Zwischenerg. im TR speichern :

STO A

Abrufen : RCL A

$$\frac{100 \cdot 360 \cdot 144.45}{8 \cdot 3250}$$

Aufgabe 71

Finanzmathematik: Einfach (FIMA.1)

Eine Rechnung über 3.250 € wird nicht sofort bezahlt. Daher sind Verzugszinsen in Höhe von 144,45 € zu bezahlen. Für welche Zeitspanne wurden Verzugszinsen berechnet falls der Zinsfuß 8% beträgt.

Lösungshinweis:

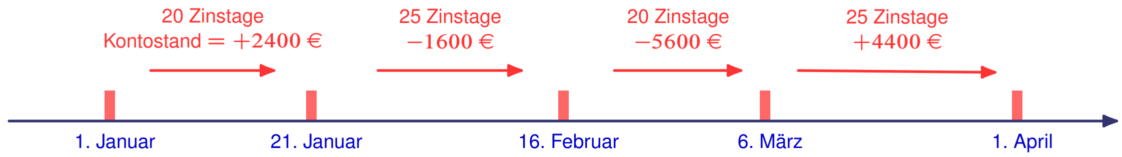
$$K_n = K_0(1 + n \cdot i) \quad \Rightarrow \quad n = \frac{K_n - K_0}{K_0 \cdot i} = \frac{144{,}45}{3250 \cdot 0{,}08} \approx 0{,}5556 \text{ Jahre} \mathrel{\hat{=}} 200 \text{ Tage}$$

Aufgabe 72

Finanzmathematik: Girokonto: Quartalsabrechnung (FIMA.2)

Ein Girokonto weist am Jahresanfang ein Guthaben von 2.400 € auf. Am 6. März werden auf das Konto 10.000 € überwiesen; am 21. Januar und am 16. Februar werden jeweils 4.000 € abgebucht. Die Bank berechnet 12% Sollzins und 0,5% Habenzins. Stellen Sie die Zinsabrechnung zum 1. April auf.

Lösungshinweis:



$$\frac{20}{360} \cdot 0{,}005 \cdot 2400 - \frac{25}{360} \cdot 0{,}12 \cdot 1600 - \frac{20}{360} \cdot 0{,}12 \cdot 5600 + \frac{25}{360} \cdot 0{,}005 \cdot 4400 = -48{,}4\overset{7}{\cancel{6}}\,€$$

Aufgabe 73

Jemand zahlt am 2. Juli 1999 auf sein Sparkonto 1000 € ein. Wie hoch ist der Kontostand am 2. April 2008 bei 3% Zins, falls das Konto zu diesem Zeitpunkt abgerechnet wird.

Lösungshinweis:

$$K = 1000\overbrace{\left(1 + \frac{179}{360} \cdot 0{,}03\right)}^{1999}\overbrace{\underbrace{\left(1 + \frac{3}{100}\right)}_{1.03}}^{2000,2001-2007}{}^{8}\underbrace{\left(1 + \frac{91}{360} \cdot 0{,}03\right)}_{2008} \approx 1295{,}42$$

Aufgabe 74

Jemand legt 20.000 € zu 6% zinseszinslich an. Auf welche Summe wächst das Kapital in 5 Jahren an bei

a) jährlicher,
b) halbjährlicher,
c) monatlicher,
d) täglicher oder
e) stetiger Verzinsung?

Lösungshinweis:

a) $\cdot 1{,}06^5 \approx 26.764{,}51$
b) $\cdot 1{,}03^{10} \approx 26.878{,}33$
c) $\cdot 1{,}005^{60} \approx 26.977{,}00$
d) $\cdot \left(1 + \frac{0{,}06}{360}\right)^{360\cdot 5} \approx 26.996{,}50$ (besser: $\left(1+\frac{0.06}{365}\right)^{365\cdot 5}$ $\approx 26\,996.51$)
e) $\cdot e^{0{,}06\cdot 5} \approx 26.997{,}18$

Aufgabe 75

Eine Kapitalanlage hat sich in 10 Jahren verdoppelt. In der ersten Hälfte der Laufzeit betrug der Zinssatz 4%. Wie hoch war er in der zweiten Hälfte?

Lösungshinweis:

$$
\begin{aligned}
K_{10} &= 2K_0 = K_0 \cdot 1{,}04^5 \cdot q^5 \\
\Rightarrow \quad 2 &= 1{,}04^5 \cdot q^5 \\
\Rightarrow q &= \frac{\sqrt[5]{2}}{1{,}04} \approx 1{,}1045 \mathrel{\widehat{=}} 10{,}45\%
\end{aligned}
$$

Aufgabe 76

Zu welchem konstanten jährlichen Zins muss ein Betrag K_0 am 1.1.2008 angelegt werden damit am 31.12.2011 die Inflation ausgeglichen wurde? Die jährliche Inflationsraten der betreffenden Jahre seien dabei

Jahr	2008	2009	2010	2011
Inflation in %	3	2	4	5

Lösungshinweis:

$$q_{\text{infl}} = \sqrt[4]{1{,}03 \cdot 1{,}02 \cdot 1{,}04 \cdot 1{,}05} \approx 1{,}03494 \quad \Leftrightarrow \quad i_{\text{infl}} \approx 3{,}494\,\%$$

Aufgabe 77

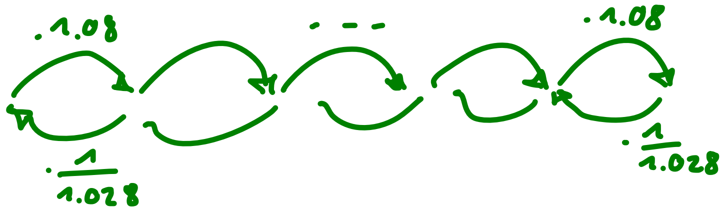
Finanzmathematik: Kaufkraft und Realwert (FIMA.29)

Am 1.1. diesen Jahres wurde ein Betrag von 2000 € zu 8 % jährlich für 15 Jahre angelegt. Die durchschnittliche Inflationsrate für diese 15 Jahre wird als 2,8 % angenommen.

a) Welche Kaufkraft hat der Betrag nach genau 5 Jahren Anlagedauer?
b) Welcher Realwert steht dem Anleger am Ende der Laufzeit zur Verfügung?
c) Welche Realverzinsung erzielt der Anleger durchschnittlich pro Jahr?

Lösungshinweis:

a) Kaufkraft nach 5 Jahren: $2000 \cdot \left(\frac{1{,}08}{1{,}028}\right)^5 \approx 2559{,}665$
b) Realwert am Ende der Laufzeit: $2000 \cdot \left(\frac{1{,}08}{1{,}028}\right)^{15} \approx 4192{,}66$
c) Realverzinsung: $\frac{1{,}08}{1{,}028} \approx 1{,}050584 \quad \Rightarrow \quad i \approx 5{,}0584\,\%$



Aufgabe 78

a) In welcher Zeit verdoppelt sich bei Zinseszinsrechnung jedes beliebige Anfangskapital K bei einem jährlichen Zinssatz von $p = 5\%$?

b) Wie muss der jährliche Zinssatz bei Zinseszinsrechnung aussehen, wenn sich das Anfangskapital in 10 Jahren verdoppeln soll?

Lösungshinweis:

$2 = 1.05^n \Leftrightarrow n = \log_{1.05} 2$

$\Uparrow$

a) $2K_0 = K_0 \cdot 1{,}05^n \quad \Rightarrow \quad n = \dfrac{\ln 2}{\ln 1{,}05} \approx 14{,}2$

b) $2K_0 = K_0 \cdot q^{10} \quad \Rightarrow \quad q = \sqrt[10]{2} = 1{,}0718$

Aufgabe 79

Wie lange müssen 10.000 € angelegt werden, damit sie bei einer jährlichen Verzinsung von 7% ein Endkapital von 25.000 € erbringen?

Lösungshinweis:

$$10.000 \cdot 1{,}07^n = 25.000 \quad \Rightarrow \quad n = \frac{\ln \overset{2.5}{\cancel{0{,}25}}}{\ln 1{,}07} \approx 13{,}54 \,\text{Jahre}$$

$$= \log_{1.07}(2.5)$$

Aufgabe 80

Ein Waldbestand hat einen Tageswert von 1 Mio. €. Aufgrund von Abholzung und Umweltschäden, nimmt der mengenmäßige Bestand jährlich um 10% stetig ab; der Preis des Holzes steigt halbjährlich um 4%.

$e^{-0.10}$

$(1.04 \cdot 1.04) \hat{=}$ Preissteigerung pro Jahr

a) Welchen Tageswert hat der Wald in 10 Jahren?

b) Nach wie viel Jahren hat sich der Wert des Waldes halbiert?

Lösungshinweis:

a) $K_0 = p_0 \cdot x_0 = 1.000.000 \quad \Rightarrow \quad K_{10} = \underbrace{p_0 \cdot \left(1{,}04^2\right)^{10}}_{\text{Preis in 10 J.}} \cdot \underbrace{x_0 \cdot \mathrm{e}^{-0{,}1 \cdot 10}}_{\text{Waldbestand in 10 J.}} \approx 806.069$

$= p_0 x_0 \cdot (1.04^2)^{10} \cdot e^{-0.1 \cdot 10}$

$1\,000\,000$

b)

$$\tfrac{1}{2} K_0 = K_0 \cdot 1{,}04^{2 \cdot n} \cdot \mathrm{e}^{-0{,}1 \cdot n}$$

$$\Rightarrow \quad \ln \frac{1}{2} = 2 \cdot n \cdot \ln 1{,}04 - 0{,}1 \cdot n$$

$$\Rightarrow \quad n \approx 32{,}15 \text{ Jahre}$$

$0.5 = (1.04^2 \cdot e^{-0.1})^n$

$n = \log_{(\dots)} 0.5$

Aufgabe 81

Die Effektivverzinsung einer Anlage, die vierteljährlich verzinst wird, ist 6,14%. Wie hoch ist der (nominale) Jahreszinsfuß?

Lösungshinweis:

$$\left(1+\frac{i}{4}\right)^4 = 1{,}0614 \quad \Rightarrow \quad i = \left(\sqrt[4]{1{,}0614}-1\right)\cdot 4 = 0{,}06 = 6\%$$