen

Poisson-Verteilung

$$\text{Basis: } X \sim B(n; p) \Leftrightarrow P(X=x) = \binom{n}{x} \cdot p^x \cdot (1-p)^{n-x}$$

Was passiert, wenn $\lambda = n \cdot p$ konstant und $n \rightarrow \infty$?
($p = \frac{\lambda}{n}$)

$$P(X=x) = \binom{n}{x} \cdot \left(\frac{\lambda}{n}\right)^x \cdot \left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^{n-x}$$

$$= \frac{n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot (n-x+1)}{x!} \cdot \frac{\lambda^x}{n^x} \cdot \frac{\left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^n}{\left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^x}$$

$$= \frac{\frac{n}{x} \cdot \left(\frac{n-1}{n}\right) \cdot \dots \cdot \left(\frac{n-x+1}{n}\right)}{x!} \cdot \lambda^x \cdot \frac{\left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^n}{\left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^x}$$

$$\xrightarrow{n \rightarrow \infty} \frac{1 \cdot 1 \cdot \dots \cdot 1}{x!} \cdot \lambda^x \cdot \frac{e^{-\lambda}}{1} = \frac{\lambda^x}{x!} \cdot e^{-\lambda}$$

$$\text{allgemein: } X \sim P(\lambda)$$

„X ist poissonverteilt mit durchschnittlich λ Treffern“



1. Einführung

2. Deskriptive Statistik

3. W-Theorie

Kombinatorik

Zufall und Wahrscheinlichkeit

Zufallsvariablen und
Verteilungen

Verteilungsparameter

4. Induktive Statistik

Quellen

Tabellen

- ▶ Approximation für $B(n; p)$ und $Hyp(N; M; n)$
- ▶ Geeignet, wenn
 p klein ($\leq 0,1$), n groß (≥ 50) und $np \leq 10$.
- ▶ „Verteilung der seltenen Ereignisse“
(z.B. Anzahl 6-er pro Lottoausspielung)
- ▶ X ist **poissonverteilt mit Parameter λ** : $X \sim P(\lambda)$
- ▶ Wahrscheinlichkeitsfunktion:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\lambda^x}{x!} \cdot e^{-\lambda}, & \text{falls } x = 0, 1, 2, \dots \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

- ▶ $F(x)$ in Tabelle
- ▶ Überblick: Approximation

$$Hyp(N; M; n) \xrightarrow{p = \frac{M}{N}} B(n; p) \xrightarrow{\lambda = np = n \frac{M}{N}} P(\lambda)$$

Poissonverteilung: $X \sim P(\lambda)$, Tabelle der Verteilungsfunktionen

Beispiel: $X \sim P(\lambda = 2)$

$$P(X=3) = F(3) - F(2) = 0.8571 - 0.6767 = 0.1804 = \left(\frac{\lambda^x}{x!} e^{-\lambda} = \frac{2^3}{3!} e^{-2} \approx 0.180447 \right)$$

$x \setminus \lambda$	1.6	1.7	1.8	1.9	2	2.1	2.2	2.3	2.4	2.5	2.6	2.7	2.8	2.9	3
0	0.2019	0.1827	0.1653	0.1496	0.1353	0.1225	0.1108	0.1003	0.0907	0.0821	0.0743	0.0672	0.0608	0.0550	0.0498
1	0.5249	0.4933	0.4628	0.4338	0.4060	0.3796	0.3546	0.3309	0.3085	0.2873	0.2674	0.2487	0.2311	0.2146	0.1992
2	0.7834	0.7572	0.7306	0.7037	0.6767	0.6496	0.6227	0.5960	0.5697	0.5438	0.5184	0.4936	0.4695	0.4460	0.4232
3	0.9212	0.9068	0.8913	0.8747	0.8571	0.8387	0.8194	0.7994	0.7787	0.7576	0.7360	0.7141	0.6919	0.6696	0.6472
4	0.9763	0.9704	0.9636	0.9559	0.9474	0.9379	0.9275	0.9163	0.9041	0.8912	0.8774	0.8629	0.8477	0.8318	0.8153
5	0.9940	0.9920	0.9896	0.9868	0.9834	0.9796	0.9751	0.9700	0.9643	0.9580	0.9510	0.9433	0.9349	0.9258	0.9161
6	0.9987	0.9981	0.9974	0.9966	0.9955	0.9941	0.9925	0.9906	0.9884	0.9858	0.9828	0.9794	0.9756	0.9713	0.9665
7	0.9997	0.9996	0.9994	0.9992	0.9989	0.9985	0.9980	0.9974	0.9967	0.9958	0.9947	0.9934	0.9919	0.9901	0.9881
8	1.0000	0.9999	0.9999	0.9998	0.9998	0.9997	0.9995	0.9994	0.9991	0.9989	0.9985	0.9981	0.9976	0.9970	0.9962
9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9999	0.9998	0.9997	0.9996	0.9995	0.9993	0.9992	0.9989
10	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9999	0.9998	0.9998	0.9997
11	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999
12	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

$x \setminus \lambda$	3.1	3.2	3.3	3.4	3.5	3.6	3.7	3.8	3.9	4	4.1	4.2	4.3	4.4	4.5
0	0.0451	0.0408	0.0369	0.0334	0.0302	0.0273	0.0247	0.0224	0.0203	0.0183	0.0166	0.0150	0.0136	0.0123	0.0111
1	0.1847	0.1712	0.1586	0.1469	0.1359	0.1257	0.1162	0.1074	0.0992	0.0916	0.0845	0.0780	0.0719	0.0663	0.0611
2	0.4012	0.3799	0.3594	0.3397	0.3209	0.3028	0.2854	0.2689	0.2531	0.2381	0.2238	0.2102	0.1974	0.1852	0.1736
3	0.6248	0.6025	0.5803	0.5584	0.5366	0.5152	0.4942	0.4735	0.4533	0.4335	0.4142	0.3954	0.3772	0.3595	0.3423
4	0.7982	0.7806	0.7626	0.7442	0.7255	0.7064	0.6872	0.6679	0.6484	0.6288	0.6093	0.5898	0.5704	0.5512	0.5321
5	0.9057	0.8946	0.8829	0.8706	0.8576	0.8441	0.8301	0.8156	0.8006	0.7851	0.7693	0.7532	0.7367	0.7199	0.7029
6	0.9612	0.9554	0.9490	0.9422	0.9347	0.9267	0.9182	0.9091	0.8995	0.8893	0.8787	0.8675	0.8558	0.8437	0.8311
7	0.9858	0.9832	0.9802	0.9769	0.9733	0.9692	0.9648	0.9599	0.9546	0.9489	0.9427	0.9361	0.9290	0.9214	0.9134
8	0.9953	0.9943	0.9931	0.9917	0.9901	0.9883	0.9863	0.9840	0.9815	0.9786	0.9755	0.9721	0.9683	0.9642	0.9598
9	0.9986	0.9982	0.9978	0.9973	0.9967	0.9960	0.9952	0.9942	0.9931	0.9919	0.9905	0.9889	0.9871	0.9851	0.9829
10	0.9996	0.9995	0.9994	0.9992	0.9990	0.9987	0.9984	0.9981	0.9977	0.9972	0.9966	0.9959	0.9952	0.9943	0.9933
11	0.9999	0.9999	0.9998	0.9998	0.9997	0.9996	0.9995	0.9994	0.9993	0.9991	0.9989	0.9986	0.9983	0.9980	0.9976
12	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9998	0.9997	0.9997	0.9996	0.9995	0.9994	0.9992
13	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9998	0.9998
14	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999
15	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000



1. Einführung

2. Deskriptive Statistik

3. W-Theorie

Kombinatorik

Zufall und Wahrscheinlichkeit

Zufallsvariablen und Verteilungen

Verteilungsparameter

4. Induktive Statistik

Quellen

Tabellen



Beispiel

- ▶ $X \sim B(10\,000; 0,0003)$; In Tabelle der Binomialverteilung nicht vertafelt! Approximation:

$$\left. \begin{array}{l} p = 0,0003 < 0,1 \\ n = 10\,000 > 50 \\ np = 3 < 10 \end{array} \right\} \Rightarrow B(10\,000; 0,0003) \approx P(3)$$

λ =

- ▶ Mithilfe der Wahrscheinlichkeitsfunktion:

$$P(X = 5) = \frac{3^5}{5!} \cdot e^{-3} = 0,1008188$$

- ▶ Mithilfe der Tabelle der Poissonverteilung:

$$P(X = 5) = F(5) - F(4) = 0,9161 - 0,8153 = 0,1008$$

- ▶ Exakter Wert: $P(X = 5) = 0,1008239$

1. Einführung

2. Deskriptive Statistik

3. W-Theorie

Kombinatorik

Zufall und Wahrscheinlichkeit

Zufallsvariablen und
Verteilungen

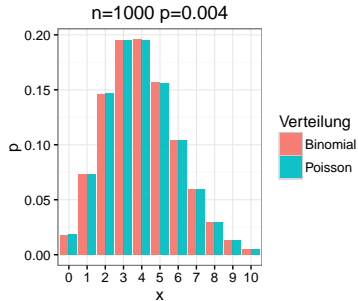
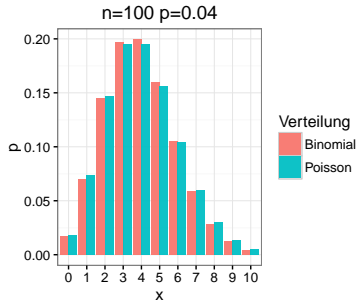
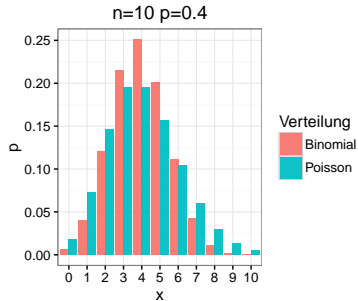
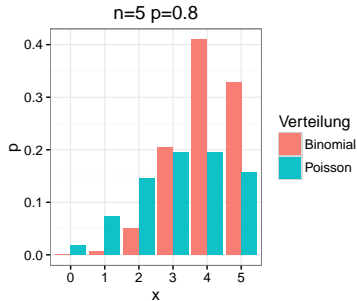
Verteilungsparameter

4. Induktive Statistik

Quellen

Tabellen

Poisson- versus Binomialverteilung: Vergleich



- 1. Einführung
- 2. Deskriptive Statistik
- 3. W-Theorie
 - Kombinatorik
 - Zufall und Wahrscheinlichkeit
 - Zufallsvariablen und Verteilungen
 - Verteilungsparameter
- 4. Induktive Statistik
- Quellen
- Tabellen

Binomialverteilung $X \sim B(n; p)$, Verteilungsfunktion $F(x) = P(X \leq x)$



$n = 2$

$\downarrow x \quad p \rightarrow$	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.2	0.25	0.3	0.4	0.5
0	0.9801	0.9604	0.9409	0.9216	0.9025	0.8836	0.8649	0.8464	0.8281	0.8100	0.6400	0.5625	0.4900	0.3600	0.2500
1	0.9999	0.9996	0.9991	0.9984	0.9975	0.9964	0.9951	0.9936	0.9919	0.9900	0.9600	0.9375	0.9100	0.8400	0.7500

$n = 3$

$\downarrow x \quad p \rightarrow$	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.2	0.25	0.3	0.4	0.5
0	0.9703	0.9412	0.9127	0.8847	0.8574	0.8306	0.8044	0.7787	0.7536	0.7290	0.5120	0.4219	0.3430	0.2160	0.1250
1	0.9997	0.9988	0.9974	0.9953	0.9928	0.9896	0.9860	0.9818	0.9772	0.9720	0.8960	0.8438	0.7840	0.6480	0.5000
2	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9998	0.9997	0.9995	0.9993	0.9990	0.9920	0.9844	0.9730	0.9360	0.8750

$n = 4$

$\downarrow x \quad p \rightarrow$	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.2	0.25	0.3	0.4	0.5
0	0.9606	0.9224	0.8853	0.8493	0.8145	0.7807	0.7481	0.7164	0.6857	0.6561	0.4096	0.3164	0.2401	0.1296	0.0625
1	0.9994	0.9977	0.9948	0.9909	0.9860	0.9801	0.9733	0.9656	0.9570	0.9477	0.8192	0.7383	0.6517	0.4752	0.3125
2	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9995	0.9992	0.9987	0.9981	0.9973	0.9963	0.9728	0.9492	0.9163	0.8208	0.6875
3	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9984	0.9961	0.9919	0.9744	0.9375

$n = 5$

$\downarrow x \quad p \rightarrow$	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.2	0.25	0.3	0.4	0.5
0	0.9510	0.9039	0.8587	0.8154	0.7738	0.7339	0.6957	0.6591	0.6240	0.5905	0.3277	0.2373	0.1681	0.0778	0.0313
1	0.9990	0.9962	0.9915	0.9852	0.9774	0.9681	0.9575	0.9456	0.9326	0.9185	0.7373	0.6328	0.5282	0.3370	0.1875
2	1.0000	0.9999	0.9997	0.9994	0.9988	0.9980	0.9969	0.9955	0.9937	0.9914	0.9421	0.8965	0.8369	0.6826	0.5000
3	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9998	0.9997	0.9995	0.9933	0.9844	0.9692	0.9130	0.8125
4	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9997	0.9990	0.9976	0.9898	0.9688

1. Einführung
2. Deskriptive Statistik
3. W-Theorie
4. Induktive Statistik

Quellen

Tabellen

Binomialverteilung

Poissonverteilung

Standardnormalverteilung

χ^2 -Verteilung

t-Verteilung

F-Verteilung

Binomialverteilung $X \sim B(n; p)$, Verteilungsfunktion $F(x) = P(X \leq x)$



n = 6															
$\downarrow x \quad p \rightarrow$	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.2	0.25	0.3	0.4	0.5
0	0.9415	0.8858	0.8330	0.7828	0.7351	0.6899	0.6470	0.6064	0.5679	0.5314	0.2621	0.1780	0.1176	0.0467	0.0156
1	0.9985	0.9943	0.9875	0.9784	0.9672	0.9541	0.9392	0.9227	0.9048	0.8857	0.6554	0.5339	0.4202	0.2333	0.1094
2	1.0000	0.9998	0.9995	0.9988	0.9978	0.9962	0.9942	0.9915	0.9882	0.9842	0.9011	0.8306	0.7443	0.5443	0.3438
3	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9997	0.9995	0.9992	0.9987	0.9830	0.9624	0.9295	0.8208	0.6563
4	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9984	0.9954	0.9891	0.9590	0.8906
5	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9993	0.9959	0.9844

n = 7															
$\downarrow x \quad p \rightarrow$	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.2	0.25	0.3	0.4	0.5
0	0.9321	0.8681	0.8080	0.7514	0.6983	0.6485	0.6017	0.5578	0.5168	0.4783	0.2097	0.1335	0.0824	0.0280	0.0078
1	0.9980	0.9921	0.9829	0.9706	0.9556	0.9382	0.9187	0.8974	0.8745	0.8503	0.5767	0.4449	0.3294	0.1586	0.0625
2	1.0000	0.9997	0.9991	0.9980	0.9962	0.9937	0.9903	0.9860	0.9807	0.9743	0.8520	0.7564	0.6471	0.4199	0.2266
3	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9996	0.9993	0.9988	0.9982	0.9973	0.9667	0.9294	0.8740	0.7102	0.5000
4	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9998	0.9953	0.9871	0.9712	0.9037	0.7734
5	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9996	0.9987	0.9962	0.9812	0.9375
6	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9984	0.9922

n = 8															
$\downarrow x \quad p \rightarrow$	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.2	0.25	0.3	0.4	0.5
0	0.9227	0.8508	0.7837	0.7214	0.6634	0.6096	0.5596	0.5132	0.4703	0.4305	0.1678	0.1001	0.0576	0.0168	0.0039
1	0.9973	0.9897	0.9777	0.9619	0.9428	0.9208	0.8965	0.8702	0.8423	0.8131	0.5033	0.3671	0.2553	0.1064	0.0352
2	0.9999	0.9996	0.9987	0.9969	0.9942	0.9904	0.9853	0.9789	0.9711	0.9619	0.7969	0.6785	0.5518	0.3154	0.1445
3	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9996	0.9993	0.9987	0.9978	0.9966	0.9950	0.9437	0.8862	0.8059	0.5941	0.3633
4	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9997	0.9996	0.9896	0.9727	0.9420	0.8263	0.6367
5	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9988	0.9958	0.9887	0.9502	0.8555
6	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9996	0.9987	0.9915	0.9648
7	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9993	0.9961

1. Einführung
2. Deskriptive Statistik
3. W-Theorie
4. Induktive Statistik

Quellen

Tabellen

Binomialverteilung

Poissonverteilung

Standardnormalverteilung

χ^2 -Verteilung

t-Verteilung

F-Verteilung

Binomialverteilung $X \sim B(n; p)$, Verteilungsfunktion $F(x) = P(X \leq x)$



$n = 9$

$\downarrow x \quad p \rightarrow$	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.2	0.25	0.3	0.4	0.5
0	0.9135	0.8337	0.7602	0.6925	0.6302	0.5730	0.5204	0.4722	0.4279	0.3874	0.1342	0.0751	0.0404	0.0101	0.0020
1	0.9966	0.9869	0.9718	0.9522	0.9288	0.9022	0.8729	0.8417	0.8088	0.7748	0.4362	0.3003	0.1960	0.0705	0.0195
2	0.9999	0.9994	0.9980	0.9955	0.9916	0.9862	0.9791	0.9702	0.9595	0.9470	0.7382	0.6007	0.4628	0.2318	0.0898
3	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997	0.9994	0.9987	0.9977	0.9963	0.9943	0.9917	0.9144	0.8343	0.7297	0.4826	0.2539
4	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9997	0.9995	0.9991	0.9804	0.9511	0.9012	0.7334	0.5000
5	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9969	0.9900	0.9747	0.9006	0.7461
6	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9997	0.9987	0.9957	0.9750	0.9102
7	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9996	0.9962	0.9805
8	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9997	0.9980

$n = 10$

$\downarrow x \quad p \rightarrow$	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.2	0.25	0.3	0.4	0.5
0	0.9044	0.8171	0.7374	0.6648	0.5987	0.5386	0.4840	0.4344	0.3894	0.3487	0.1074	0.0563	0.0282	0.0060	0.0010
1	0.9957	0.9838	0.9655	0.9418	0.9139	0.8824	0.8483	0.8121	0.7746	0.7361	0.3758	0.2440	0.1493	0.0464	0.0107
2	0.9999	0.9991	0.9972	0.9938	0.9885	0.9812	0.9717	0.9599	0.9460	0.9298	0.6778	0.5256	0.3828	0.1673	0.0547
3	1.0000	1.0000	0.9999	0.9996	0.9990	0.9980	0.9964	0.9942	0.9912	0.9872	0.8791	0.7759	0.6496	0.3823	0.1719
4	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9997	0.9994	0.9990	0.9984	0.9672	0.9219	0.8497	0.6331	0.3770
5	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9936	0.9803	0.9527	0.8338	0.6230
6	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9991	0.9965	0.9894	0.9452	0.8281
7	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9996	0.9984	0.9877	0.9453
8	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9983	0.9893
9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9990

1. Einführung

2. Deskriptive Statistik

3. W-Theorie

4. Induktive Statistik

Quellen

Tabellen

Binomialverteilung

Poissonverteilung

Standardnormalverteilung

χ^2 -Verteilung

t-Verteilung

F-Verteilung

Binomialverteilung $X \sim B(n; p)$, Verteilungsfunktion $F(x) = P(X \leq x)$



$n = 15$

$\downarrow x \quad p \rightarrow$	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.2	0.25	0.3	0.4	0.5
0	0.8601	0.7386	0.6333	0.5421	0.4633	0.3953	0.3367	0.2863	0.2430	0.2059	0.0352	0.0134	0.0047	0.0005	0.0000
1	0.9904	0.9647	0.9270	0.8809	0.8290	0.7738	0.7168	0.6597	0.6035	0.5490	0.1671	0.0802	0.0353	0.0052	0.0005
2	0.9996	0.9970	0.9906	0.9797	0.9638	0.9429	0.9171	0.8870	0.8531	0.8159	0.3980	0.2361	0.1268	0.0271	0.0037
3	1.0000	0.9998	0.9992	0.9976	0.9945	0.9896	0.9825	0.9727	0.9601	0.9444	0.6482	0.4613	0.2969	0.0905	0.0176
4	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9994	0.9986	0.9972	0.9950	0.9918	0.9873	0.8358	0.6865	0.5155	0.2173	0.0592
5	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9997	0.9993	0.9987	0.9978	0.9389	0.8516	0.7216	0.4032	0.1509
6	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9997	0.9819	0.9434	0.8689	0.6098	0.3036
7	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9958	0.9827	0.9500	0.7869	0.5000
8	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9992	0.9958	0.9848	0.9050	0.6964
9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9992	0.9963	0.9662	0.8491
10	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9993	0.9907	0.9408
11	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9981	0.9824
12	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9997	0.9963
13	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9995
14	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

1. Einführung

2. Deskriptive Statistik

3. W-Theorie

4. Induktive Statistik

Quellen

Tabellen

Binomialverteilung

Poissonverteilung

Standardnormalverteilung

χ^2 -Verteilung

t-Verteilung

F-Verteilung

Binomialverteilung $X \sim B(n; p)$, Verteilungsfunktion $F(x) = P(X \leq x)$



$n = 20$

$\downarrow x \quad p \rightarrow$	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.2	0.25	0.3	0.4	0.5
0	0.8179	0.6676	0.5438	0.4420	0.3585	0.2901	0.2342	0.1887	0.1516	0.1216	0.0115	0.0032	0.0008	0.0000	0.0000
1	0.9831	0.9401	0.8802	0.8103	0.7358	0.6605	0.5869	0.5169	0.4516	0.3917	0.0692	0.0243	0.0076	0.0005	0.0000
2	0.9990	0.9929	0.9790	0.9561	0.9245	0.8850	0.8390	0.7879	0.7334	0.6769	0.2061	0.0913	0.0355	0.0036	0.0002
3	1.0000	0.9994	0.9973	0.9926	0.9841	0.9710	0.9529	0.9294	0.9007	0.8670	0.4114	0.2252	0.1071	0.0160	0.0013
4	1.0000	1.0000	0.9997	0.9990	0.9974	0.9944	0.9893	0.9817	0.9710	0.9568	0.6296	0.4148	0.2375	0.0510	0.0059
5	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997	0.9991	0.9981	0.9962	0.9932	0.9887	0.8042	0.6172	0.4164	0.1256	0.0207
6	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997	0.9994	0.9987	0.9976	0.9133	0.7858	0.6080	0.2500	0.0577
7	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9996	0.9679	0.8982	0.7723	0.4159	0.1316
8	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9900	0.9591	0.8867	0.5956	0.2517
9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9974	0.9861	0.9520	0.7553	0.4119
10	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9994	0.9961	0.9829	0.8725	0.5881
11	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9991	0.9949	0.9435	0.7483
12	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998	0.9987	0.9790	0.8684
13	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9997	0.9935	0.9423
14	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9984	0.9793
15	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9997	0.9941
16	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9987
17	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998
18	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
19	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

1. Einführung

2. Deskriptive Statistik

3. W-Theorie

4. Induktive Statistik

Quellen

Tabellen

Binomialverteilung

Poissonverteilung

Standardnormalverteilung

χ^2 -Verteilung

t-Verteilung

F-Verteilung

Binomialverteilung $X \sim B(n; p)$, Verteilungsfunktion $F(x) = P(X \leq x)$



$n = 25$

$\downarrow x \quad p \rightarrow$	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.2	0.25	0.3	0.4	0.5
0	0.7778	0.6035	0.4670	0.3604	0.2774	0.2129	0.1630	0.1244	0.0946	0.0718	0.0038	0.0008	0.0001	0.0000	0.0000
1	0.9742	0.9114	0.8280	0.7358	0.6424	0.5527	0.4696	0.3947	0.3286	0.2712	0.0274	0.0070	0.0016	0.0001	0.0000
2	0.9980	0.9868	0.9620	0.9235	0.8729	0.8129	0.7466	0.6768	0.6063	0.5371	0.0982	0.0321	0.0090	0.0004	0.0000
3	0.9999	0.9986	0.9938	0.9835	0.9659	0.9402	0.9064	0.8649	0.8169	0.7636	0.2340	0.0962	0.0332	0.0024	0.0001
4	1.0000	0.9999	0.9992	0.9972	0.9928	0.9850	0.9726	0.9549	0.9314	0.9020	0.4207	0.2137	0.0905	0.0095	0.0005
5	1.0000	1.0000	0.9999	0.9996	0.9988	0.9969	0.9935	0.9877	0.9790	0.9666	0.6167	0.3783	0.1935	0.0294	0.0020
6	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998	0.9995	0.9987	0.9972	0.9946	0.9905	0.7800	0.5611	0.3407	0.0736	0.0073
7	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9995	0.9989	0.9977	0.8909	0.7265	0.5118	0.1536	0.0216
8	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9995	0.9532	0.8506	0.6769	0.2735	0.0539
9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9827	0.9287	0.8106	0.4246	0.1148
10	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9944	0.9703	0.9022	0.5858	0.2122
11	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9985	0.9893	0.9558	0.7323	0.3450
12	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9996	0.9966	0.9825	0.8462	0.5000
13	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9991	0.9940	0.9222	0.6550
14	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998	0.9982	0.9656	0.7878
15	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9995	0.9868	0.8852
16	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9957	0.9461
17	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9988	0.9784
18	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9997	0.9927
19	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9980
20	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9995
21	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999
22	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
23	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
24	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

1. Einführung

2. Deskriptive Statistik

3. W-Theorie

4. Induktive Statistik

Quellen

Tabellen

Binomialverteilung

Poissonverteilung

Standardnormalverteilung

χ^2 -Verteilung

t-Verteilung

F-Verteilung

Binomialverteilung $X \sim B(n; p)$, Verteilungsfunktion $F(x) = P(X \leq x)$

n = 50																
$\downarrow x \quad p \rightarrow$	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.2	0.25	0.3	0.4	0.5	
0	0.6050	0.3642	0.2181	0.1299	0.0769	0.0453	0.0266	0.0155	0.0090	0.0052	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	
1	0.9106	0.7358	0.5553	0.4005	0.2794	0.1900	0.1265	0.0827	0.0532	0.0338	0.0002	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	
2	0.9862	0.9216	0.8108	0.6767	0.5405	0.4162	0.3108	0.2260	0.1605	0.1117	0.0013	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	
3	0.9984	0.9822	0.9372	0.8609	0.7604	0.6473	0.5327	0.4253	0.3303	0.2503	0.0057	0.0005	0.0000	0.0000	0.0000	
4	0.9999	0.9968	0.9832	0.9510	0.8964	0.8206	0.7290	0.6290	0.5277	0.4312	0.0185	0.0021	0.0002	0.0000	0.0000	
5	1.0000	0.9995	0.9963	0.9856	0.9622	0.9224	0.8650	0.7919	0.7072	0.6161	0.0480	0.0070	0.0007	0.0000	0.0000	
6	1.0000	0.9999	0.9993	0.9964	0.9882	0.9711	0.9417	0.8981	0.8404	0.7702	0.1034	0.0194	0.0025	0.0000	0.0000	
7	1.0000	1.0000	0.9999	0.9992	0.9968	0.9906	0.9780	0.9562	0.9232	0.8779	0.1904	0.0453	0.0073	0.0001	0.0000	
8	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9992	0.9973	0.9927	0.9833	0.9672	0.9421	0.3073	0.0916	0.0183	0.0002	0.0000	
9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998	0.9993	0.9978	0.9944	0.9875	0.9755	0.4437	0.1637	0.0402	0.0008	0.0000	
10	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998	0.9994	0.9983	0.9957	0.9906	0.5836	0.2622	0.0789	0.0022	0.0000	
11	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9995	0.9987	0.9968	0.7107	0.3816	0.1390	0.0057	0.0000	
12	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9996	0.9990	0.8139	0.5110	0.2229	0.0133	0.0002	
13	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997	0.8894	0.6370	0.3279	0.0280	0.0005	
14	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9393	0.7481	0.4468	0.0540	0.0013	
15	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9692	0.8369	0.5692	0.0955	0.0033	
16	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9856	0.9017	0.6839	0.1561	0.0077	
17	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9937	0.9449	0.7822	0.2369	0.0164	
18	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9975	0.9713	0.8594	0.3356	0.0325	
19	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9991	0.9861	0.9152	0.4465	0.0595	
20	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9997	0.9937	0.9522	0.5610	0.1013	
21	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9974	0.9749	0.6701	0.1611	
22	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9990	0.9877	0.7660	0.2399	
23	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9996	0.9944	0.8438	0.3359	
24	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9976	0.9022	0.4439	
25	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9991	0.9427	0.5561	
26	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9997	0.9686	0.6641	
27	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9840	0.7601	
28	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9924	0.8389	
29	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9966	0.8987	
30	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9986	0.9405	
31	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9995	0.9675	
32	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998	0.9836	
33	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9923	
34	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9967	
35	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9987	



1. Einführung
 2. Deskriptive Statistik
 3. W-Theorie
 4. Induktive Statistik
- Quellen
- Tabellen
- Binomialverteilung
 - Poissonverteilung
 - Standardnormalverteilung
 - χ^2 -Verteilung
 - t-Verteilung
 - F-Verteilung

Binomialverteilung $X \sim B(n; p)$, Verteilungsfunktion $F(x) = P(X \leq x)$

$n = 100$

$\downarrow x \quad p \rightarrow$	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.2	0.25	0.3	0.4	0.5
0	0.3660	0.1326	0.0476	0.0169	0.0059	0.0021	0.0007	0.0002	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
1	0.7358	0.4033	0.1946	0.0872	0.0371	0.0152	0.0060	0.0023	0.0009	0.0003	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2	0.9206	0.6767	0.4198	0.2321	0.1183	0.0566	0.0258	0.0113	0.0048	0.0019	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
3	0.9816	0.8590	0.6472	0.4295	0.2578	0.1430	0.0744	0.0367	0.0173	0.0078	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
4	0.9966	0.9492	0.8179	0.6289	0.4360	0.2768	0.1632	0.0903	0.0474	0.0237	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
5	0.9995	0.9845	0.9192	0.7884	0.6160	0.4407	0.2914	0.1799	0.1045	0.0576	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
6	0.9999	0.9959	0.9688	0.8936	0.7660	0.6064	0.4443	0.3032	0.1940	0.1172	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
7	1.0000	0.9991	0.9894	0.9525	0.8720	0.7483	0.5988	0.4471	0.3128	0.2061	0.0003	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
8	1.0000	0.9998	0.9968	0.9810	0.9369	0.8537	0.7340	0.5926	0.4494	0.3209	0.0009	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
9	1.0000	1.0000	0.9991	0.9932	0.9718	0.9225	0.8380	0.7220	0.5875	0.4513	0.0023	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
10	1.0000	1.0000	0.9998	0.9978	0.9885	0.9624	0.9092	0.8243	0.7118	0.5832	0.0057	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000
11	1.0000	1.0000	1.0000	0.9993	0.9957	0.9832	0.9531	0.8972	0.8124	0.7030	0.0126	0.0004	0.0000	0.0000	0.0000
12	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998	0.9985	0.9931	0.9776	0.9441	0.8862	0.8018	0.0253	0.0010	0.0000	0.0000	0.0000
13	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9995	0.9974	0.9901	0.9718	0.9355	0.8761	0.0469	0.0025	0.0001	0.0000	0.0000
14	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9991	0.9959	0.9867	0.9659	0.9274	0.0804	0.0054	0.0002	0.0000	0.0000
15	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9997	0.9984	0.9942	0.9831	0.9601	0.1285	0.0111	0.0004	0.0000	0.0000
16	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9994	0.9976	0.9922	0.9794	0.1923	0.0211	0.0010	0.0000	0.0000
17	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998	0.9991	0.9966	0.9900	0.2712	0.0376	0.0022	0.0000	0.0000
18	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997	0.9986	0.9954	0.3621	0.0630	0.0045	0.0000	0.0000
19	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9995	0.9980	0.4602	0.0995	0.0089	0.0000	0.0000
20	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998	0.9992	0.5595	0.1488	0.0165	0.0000	0.0000
21	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997	0.6540	0.2114	0.0288	0.0000	0.0000
22	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.7389	0.2864	0.0479	0.0001	0.0000
23	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.8109	0.3711	0.0755	0.0003	0.0000
24	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.8686	0.4617	0.1136	0.0006	0.0000
25	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9125	0.5535	0.1631	0.0012	0.0000
26	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9442	0.6417	0.2244	0.0024	0.0000
27	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9658	0.7224	0.2964	0.0046	0.0000
28	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9800	0.7925	0.3768	0.0084	0.0000
29	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9888	0.8505	0.4623	0.0148	0.0000
30	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9939	0.8962	0.5491	0.0248	0.0000
31	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9969	0.9307	0.6331	0.0398	0.0001
32	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9984	0.9554	0.7107	0.0615	0.0002
33	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9993	0.9724	0.7793	0.0913	0.0004
34	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9997	0.9836	0.8371	0.1303	0.0009
35	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9906	0.8839	0.1795	0.0018



1. Einführung
2. Deskriptive Statistik
3. W-Theorie
4. Induktive Statistik

Quellen

Tabellen

Binomialverteilung

Poissonverteilung

Standardnormalverteilung

χ^2 -Verteilung

t-Verteilung

F-Verteilung

Poissonverteilung $X_\lambda \sim P(\lambda)$, Verteilungsfunktionen

$$F_\lambda(x) = P(X_\lambda \leq x)$$



$\downarrow x \quad \lambda \rightarrow$	1	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2	2.1	2.2	2.3	2.4
0	0.3679	0.3329	0.3012	0.2725	0.2466	0.2231	0.2019	0.1827	0.1653	0.1496	0.1353	0.1225	0.1108	0.1003	0.0907
1	0.7358	0.6990	0.6626	0.6268	0.5918	0.5578	0.5249	0.4932	0.4628	0.4337	0.4060	0.3796	0.3546	0.3309	0.3084
2	0.9197	0.9004	0.8795	0.8571	0.8335	0.8088	0.7834	0.7572	0.7306	0.7037	0.6767	0.6496	0.6227	0.5960	0.5697
3	0.9810	0.9743	0.9662	0.9569	0.9463	0.9344	0.9212	0.9068	0.8913	0.8747	0.8571	0.8386	0.8194	0.7993	0.7787
4	0.9963	0.9946	0.9923	0.9893	0.9857	0.9814	0.9763	0.9704	0.9636	0.9559	0.9473	0.9379	0.9275	0.9162	0.9041
5	0.9994	0.9990	0.9985	0.9978	0.9968	0.9955	0.9940	0.9920	0.9896	0.9868	0.9834	0.9796	0.9751	0.9700	0.9643
6	0.9999	0.9999	0.9997	0.9996	0.9994	0.9991	0.9987	0.9981	0.9974	0.9966	0.9955	0.9941	0.9925	0.9906	0.9884
7	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9998	0.9997	0.9996	0.9994	0.9992	0.9989	0.9985	0.9980	0.9974	0.9967
8	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9998	0.9998	0.9997	0.9997	0.9995	0.9994	0.9991
9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9999	0.9998

$\downarrow x \quad \lambda \rightarrow$	2.5	2.75	3	3.25	3.5	3.75	4	4.25	4.5	4.75	5	5.25	5.5	5.75	6
0	0.0821	0.0639	0.0498	0.0388	0.0302	0.0235	0.0183	0.0143	0.0111	0.0087	0.0067	0.0052	0.0041	0.0032	0.0025
1	0.2873	0.2397	0.1991	0.1648	0.1359	0.1117	0.0916	0.0749	0.0611	0.0497	0.0404	0.0328	0.0266	0.0215	0.0174
2	0.5438	0.4815	0.4232	0.3696	0.3208	0.2771	0.2381	0.2037	0.1736	0.1473	0.1247	0.1051	0.0884	0.0741	0.0620
3	0.7576	0.7030	0.6472	0.5914	0.5366	0.4838	0.4335	0.3862	0.3423	0.3019	0.2650	0.2317	0.2017	0.1749	0.1512
4	0.8912	0.8554	0.8153	0.7717	0.7254	0.6775	0.6288	0.5801	0.5321	0.4854	0.4405	0.3978	0.3575	0.3199	0.2851
5	0.9580	0.9392	0.9161	0.8888	0.8576	0.8229	0.7851	0.7449	0.7029	0.6597	0.6160	0.5722	0.5289	0.4866	0.4457
6	0.9858	0.9776	0.9665	0.9523	0.9347	0.9137	0.8893	0.8617	0.8311	0.7978	0.7622	0.7248	0.6860	0.6464	0.6063
7	0.9958	0.9927	0.9881	0.9817	0.9733	0.9624	0.9489	0.9326	0.9134	0.8914	0.8666	0.8392	0.8095	0.7776	0.7440
8	0.9989	0.9978	0.9962	0.9937	0.9901	0.9852	0.9786	0.9702	0.9597	0.9470	0.9319	0.9144	0.8944	0.8719	0.8472
9	0.9997	0.9994	0.9989	0.9980	0.9967	0.9947	0.9919	0.9880	0.9829	0.9764	0.9682	0.9582	0.9462	0.9322	0.9161
10	0.9999	0.9999	0.9997	0.9994	0.9990	0.9983	0.9972	0.9956	0.9933	0.9903	0.9863	0.9812	0.9747	0.9669	0.9574
11	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9997	0.9995	0.9991	0.9985	0.9976	0.9963	0.9945	0.9922	0.9890	0.9850	0.9799
12	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9997	0.9995	0.9992	0.9987	0.9980	0.9970	0.9955	0.9937	0.9912
13	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9997	0.9996	0.9993	0.9989	0.9983	0.9975	0.9964
14	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9998	0.9996	0.9994	0.9991	0.9986
15	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9998	0.9997	0.9995
16	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9999	0.9998
17	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999

1. Einführung

2. Deskriptive Statistik

3. W-Theorie

4. Induktive Statistik

Quellen

Tabellen

Binomialverteilung

Poissonverteilung

Standardnormalverteilung

χ^2 -Verteilung

t-Verteilung

F-Verteilung

Poissonverteilung $X_\lambda \sim P(\lambda)$, Verteilungsfunktionen

$$F_\lambda(x) = P(X_\lambda \leq x)$$



$\downarrow x \quad \lambda \rightarrow$	6.25	6.5	6.75	7	7.25	7.5	7.75	8	8.25	8.5	8.75	9	9.25	9.5	10
0	0.0019	0.0015	0.0012	0.0009	0.0007	0.0006	0.0004	0.0003	0.0003	0.0002	0.0002	0.0001	0.0001	0.0001	0.0000
1	0.0140	0.0113	0.0091	0.0073	0.0059	0.0047	0.0038	0.0030	0.0024	0.0019	0.0015	0.0012	0.0010	0.0008	0.0005
2	0.0517	0.0430	0.0357	0.0296	0.0245	0.0203	0.0167	0.0138	0.0113	0.0093	0.0076	0.0062	0.0051	0.0042	0.0028
3	0.1303	0.1118	0.0958	0.0818	0.0696	0.0591	0.0501	0.0424	0.0358	0.0301	0.0253	0.0212	0.0178	0.0149	0.0103
4	0.2530	0.2237	0.1970	0.1730	0.1514	0.1321	0.1149	0.0996	0.0862	0.0744	0.0640	0.0550	0.0471	0.0403	0.0293
5	0.4064	0.3690	0.3338	0.3007	0.2699	0.2414	0.2152	0.1912	0.1694	0.1496	0.1317	0.1157	0.1013	0.0885	0.0671
6	0.5662	0.5265	0.4876	0.4497	0.4132	0.3782	0.3449	0.3134	0.2838	0.2562	0.2305	0.2068	0.1849	0.1649	0.1301
7	0.7089	0.6728	0.6359	0.5987	0.5615	0.5246	0.4884	0.4530	0.4186	0.3856	0.3540	0.3239	0.2954	0.2687	0.2202
8	0.8204	0.7916	0.7611	0.7291	0.6960	0.6620	0.6274	0.5925	0.5577	0.5231	0.4890	0.4557	0.4232	0.3918	0.3328
9	0.8978	0.8774	0.8549	0.8305	0.8043	0.7764	0.7471	0.7166	0.6852	0.6530	0.6203	0.5874	0.5545	0.5218	0.4579
10	0.9462	0.9332	0.9183	0.9015	0.8828	0.8622	0.8399	0.8159	0.7903	0.7634	0.7352	0.7060	0.6760	0.6453	0.5830
11	0.9737	0.9661	0.9571	0.9467	0.9345	0.9208	0.9053	0.8881	0.8692	0.8487	0.8266	0.8030	0.7781	0.7520	0.6968
12	0.9880	0.9840	0.9790	0.9730	0.9658	0.9573	0.9475	0.9362	0.9234	0.9091	0.8932	0.8758	0.8568	0.8364	0.7916
13	0.9949	0.9929	0.9904	0.9872	0.9832	0.9784	0.9727	0.9658	0.9578	0.9486	0.9380	0.9261	0.9129	0.8981	0.8645
14	0.9979	0.9970	0.9958	0.9943	0.9923	0.9897	0.9866	0.9827	0.9781	0.9726	0.9661	0.9585	0.9499	0.9400	0.9165
15	0.9992	0.9988	0.9983	0.9976	0.9966	0.9954	0.9938	0.9918	0.9893	0.9862	0.9824	0.9780	0.9727	0.9665	0.9513
16	0.9997	0.9996	0.9994	0.9990	0.9986	0.9980	0.9973	0.9963	0.9950	0.9934	0.9914	0.9889	0.9859	0.9823	0.9730
17	0.9999	0.9998	0.9998	0.9996	0.9995	0.9992	0.9989	0.9984	0.9978	0.9970	0.9960	0.9947	0.9931	0.9911	0.9857
18	1.0000	0.9999	0.9999	0.9999	0.9998	0.9997	0.9996	0.9993	0.9991	0.9987	0.9982	0.9976	0.9968	0.9957	0.9928
19	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9998	0.9997	0.9996	0.9995	0.9992	0.9989	0.9986	0.9980	0.9965
20	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9999	0.9998	0.9997	0.9996	0.9994	0.9991	0.9984
21	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9999	0.9998	0.9997	0.9996	0.9993
22	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9999	0.9997
23	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999
24	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
25	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

1. Einführung

2. Deskriptive Statistik

3. W-Theorie

4. Induktive Statistik

Quellen

Tabellen

Binomialverteilung

Poissonverteilung

Standardnormalverteilung

χ^2 -Verteilung

t-Verteilung

F-Verteilung