deadline zur Anmeldung für Statistik PLUS:
Heute (18.5.2016), 23.59 Uhr
(ste@hs-augsburg.de)

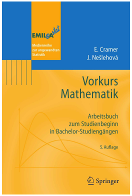
HA 18.5.2016:
61-65, 72a-c, 73, 74

Statistik

für Betriebswirtschaft, Internationales Management, Wirtschaftsinformatik und Informatik

Sommersemester 2016

Zusatzaufgaben:
- Lies Kapitel 11,
- löse Aufgaben 11.3
  aus Cr., N.----------->



Veranstaltungen zur Statistik für BW/IM Sommersemester 2016				
Was?	**Wer?**	**Wann?**	**Wo?**	**ab wann?**
Vorlesung Statistik	Etschberger	Mi, 14.00-17.00	B2.14	16.03.2016
Vorlesung Statistik PLUS	Etschberger/Jansen	- Blocktermin -	?	?
Übung Statistik	Etschberger	Mi, 17.00-18.30	A1.10	30.03.2016
Übung Statistik	Jansen	Di, 11.30-13.00	W1.06	22.03.2016
Übung Statistik	Jansen	Di, 14.00-15.30	W2.14	22.03.2016
Übung Statistik	Jansen	Mi, 11.30-13.00	W2.11	30.03.2016
Übung Statistik	Jansen	Do, 14.00-15.30	W2.14	31.03.2016
Übung Statistik	Schneller	Do, 14.00-15.30	W3.03	31.03.2016
Übung Statistik	Schneller	Do, 15.30-17.00	W3.03	31.03.2016
Übung Statistik	Wins	Di, 14.00-15.30	J3.19	22.03.2016
Übung Statistik	Wins	Di, 15.30-17.00	J3.19	22.03.2016
Offener Statistikraum	Jansen/Tutoren	Mo, 14.00-17.45	B3.05	04.04.2016
Veranstaltungen für Teilnehmer der WiMa-Klausur im Juli 2016				
Was?	**Wer?**	**Wann?**	**Wo?**	**ab wann?**
Tutorium Mathematik	Burkart	Do 13.30-15.00	W1.06	07.04.2016
Tutorium Mathematik	Burkart	Do 15.00-16.15	W1.06	07.04.2016
Offener Matheraum	Etschberger/Tutoren	Fr 11.30-15.30	B3.05	29.04.2016

Datum	Statistik für IM/BW	Nr.
Mittwoch, 16. März 2016	Einführung, R Installation, Rstudio Einführung, Skalen	1
Mittwoch, 23. März 2016	univ. deskr. Stat., Quantile, Plots	2
Mittwoch, 30. März 2016	Streuung, Konzentrationsmaße	3
Mittwoch, 6. April 2016	Kontingenztabellen, Mosaikplots, Korrelation	4
Mittwoch, 13. April 2016	Preisindizes, lineare Regression	5
Mittwoch, 20. April 2016	Kombinatorik, Wahrscheinlichkeit	6
Mittwoch, 27. April 2016	Wahrscheinlichkeit	7
Mittwoch, 4. Mai 2016	Pyramid	
Mittwoch, 11. Mai 2016	diskrete Zufallsvariablen	8
Mittwoch, 18. Mai 2016	Stetige ZV, Gleichverteilung	9
Mittwoch, 25. Mai 2016	Normalverteilung, Verteilungsparameter	10
Mittwoch, 1. Juni 2016	Schätzfunktionen und Punktschätzer, Konfidenzintervalle	11
Mittwoch, 8. Juni 2016	Konfidenzintervalle, Tests	12
Mittwoch, 15. Juni 2016	Go-Out-Tag	
Mittwoch, 22. Juni 2016	Tests, WH, (Fragen zur Probekl. In den Übungsgruppen)	13
Mittwoch, 29. Juni 2016	AW Prüfungswoche	

Prof. Dr. Stefan Etschberger
Hochschule Augsburg

Crash-Kurs Integration

Für $F(x)$ mit $F'(x) = f(x)$ heißt

$$F(x) = \int f(x)\,dx$$

Stammfunktion oder unbestimmtes Integral von $f(x)$

Beispiel: $\int \underbrace{x^2}_{f(x)}\,dx = \frac{1}{3}x^3$

Regeln: ① $\int a \cdot f(x)\,dx = a \cdot \int f(x)\,dx \quad (a \in \mathbb{R})$

② $\int (f(x) + g(x))\,dx = \int f(x)\,dx + \int g(x)\,dx$

Wichtige Stammfunktionen

	$f(x)$	$\int f(x)\,dx$
$a \neq -1$	x^a	$\frac{1}{a+1} \cdot x^{a+1} + c$
	x^{-1}	$\ln\lvert x\rvert + c$
$b > 0$	b^x	$b^x \cdot \frac{1}{\ln b} + c$

Beispiel: $\int \left(\frac{1}{4}x^3 + 5^x - \sqrt{x} + \frac{3}{x}\right) dx$

$= \frac{1}{4}\int x^3\,dx + \int 5^x\,dx - \int x^{1/2}\,dx + 3\int x^{-1}\,dx$

$= \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4}x^4 + 5^x \cdot \frac{1}{\ln 5} - \frac{1}{\frac{1}{2}+1} \cdot x^{\frac{1}{2}+1} + 3 \cdot \ln\lvert x\rvert + c$

$= \frac{1}{16} \cdot x^4 + \frac{1}{\ln 5} \cdot 5^x - \frac{2}{3}x^{3/2} + \ln\lvert x^3\rvert + c$

Partielle Integration

$$\int f'(x) g(x)\,dx = f(x) \cdot g(x) - \int f(x) \cdot g'(x)\,dx$$

[Produktregel in Diff.-rg.

$(f(x) \cdot g(x))' = f' \cdot g + f g'$

Auf beiden Seiten integr.:

$\int (f \cdot g)'\,dx = \int (f'g + fg')\,dx$

$\Leftrightarrow \quad f \cdot g = \int f'g\,dx + \int f \cdot g'\,dx$

$\Leftrightarrow \quad \int f' \cdot g\,dx = f \cdot g - \int f \cdot g'\,dx$]

Beispiel: $\int \underbrace{x \cdot e^{-x}}_{g \cdot f'}\,dx = \underbrace{x \cdot (-e^{-x})}_{g \cdot f} \underbrace{- \int -e^{-x} \cdot 1\,dx}_{- \int f \cdot g'}$ $\quad g' = 1$, $f = -e^{-x}$

$= -x e^{-x} - e^{-x} + C$

$= -e^{-x} \cdot (x+1) + C$

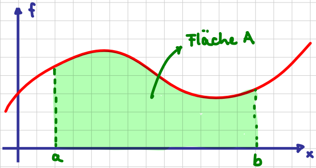
Beispiel: $\int \ln(x)\,dx = \int \underbrace{1 \cdot \ln(x)}_{f' \cdot g}\,dx = \underbrace{x \cdot \ln(x)}_{f \cdot g} - \int \underbrace{x \cdot \frac{1}{x}}_{f \cdot g'}\,dx$

$= x \cdot \ln(x) - x = x \cdot (\ln(x) - 1)$

[Probe: $[x \cdot (\ln(x) - 1)]' = 1 \cdot (\ln(x) - 1) + x \cdot \left(\frac{1}{x} - 0\right)$

$= \ln(x) - 1 + 1 - 0 = \ln x$]

Bestimmte Integrale



($f(x) \geq 0$)

$F(x) = \int f(x)\,dx$

$$A = \int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a)$$

Bestimmtes Integral von f zwischen a und b

Schreibweise:

alternativ

$$\int_a^b f(x)\,dx = F(x)\Big|_a^b = \left[F(x)\right]_a^b$$

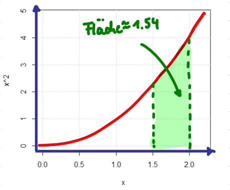
Beispiel: $f(x) = x^2$; $\int_{1.5}^{2} f(x)\,dx = \int_{1.5}^{2} x^2\,dx$

$$= \left[\frac{1}{3}x^3\right]_{1.5}^{2}$$

$$= \frac{1}{3}\cdot 2^3 - \frac{1}{3}\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^3$$

$$= \frac{8}{3} - \frac{9}{8} = \frac{64-27}{24} = \frac{37}{24}$$

$$\approx 1.54$$

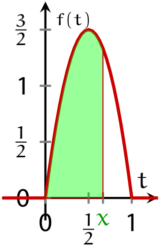


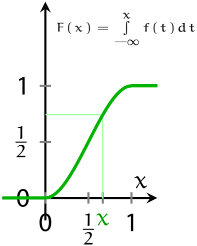
Stetige Zufallsvariablen

- X heißt stetig, wenn $F(x)$ stetig ist.
- Dann existiert ein $f(t)$ mit:

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)\,dt$$

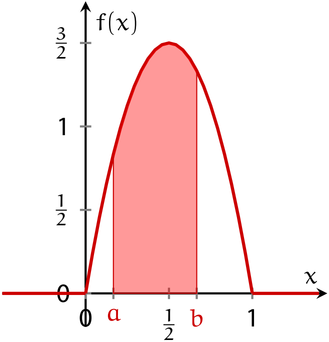
$f(x)$ heißt Dichtefunktion von X.





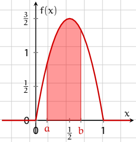
- Dann:

$$\begin{aligned} P(a < X < b) &= P(a \leqq X < b) \\ &= P(a < X \leqq b) \\ &= P(a \leqq X \leqq b) \\ &= \int_a^b f(x)\,dx \\ &= F(b) - F(a) \end{aligned}$$



Beispiel: Zufallsvariable X mit Dichte $f(x)$

$$f(x) = \begin{cases} -6x \cdot (x-1) & \text{für } 0 \le x \le 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$



gesucht: $P(0.2 \le X \le 0.6)$

$$= \int_{0.2}^{0.6} f(x)\,dx = \int_{0.2}^{0.6} -6x^2 + 6x \; dx$$

$$= \left[-6 \cdot \tfrac{1}{3} x^3 + 6 \cdot \tfrac{1}{2} x^2 \right]_{0.2}^{0.6}$$

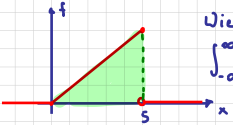
$$= -2 \cdot 0.6^3 + 3 \cdot 0.6^2 - (-2 \cdot 0.2^3 + 3 \cdot 0.2^2)$$

$$= -0.432 + 1.08 + 0.016 - 0.12$$

$$= 0.544$$

Beispiel: Zufallsvariable mit Dichte f

$$f(x) = \begin{cases} ax & \text{für } 0 \le x \le 5 \quad (a > 0) \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$



Wie groß ist a, so dass

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx = 1$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx = \int_0^5 a \cdot x\,dx = a \int_0^5 x\,dx = a \left[\tfrac{1}{2} x^2 \right]_0^5$$

$$= a \cdot \left[\tfrac{1}{2} \cdot 5^2 - \tfrac{1}{2} \cdot 0^2 \right] = 1$$

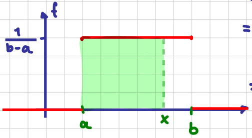
$$\Leftrightarrow a \cdot \frac{25}{2} = 1 \quad \Leftrightarrow \quad a = \frac{2}{25}$$

Gleichverteilung

X heißt gleichverteilt, wenn die Dichte f

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & \text{für } a \le x \le b \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

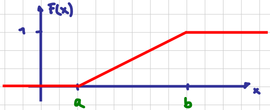
beträgt.



$$P(X \le x) = F(x)$$

$$= \int_{-\infty}^{x} f(x)\,dx$$

$$= \begin{cases} 0 & \text{für } x \le a \\ \frac{x-a}{b-a} & \text{für } a < x < b \\ 1 & \text{für } x \ge b \end{cases}$$



Eigenschaften der Dichtefunktion

- $f(x) \geqq 0$ für alle $x \in \mathbb{R}$
- Wegen $F(\infty) = 1$ muss stets gelten:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,\mathrm{d}x = 1$$

- $P(X = x) = 0$ für alle $x \in \mathbb{R}$
- $f(x) > 1$ ist möglich
- für $x \in \mathbb{R}$ ist $F(x)$ differenzierbar $\Rightarrow F'(x) = f(x)$.
- Intervallgrenzen spielen keine Rolle:

$$\begin{aligned}
P(X \in [a;b]) &= P(X \in (a;b]) \\
&= P(X \in [a;b)) \\
&= P(X \in (a;b)) \\
&= F(b) - F(a)
\end{aligned}$$

Dichtefunktion: Beispiel

Beispiel

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{falls} \quad x < 0 \\ \frac{1}{10}, & \text{falls} \quad 0 \leqq x \leqq 10 \\ 0, & \text{falls} \quad x > 10 \end{cases}$$

Verteilungsfunktion:

$$\int_0^x f(t)\,dt = \int_0^x \frac{1}{10}\,dt = \left[\frac{t}{10}\right]_0^x = \frac{x}{10} \Rightarrow$$

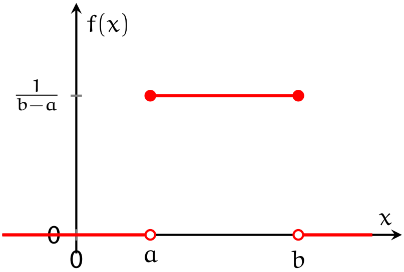
$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{falls} \quad x < 0 \\ \frac{x}{10}, & \text{falls} \quad 0 \leqq x \leqq 10 \\ 1, & \text{falls} \quad x > 10 \end{cases}$$

Gleichverteilung

Eine Zufallsvariable X mit

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{b-a}, & \text{falls } a \leqq x \leqq b \\ 0\ \ , & \text{sonst} \end{cases}$$

heißt gleichverteilt im Intervall $[a; b]$.



- Verteilungsfunktion der Gleichverteilung:

$$F(x) = \begin{cases} 0 \quad, & \text{falls} \quad x < a \\ \dfrac{x-a}{b-a}, & \text{falls} \quad a \leqq x \leqq b \\ 1 \quad, & \text{falls} \quad x > b \end{cases}$$

- **Beispiel:** X gleichverteilt in $[1;20]$

$$\begin{aligned} P(2 \leqq X \leqq 12) = F(12) - F(2) &= \frac{12-1}{20-1} - \frac{2-1}{20-1} \\ &= \frac{12-2}{20-1} = \frac{10}{19} \\ &= 0{,}5263 \end{aligned}$$

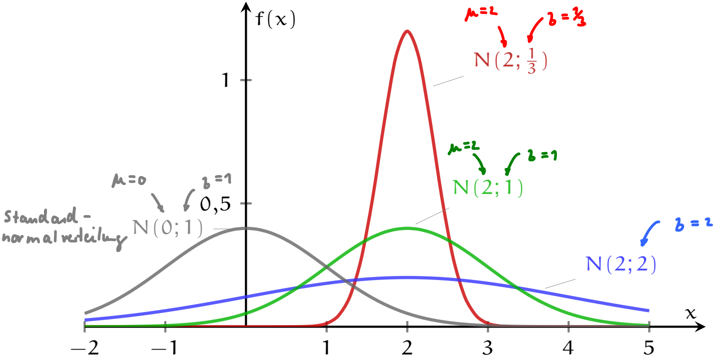
Eine Zufallsvariable X mit einer Dichtefunktion

e^{-x^2}

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

sigma

und $\sigma > 0$ heißt normalverteilt.



Kurzschreibweise: $X \sim N(\mu; \sigma)$

Normalverteilung

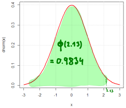
C.F. Gauß

Verteilungsfunktion Φ der Standardnormalverteilung

großes Phi

(d.h. $\mu = 0$; $\sigma = 1$)

Dabei bedeutet $\Phi(x)$ zum Beispiel: $\Phi(2{,}13) = \Phi(2{,}1 + 0{,}03) = 0{,}9834$. Diesen Wert findet man in der Zeile mit $x_1 = 2{,}1$ und der Spalte mit $x_2 = 0{,}03$.



$X \sim N(0;1)$
$P(1 \leq X \leq 2)$
$= \Phi(2) - \Phi(1)$
$= 0.9773 - 0.8414$
$= 0.1359$

$x_1 \backslash x_2$	0	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5754
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6737	0.6773	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7020	0.7054	0.7089	0.7123	0.7157	0.7191	0.7224
0.6	0.7258	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7518	0.7549
0.7	0.7580	0.7612	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7882	0.7910	0.7939	0.7967	0.7996	0.8023	0.8051	0.8079	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8290	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1	0.8414	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8532	0.8554	0.8577	0.8599	0.8622
1.1	0.8643	0.8665	0.8687	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9083	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9193	0.9207	0.9222	0.9237	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9358	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9430	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9485	0.9495	0.9505	0.9516	0.9526	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9600	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9679	0.9686	0.9693	0.9700	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9762	0.9767
2	0.9773	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9865	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9914	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9933	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9975	0.9975	0.9976	0.9977	0.9978	0.9978	0.9979	0.9980	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9983	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995	0.9995

Verteilungsfunktion Φ der Standardnormalverteilung

Dabei bedeutet $\Phi(x)$ zum Beispiel: $\Phi(2{,}13) = \Phi(2{,}1 + 0{,}03) = 0{,}9834$. Diesen Wert findet man in der Zeile mit $x_1 = 2{,}1$ und der Spalte mit $x_2 = 0{,}03$.

$x_1 \backslash x_2$	0	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0	0.50000	0.50399	0.50798	0.51197	0.51595	0.51994	0.52392	0.52790	0.53188	0.53586
0.1	0.53983	0.54380	0.54776	0.55172	0.55567	0.55962	0.56356	0.56749	0.57142	0.57535
0.2	0.57926	0.58317	0.58706	0.59095	0.59483	0.59871	0.60257	0.60642	0.61026	0.61409
0.3	0.61791	0.62172	0.62552	0.62930	0.63307	0.63683	0.64058	0.64431	0.64803	0.65173
0.4	0.65542	0.65910	0.66276	0.66640	0.67003	0.67364	0.67724	0.68082	0.68439	0.68793
0.5	0.69146	0.69497	0.69847	0.70194	0.70540	0.70884	0.71226	0.71566	0.71904	0.72240
0.6	0.72575	0.72907	0.73237	0.73565	0.73891	0.74215	0.74537	0.74857	0.75175	0.75490
0.7	0.75804	0.76115	0.76424	0.76730	0.77035	0.77337	0.77637	0.77935	0.78230	0.78524
0.8	0.78814	0.79103	0.79389	0.79673	0.79955	0.80234	0.80511	0.80785	0.81057	0.81327
0.9	0.81594	0.81859	0.82121	0.82381	0.82639	0.82894	0.83147	0.83398	0.83646	0.83891
1	0.84134	0.84375	0.84614	0.84850	0.85083	0.85314	0.85543	0.85769	0.85993	0.86214
1.1	0.86433	0.86650	0.86864	0.87076	0.87286	0.87493	0.87698	0.87900	0.88100	0.88298
1.2	0.88493	0.88686	0.88877	0.89065	0.89251	0.89435	0.89617	0.89796	0.89973	0.90147
1.3	0.90320	0.90490	0.90658	0.90824	0.90988	0.91149	0.91309	0.91466	0.91621	0.91774
1.4	0.91924	0.92073	0.92220	0.92364	0.92507	0.92647	0.92785	0.92922	0.93056	0.93189
1.5	0.93319	0.93448	0.93574	0.93699	0.93822	0.93943	0.94062	0.94179	0.94295	0.94408
1.6	0.94520	0.94630	0.94738	0.94845	0.94950	0.95053	0.95154	0.95254	0.95352	0.95449
1.7	0.95543	0.95637	0.95728	0.95818	0.95907	0.95994	0.96080	0.96164	0.96246	0.96327
1.8	0.96407	0.96485	0.96562	0.96638	0.96712	0.96784	0.96856	0.96926	0.96995	0.97062
1.9	0.97128	0.97193	0.97257	0.97320	0.97381	0.97441	0.97500	0.97558	0.97615	0.97670
2	0.97725	0.97778	0.97831	0.97882	0.97932	0.97982	0.98030	0.98077	0.98124	0.98169
2.1	0.98214	0.98257	0.98300	0.98341	0.98382	0.98422	0.98461	0.98500	0.98537	0.98574
2.2	0.98610	0.98645	0.98679	0.98713	0.98745	0.98778	0.98809	0.98840	0.98870	0.98899
2.3	0.98928	0.98956	0.98983	0.99010	0.99036	0.99061	0.99086	0.99111	0.99134	0.99158
2.4	0.99180	0.99202	0.99224	0.99245	0.99266	0.99286	0.99305	0.99324	0.99343	0.99361
2.5	0.99379	0.99396	0.99413	0.99430	0.99446	0.99461	0.99477	0.99492	0.99506	0.99520
2.6	0.99534	0.99547	0.99560	0.99573	0.99585	0.99598	0.99609	0.99621	0.99632	0.99643
2.7	0.99653	0.99664	0.99674	0.99683	0.99693	0.99702	0.99711	0.99720	0.99728	0.99736
2.8	0.99744	0.99752	0.99760	0.99767	0.99774	0.99781	0.99788	0.99795	0.99801	0.99807
2.9	0.99813	0.99819	0.99825	0.99831	0.99836	0.99841	0.99846	0.99851	0.99856	0.99861
3	0.99865	0.99869	0.99874	0.99878	0.99882	0.99886	0.99889	0.99893	0.99897	0.99900
3.1	0.99903	0.99906	0.99910	0.99913	0.99916	0.99918	0.99921	0.99924	0.99926	0.99929
3.2	0.99931	0.99934	0.99936	0.99938	0.99940	0.99942	0.99944	0.99946	0.99948	0.99950
3.3	0.99952	0.99953	0.99955	0.99957	0.99958	0.99960	0.99961	0.99962	0.99964	0.99965
3.4	0.99966	0.99968	0.99969	0.99970	0.99971	0.99972	0.99973	0.99974	0.99975	0.99976