

Statistik

für Betriebswirtschaft, Internationales Management,
Wirtschaftsinformatik und Informatik

Sommersemester 2017

HSA Statistik SS 2017 Sessionlist		
Datum	Statistik für BW/IM/I/Winf	Nr.
15.03.2017	Einführung Statistik	1
22.03.2017	Differentialrechnung, 2-dim Diff.Rechnung	2
29.03.2017	univ. desk. Stat., Quantile, Plots	3
05.04.2017	Streuung, Konzentrationsmaße	4
12.04.2017	Kontingenztabellen, Mosaikplots, Korrelation	5
19.04.2017	Preisindizes, lineare Regression	6
26.04.2017	Wahrscheinlichkeitsbegriff	7
03.05.2017	Bedingte Wahrscheinlichkeit, Bayes	8
10.05.2017	diskrete Zufallsvariablen	9
17.05.2017	Stetige ZV, Gleichverteilung	10
24.05.2017	Pyramid	
31.05.2017	Normalverteilung, Verteilungsparameter	11
07.06.2017	Schätzfunktionen und Punktschätzer	12
14.06.2017	Konfidenzintervalle	13
21.06.2017	Wiederholung, Besprechung Probeklausur	14
28.06.2017	Prüfungswoche	15



- 1. Einführung
- 2. Differenzieren 2
- 3. Deskriptive Statistik
- 4. W-Theorie
 - Kombinatorik
 - Zufall und Wahrscheinlichkeit
 - Zufallsvariablen und Verteilungen
 - Verteilungsparameter
- 5. Induktive Statistik

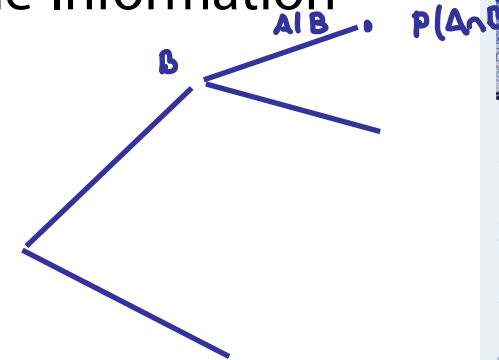
Quellen

Tabellen

- ▶ A, B **unabhängig**: Eintreten von A liefert keine Information über P(B).

- ▶ Formal:

$$P(A | B) = P(A)$$



- ▶ Bei **Unabhängigkeit** ist äquivalent dazu:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

- ▶ Dann gilt:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B)$$

- ▶ **Beispiel**: Werfen zweier Würfel:

$$\left. \begin{array}{l} A : \text{"erster Würfel gleich 6"} \\ B : \text{"zweiter Würfel gleich 6"} \end{array} \right\} \Rightarrow P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$
$$= \frac{\frac{1}{36}}{\frac{1}{6}} = \frac{1}{6}$$
$$= P(A)$$



- 1. Einführung
- 2. Differenzieren 2
- 3. Deskriptive Statistik
- 4. W-Theorie
 - Kombinatorik
 - Zufall und Wahrscheinlichkeit
 - Zufallsvariablen und Verteilungen
 - Verteilungsparameter
- 5. Induktive Statistik
- Quellen
- Tabellen

Zufallsvariablen und Verteilungen

- ▶ Beschreibung von Ereignissen durch reelle Zahlen
- ▶ Formal: **Zufallsvariable** ist Abbildung von Ereignisraum in reelle Zahlen:

$$X: \Omega \rightarrow \mathbb{R}$$

- ▶ **Nach** Durchführung des Zufallsvorgangs:

Realisation: $x = X(\omega)$

- ▶ **Vor** Durchführung des Zufallsvorgangs:

Wertebereich: $X(\Omega) = \{x : x = X(\omega), \omega \in \Omega\}$

- ▶ **Beispiel:** Würfeln, X : Augenzahl, $X(\Omega) = \{1, 2, \dots, 6\}$, $x = 4$ (z.B.)

$$P(X = 4) = \frac{1}{6}, \quad P(X \leq 3) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Zufallsvariablen

Beispiel: 2 Würfel, Einsatz 1 €

$$A = \{ \begin{array}{|c|c|} \hline \cdot & \cdot \\ \hline \end{array} \}$$

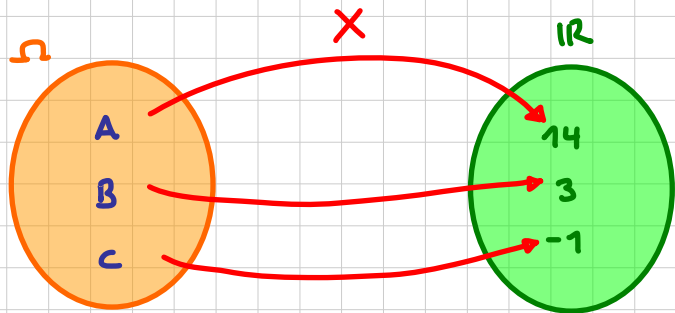
: Auszahlung von 15 €

$$B = \{ \begin{array}{|c|c|} \hline \cdot & \cdot \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|c|} \hline \cdot & \cdot \\ \hline \end{array}, \dots, \begin{array}{|c|c|} \hline \cdot & \cdot \\ \hline \end{array} \}$$

: 4 €

$$C = \Omega \setminus (A \cup B)$$

: keine Auszahlung



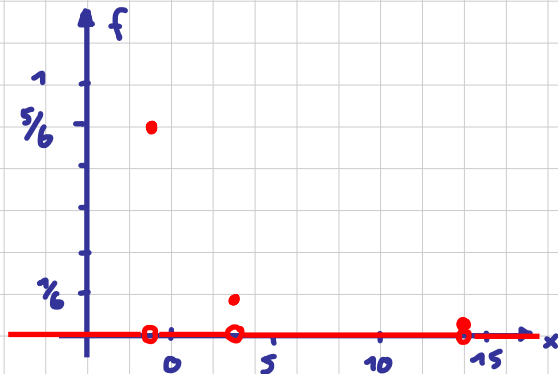
$$\begin{aligned} X(\omega \in A) &= 14 \\ X(\omega \in B) &= 3 \\ X(\omega \in C) &= -1 \end{aligned}$$

Wahrscheinlichkeitsfunktion: $f: \mathbb{R} \rightarrow [0,1]$
mit $x \mapsto P(\omega \text{ mit } X(\omega)=x)$

$$\text{z.B. } f(14) = P(\omega \text{ mit } X(\omega)=14) = P(\begin{array}{|c|c|} \hline \cdot & \cdot \\ \hline \end{array}) = \frac{1}{36}$$

$$f(3) = P(B) = \frac{5}{36}, \quad f(-1) = P(C) = \frac{30}{36}$$

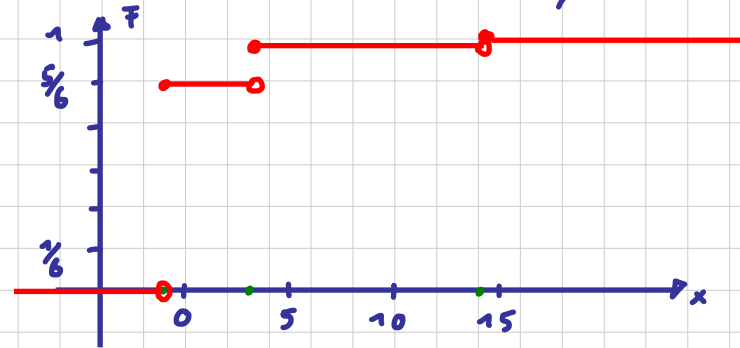
$$f(2.9) = P(\{\}) = 0$$



Verteilungsfunktion:

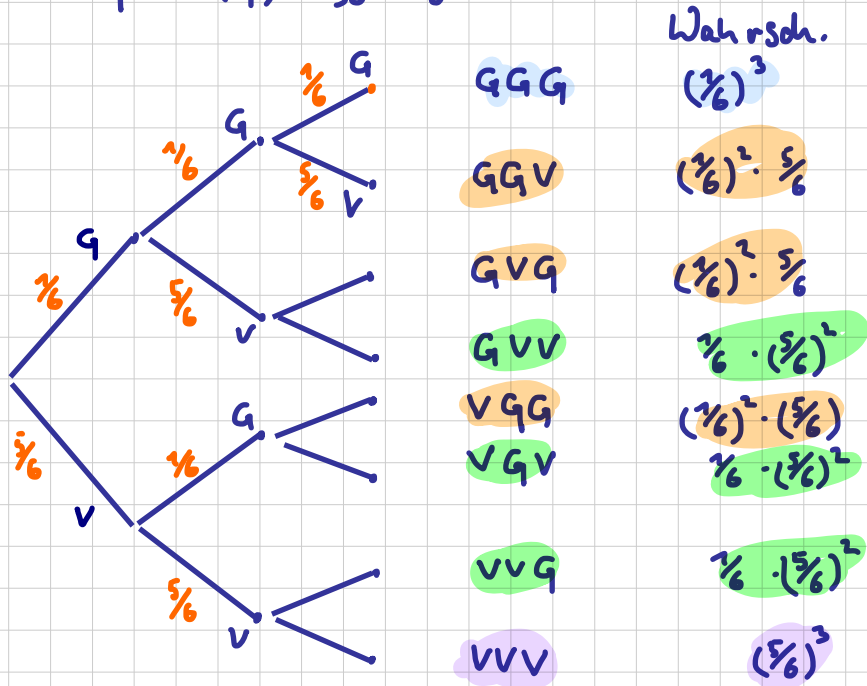
$F: \mathbb{R} \rightarrow [0,1]$
mit $x \mapsto P(X \leq x)$

im Beispiel: $F(14) = P(X \leq 14) = 1$
 $F(3) = P(X \leq 3) = \frac{35}{36}$
 $F(-1) = P(X \leq -1) = \frac{30}{36}$
 $F(-1.1) = 0$, $F(-0.9) = \frac{30}{36}$
 $F(2.9) = \frac{30}{36}$, $F(13.9) = \frac{35}{36}$, $F(100) = 1$



Binomialverteilung

Beispiel: 2 Würfel, 2 Ereignisse: $G = \{11, 22, 33, \dots, 66\}$
 $V = \Omega \setminus G$
 $p := P(G) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$



Zufallsvariable: X : „Anzahl der Gewinne bei drei Versuchen“

x	0	1	2	3
$f(x) = P(X=x)$	$(\frac{5}{6})^3$	$3 \cdot \frac{1}{6} \cdot (\frac{5}{6})^2$	$3 \cdot (\frac{1}{6})^2 \cdot \frac{5}{6}$	$(\frac{1}{6})^3$
	0.5787	0.3472	0.0694	0.0046

Jetzt: 10 Versuche, sonst wie oben

X : „Anzahl der Treffer bei 10 Versuchen“

$$f(2) = P(\{GGVVVVVVVV, GVGVVVVVV, \dots\})$$

$$= \frac{10!}{2!8!} (\frac{1}{6})^2 \cdot (\frac{5}{6})^8 = \binom{10}{2} \cdot (\frac{1}{6})^2 \cdot (\frac{5}{6})^8 \approx 0.291$$

allgemein: X : Anzahl Treffer beim n -maligen Durchführen eines Treffer-/Niet-Experiments mit jeweils gleicher Trefferwahrscheinlichkeit p

$$X \sim B(n; p)$$

„ X ist binomialverteilt mit n (Versuchen) und (einer Trefferwahrsch.) p “

$$f(x) = \begin{cases} \binom{n}{x} \cdot p^x \cdot (1-p)^{n-x} & \text{wenn } x \in \{0, 1, \dots, n\} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Beispiel: $X \sim B(n=10, p=\frac{1}{6})$

x	$f(x)$
0	0.1615
1	0.323
2	0.2907
\vdots	\vdots
10	0.00000016

in R

dbinom

pbinom

(rbinom

$f(x)$

$F(x)$

Zufallszahlen)



- 1. Einführung
- 2. Differenzieren 2
- 3. Deskriptive Statistik
- 4. W-Theorie
 - Kombinatorik
 - Zufall und Wahrscheinlichkeit
 - Zufallsvariablen und Verteilungen
 - Verteilungsparameter
- 5. Induktive Statistik

Quellen

Tabellen

▶ Zuweisung von Wahrscheinlichkeiten zu Realisationen

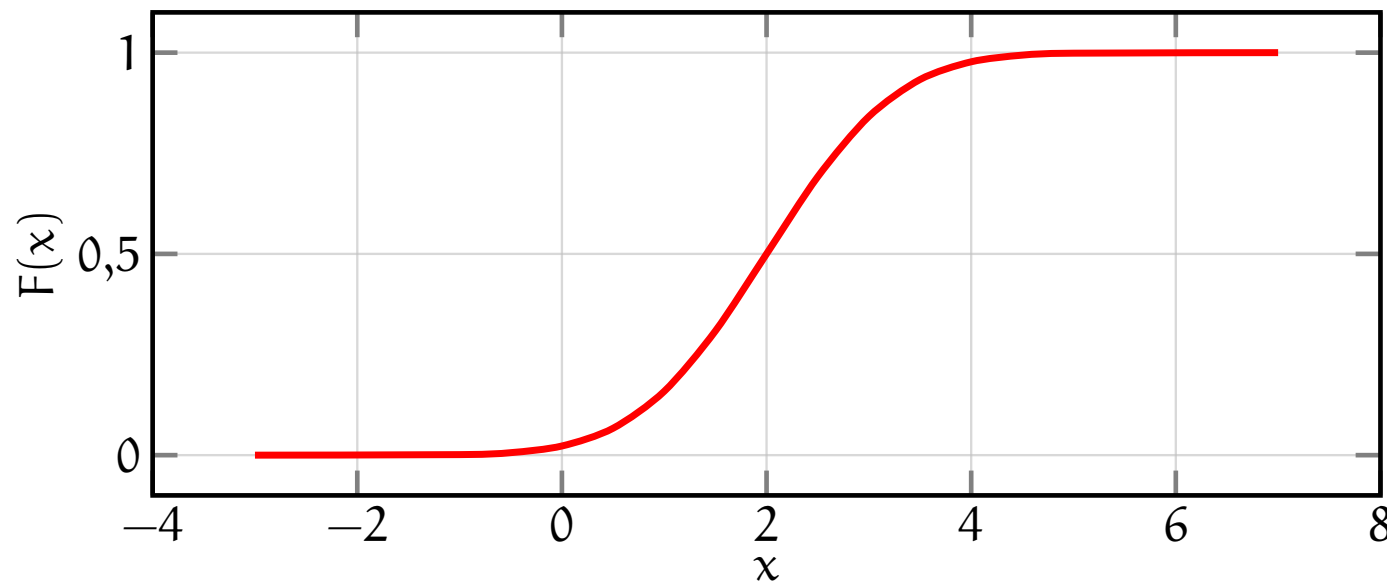
▶ Formal:

$$F(x) = P(X \leq x)$$

▶ Eigenschaften der **Verteilungsfunktion**:

- $F(x) \in [0; 1]$
- Definitionsbereich: \mathbb{R} mit $F(-\infty) = 0$, $F(\infty) = 1$
- monoton wachsend, d.h. $x_1 < x_2 \Rightarrow F(x_1) \leq F(x_2)$
- Es gilt:

$$P(a < X \leq b) = F(b) - F(a)$$



Beispiel einer Verteilungsfunktion



- 1. Einführung
- 2. Differenzieren 2
- 3. Deskriptive Statistik
- 4. W-Theorie
 - Kombinatorik
 - Zufall und Wahrscheinlichkeit
 - Zufallsvariablen und Verteilungen
 - Verteilungsparameter
- 1 Induktive Statistik
- Quellen
- 2 Tabellen

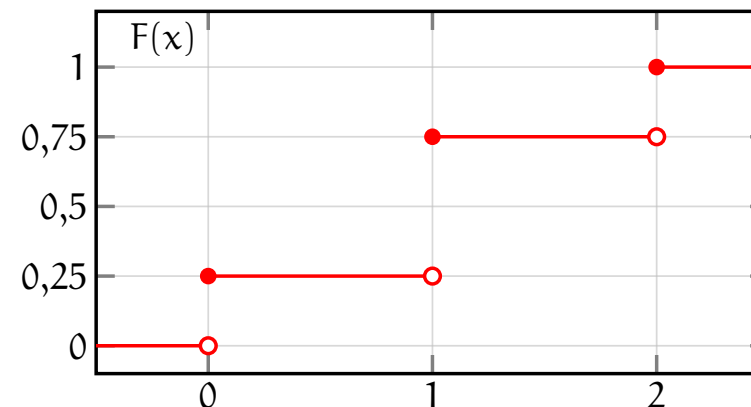
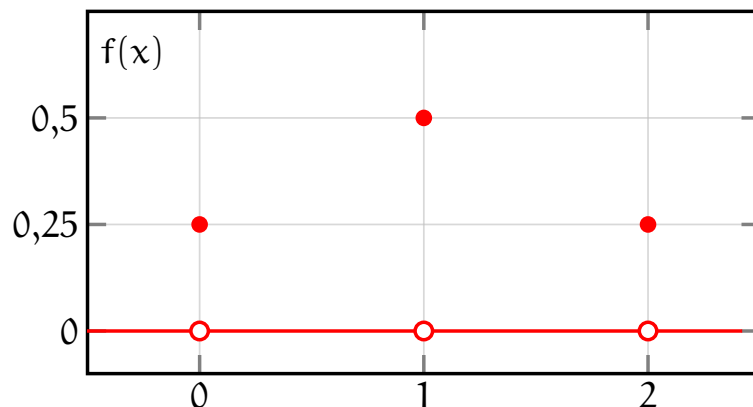
- ▶ X heißt **diskret**, wenn $X(\Omega) = \{x_1, x_2, \dots\}$ endlich ist.
- ▶ Wahrscheinlichkeitsfunktion dann:

$$f(x) = P(X = x)$$

Beispiel: Münze 2 mal werfen; X : Anzahl "Kopf"

	(Z, Z)	(Z, K), (K, Z)	(K, K)
x_i	0	1	2
$f(x_i)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{falls } x < 0 \\ \frac{1}{4}, & \text{falls } 0 \leq x < 1 \\ \frac{3}{4}, & \text{falls } 1 \leq x < 2 \\ 1, & \text{falls } x \geq 2 \end{cases}$$





- 1. Einführung
- 2. Differenzieren 2
- 3. Deskriptive Statistik
- 4. W-Theorie
 - Kombinatorik
 - Zufall und Wahrscheinlichkeit
 - Zufallsvariablen und Verteilungen
 - Verteilungsparameter
- 5. Induktive Statistik
- Quellen
- Tabellen

- ▶ **Wiederholter** Zufallsvorgang
- ▶ n Durchführungen (jeweils unabhängig)
- ▶ Pro Durchführung: A oder \bar{A} mit $P(A) = p$ ($\hat{=}$ Ziehen mit Zurücklegen)
- ▶ Schreibe:

$$X_i = \begin{cases} 1, & \text{falls } A \text{ bei } i\text{-ter Durchführung eintritt} \\ 0, & \text{falls } \bar{A} \text{ bei } i\text{-ter Durchführung eintritt} \end{cases}$$

- ▶ Dann gibt

$$X = \sum_{i=1}^n X_i$$

an, wie oft A eintritt.

- ▶ Gesucht: Wahrscheinlichkeitsfunktion von X



- 1. Einführung
- 2. Differenzieren 2
- 3. Deskriptive Statistik
- 4. W-Theorie
 - Kombinatorik
 - Zufall und Wahrscheinlichkeit
 - Zufallsvariablen und Verteilungen
 - Verteilungsparameter
- 5. Induktive Statistik
- Quellen
- Tabellen

► Herleitung:

1) $P(X_i = 1) = P(A) = p, P(X_i = 0) = P(\bar{A}) = 1 - p$

2) $\sum_{i=1}^n x_i = x$ entspricht "x mal Ereignis A und n - x mal \bar{A} "
Wahrscheinlichkeit (bei Unabhängigkeit): $p^x \cdot (1 - p)^{n-x}$

3) Aber: Reihenfolge irrelevant! Anzahl Anordnungen: $\binom{n}{x}$

⇒ **Wahrscheinlichkeitsfunktion der Binomialverteilung:**

$$f(x) = \begin{cases} \binom{n}{x} \cdot p^x \cdot (1 - p)^{n-x}, & \text{falls } x \in \{0, 1, \dots, n\} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

► Kurzschreibweise: $X \sim B(n; p)$

X ist binomialverteilt mit Parametern n und p

► Tabellen zeigen meist $F(x)$

► für $f(x)$ gilt: $f(x) = F(x) - F(x - 1)$

$X \sim B(n, 0.25)$, Tabelle der Binomialverteilung $F(x) = P(X \leq x)$



$x \setminus n$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0	0.7500	0.5625	0.4219	0.3164	0.2373	0.1780	0.1335	0.1001	0.0751	0.0563	0.0422	0.0317	0.0238	0.0178	0.0134
1	1.0000	0.9375	0.8438	0.7383	0.6328	0.5339	0.4450	0.3671	0.3003	0.2440	0.1971	0.1584	0.1267	0.1010	0.0802
2		1.0000	0.9844	0.9492	0.8965	0.8306	0.7564	0.6786	0.6007	0.5256	0.4552	0.3907	0.3326	0.2811	0.2361
3			1.0000	0.9961	0.9844	0.9624	0.9295	0.8862	0.8343	0.7759	0.7133	0.6488	0.5843	0.5213	0.4613
4				1.0000	0.9990	0.9954	0.9871	0.9727	0.9511	0.9219	0.8854	0.8424	0.7940	0.7415	0.6865
5					1.0000	0.9998	0.9987	0.9958	0.9900	0.9803	0.9657	0.9456	0.9198	0.8883	0.8516
6						1.0000	0.9999	0.9996	0.9987	0.9965	0.9924	0.9858	0.9757	0.9617	0.9434
7							1.0000	1.0000	0.9999	0.9996	0.9988	0.9972	0.9944	0.9897	0.9827
8								1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9996	0.9990	0.9979	0.9958
9									1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997	0.9992
10										1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999
11											1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

$x \setminus n$	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
0	0.0100	0.0075	0.0056	0.0042	0.0032	0.0024	0.0018	0.0013	0.0010	0.0008	0.0006	0.0004	0.0003	0.0002	0.0002
1	0.0635	0.0501	0.0395	0.0310	0.0243	0.0190	0.0149	0.0116	0.0090	0.0070	0.0055	0.0042	0.0033	0.0025	0.0020
2	0.1971	0.1637	0.1353	0.1114	0.0913	0.0745	0.0607	0.0492	0.0398	0.0321	0.0258	0.0208	0.0166	0.0133	0.0106
3	0.4050	0.3530	0.3057	0.2631	0.2252	0.1917	0.1624	0.1370	0.1150	0.0962	0.0802	0.0666	0.0551	0.0455	0.0375
4	0.6302	0.5739	0.5187	0.4654	0.4149	0.3674	0.3235	0.2832	0.2467	0.2138	0.1844	0.1583	0.1354	0.1153	0.0979
5	0.8104	0.7653	0.7175	0.6678	0.6172	0.5666	0.5168	0.4685	0.4222	0.3783	0.3372	0.2990	0.2638	0.2317	0.2026
6	0.9205	0.8929	0.8610	0.8251	0.7858	0.7436	0.6994	0.6537	0.6074	0.5611	0.5154	0.4708	0.4279	0.3869	0.3481
7	0.9729	0.9598	0.9431	0.9226	0.8982	0.8701	0.8385	0.8037	0.7662	0.7265	0.6852	0.6427	0.5998	0.5568	0.5143
8	0.9925	0.9876	0.9807	0.9713	0.9591	0.9439	0.9254	0.9037	0.8787	0.8506	0.8196	0.7860	0.7502	0.7126	0.6736
9	0.9984	0.9969	0.9946	0.9911	0.9861	0.9794	0.9705	0.9592	0.9453	0.9287	0.9092	0.8868	0.8616	0.8337	0.8034
10	0.9997	0.9994	0.9988	0.9977	0.9961	0.9936	0.9900	0.9852	0.9787	0.9703	0.9599	0.9472	0.9321	0.9145	0.8943
11	1.0000	0.9999	0.9998	0.9995	0.9991	0.9983	0.9971	0.9954	0.9928	0.9893	0.9845	0.9784	0.9706	0.9610	0.9494
12	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9996	0.9993	0.9988	0.9979	0.9966	0.9948	0.9922	0.9888	0.9842	0.9784
13	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9997	0.9995	0.9991	0.9985	0.9976	0.9962	0.9944	0.9918
14	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9996	0.9993	0.9989	0.9982	0.9973
15	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9997	0.9995	0.9992
16	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9998
17		1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
18			1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

- 1. Einführung
- 2. Differenzieren 2
- 3. Deskriptive Statistik
- 4. W-Theorie
 - Kombinatorik
 - Zufall und Wahrscheinlichkeit
 - Zufallsvariablen und Verteilungen
 - Verteilungsparameter
- 5. Induktive Statistik

Quellen

Tabellen



Beispiel

Aus einem 32-er Kartenblatt wird **3-mal eine Karte mit Zurücklegen** gezogen.

Wie wahrscheinlich ist es, **2-mal Herz** zu ziehen?

$$X_i = \begin{cases} 1, & \text{falls } i\text{-te Karte Herz} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases} \Rightarrow X_i \sim B\left(1; \frac{8}{32}\right)$$

$$X = \sum_{i=1}^n X_i = X_1 + X_2 + X_3 \Rightarrow X \sim B\left(3; \frac{1}{4}\right)$$

Mithilfe der **Wahrscheinlichkeitsfunktion**:

$$P(X = 2) = f(2) = \binom{3}{2} \cdot 0,25^2 \cdot 0,75^1 = 0,1406$$

Mithilfe der **Tabelle** ($n = 3$): `dbinom(2, 3, 0.25)`

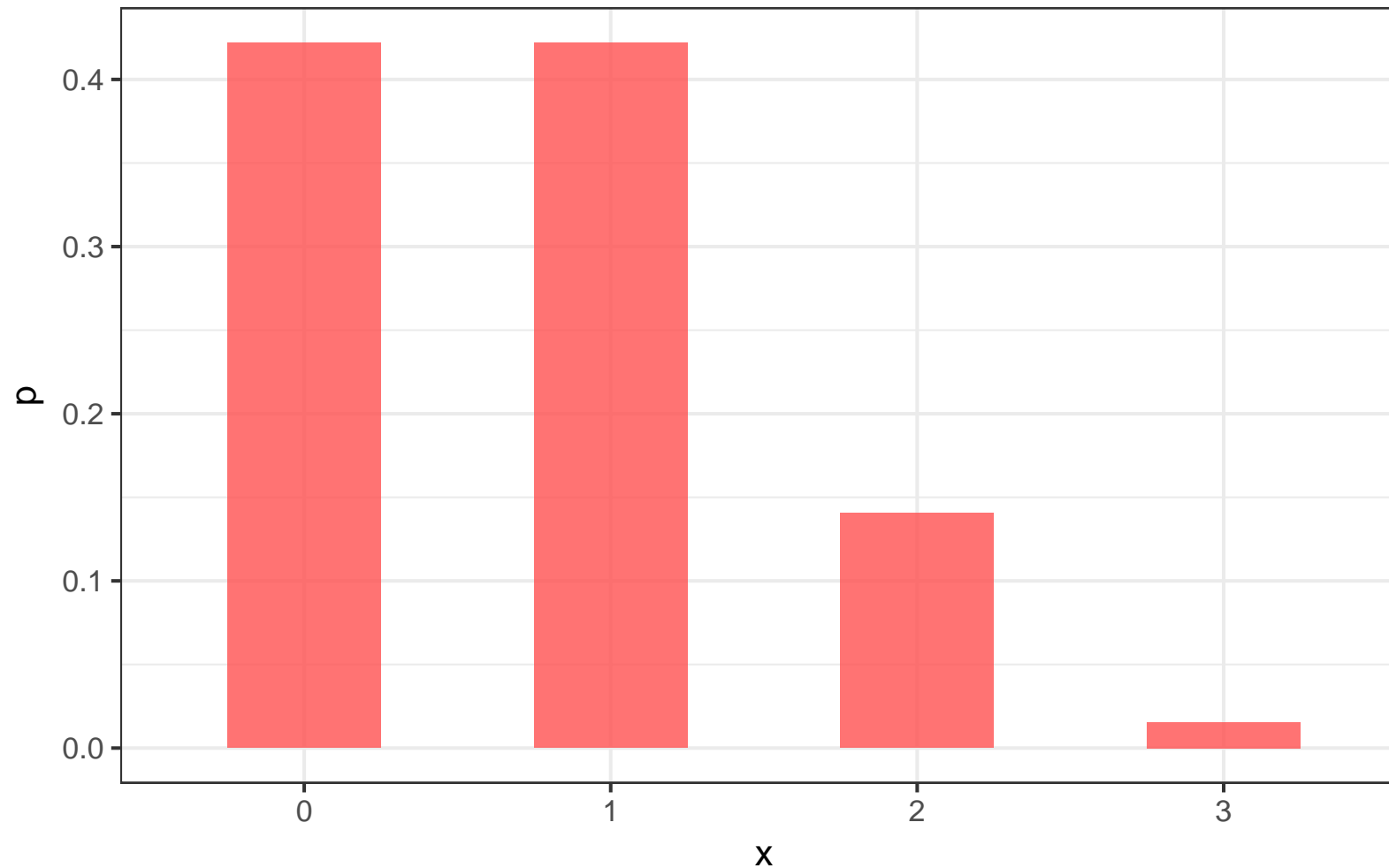
$$P(X = 2) = F(2) - F(1) = 0,9844 - 0,8438 = 0,1406$$

- 1. Einführung
- 2. Differenzieren 2
- 3. Deskriptive Statistik
- 4. W-Theorie
 - Kombinatorik
 - Zufall und Wahrscheinlichkeit
 - Zufallsvariablen und Verteilungen
 - Verteilungsparameter
- 5. Induktive Statistik
- Quellen
- Tabellen



► $X \sim B(3, \frac{1}{4})$

Binomial-Vtlg. mit $n=3$ $p=0.25$



- 1. Einführung
- 2. Differenzieren 2
- 3. Deskriptive Statistik
- 4. W-Theorie
 - Kombinatorik
 - Zufall und Wahrscheinlichkeit
 - Zufallsvariablen und Verteilungen
 - Verteilungsparameter
- 5. Induktive Statistik

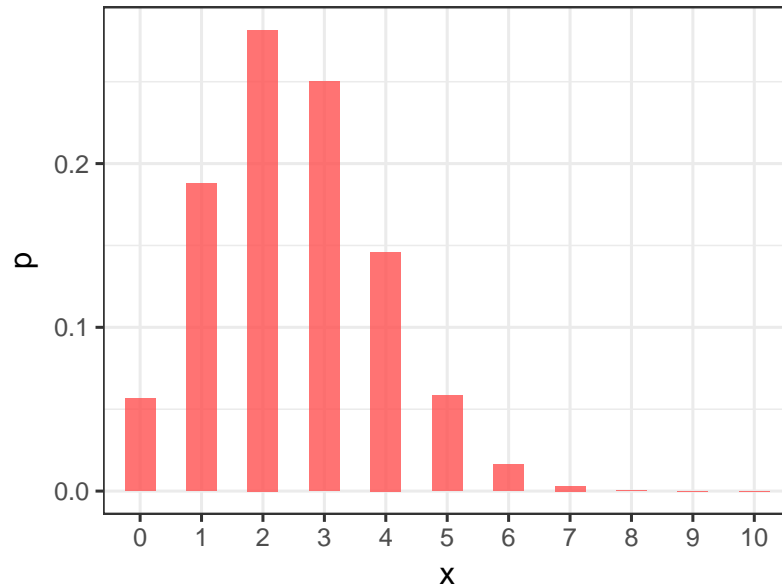
Quellen

Tabellen

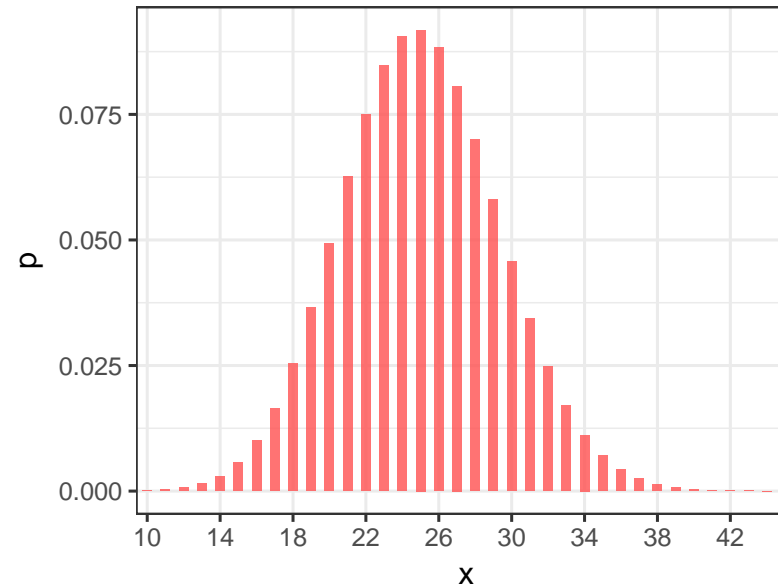
Binomialverteilung: Wahrscheinlichkeitsfunktion



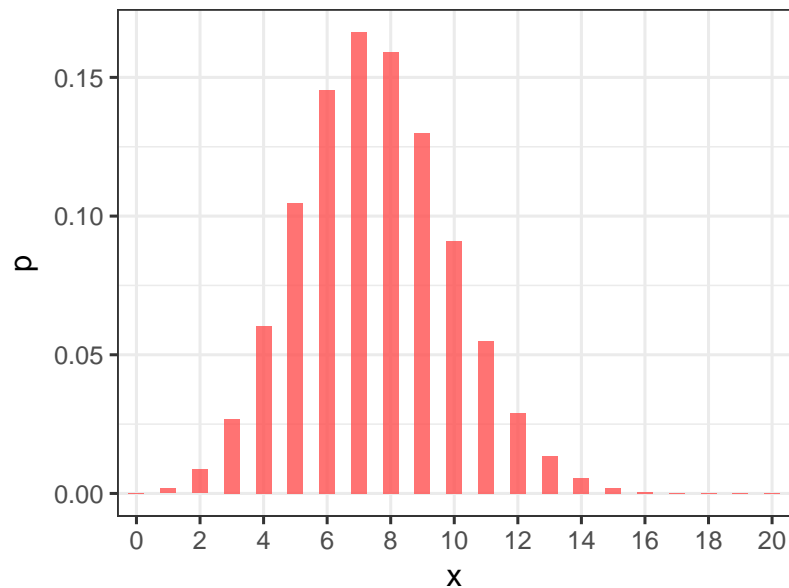
Binomial-Vtlg. mit $n=10$ $p=0.25$



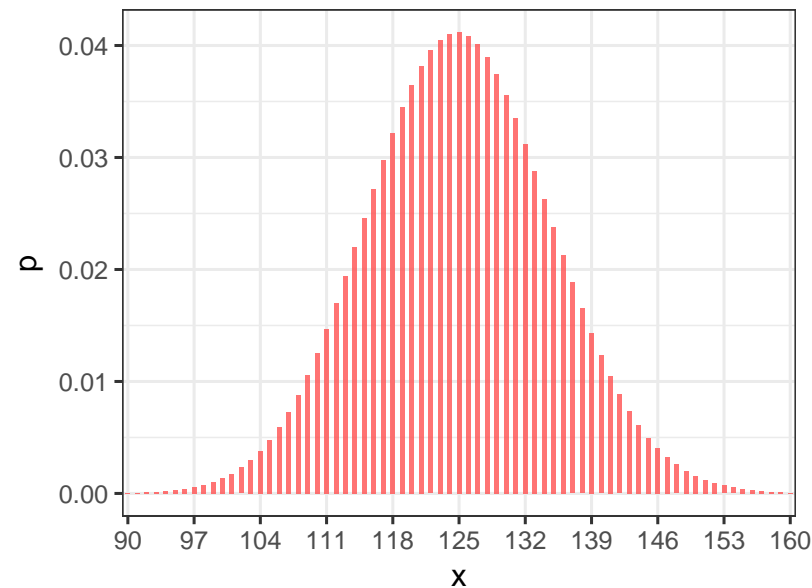
Binomial-Vtlg. mit $n=100$ $p=0.25$



Binomial-Vtlg. mit $n=30$ $p=0.25$



Binomial-Vtlg. mit $n=500$ $p=0.25$



1. Einführung
2. Differenzieren 2
3. Deskriptive Statistik

4. W-Theorie

Kombinatorik
Zufall und Wahrscheinlichkeit

Zufallsvariablen und
Verteilungen

Verteilungsparameter

5. Induktive Statistik

Quellen

Tabellen

Aufgabe 57

WTheorie: Verteilungen (7)

Ein Schießbudenbesitzer hat festgestellt, dass die Trefferwahrscheinlichkeit in den späten Abendstunden 0,1 pro Schuss beträgt.

- a) Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, bei 5 Schüssen mindestens 2 Treffer zu erzielen?
- b) Wie viele Schüsse sind notwendig, um mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 0,9 mindestens einen Treffer zu erzielen?

R

Aufgabe 60

WTheorie: Verteilungen (10)

Im Laufe eines Jahres werden von 52 aufeinanderfolgenden Ausgaben einer wöchentlich erscheinenden Zeitschrift 11 beliebige Ausgaben mit einer bestimmten Annonce versehen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Leser von 20 beliebigen (aber verschiedenen) Ausgaben

R

X : Anz. Annonce

$$P(X=2) = \frac{\binom{11}{2} \binom{41}{18}}{\binom{52}{20}}$$

- a) zwei Ausgaben
- b) keine Ausgabe
- c) 20 Ausgaben
- d) sämtliche 11 Ausgaben
- e) mindestens eine Ausgabe

$$P(X=0) = \frac{\binom{11}{0} \binom{41}{20}}{\binom{52}{20}}$$

mit einer Annonce erhält?

$$\frac{\binom{11}{11} \binom{41}{9}}{\binom{52}{20}}$$

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X=0)$$

Aufgabe 63

Das Rechenzentrum der Hochschule habe festgestellt, dass während einer Betriebszeit von einem Tag mit der Wahrscheinlichkeit 0,905 kein Ausfall des Systems zu verzeichnen ist. Die Anzahl der Systemausfälle sei Poisson-verteilt.

- Bestimmen Sie den Parameter λ der Poisson-Verteilung.
- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass an einem Tag genau zwei Systemausfälle zu verzeichnen sind?
- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass es bei 5 gleichartigen Systemen, die unabhängig voneinander laufen, zu mindestens einem Ausfall am Tage kommt.

R

$$X \sim P(\lambda), \quad P(X=0) = 0.905$$

$$a) \quad P(X=x) = \frac{\lambda^x}{x!} e^{-\lambda} \quad \Rightarrow \quad \frac{\lambda^0}{0!} \cdot e^{-\lambda} = 0.905$$

$$\Leftrightarrow e^{-\lambda} = 0.905$$

$$\Leftrightarrow \lambda = -\ln 0.905 \approx 0.0998$$

$$b) \quad P(X=2) = \frac{\lambda^2}{2!} e^{-\lambda} = 0.0045$$



- 1. Einführung
- 2. Differenzieren 2
- 3. Deskriptive Statistik
- 4. W-Theorie
 - Kombinatorik
 - Zufall und Wahrscheinlichkeit
 - Zufallsvariablen und Verteilungen
 - Verteilungsparameter
- 5. Induktive Statistik
- Quellen
- Tabellen

- ▶ n -faches Ziehen **ohne** Zurücklegen aus N Objekten, davon M markiert.

X = Anzahl gezogener Objekte mit Markierung

heißt **hypergeometrisch verteilt** mit den Parametern N, M, n .

- ▶ Kurzschreibweise: $X \sim \text{Hyp}(N; M; n)$
- ▶ Wahrscheinlichkeitsfunktion:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\binom{M}{x} \binom{N-M}{n-x}}{\binom{N}{n}}, & \text{falls } x \text{ möglich} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

- ▶ Ist $n \leq \frac{N}{20}$, so gilt: $\text{Hyp}(N; M; n) \approx B(n; \frac{M}{N})$

Poissonverteilung

$$X \sim B(n; p) \Leftrightarrow P(X=x) = \binom{n}{x} \cdot p^x \cdot (1-p)^{n-x}$$

Was passiert, wenn n sehr groß wird ($n \rightarrow \infty$)
falls $n \cdot p = \lambda$ konstant ist
($p = \frac{\lambda}{n}$)

$$P(X=x) = \binom{n}{x} \cdot \left(\frac{\lambda}{n}\right)^x \cdot \left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^{n-x}$$

$$= \frac{n \cdot (n-1) \cdots (n-x+1)}{x!} \cdot \frac{\lambda^x}{n^x} \cdot \frac{(1 - \frac{\lambda}{n})^n}{(1 - \frac{\lambda}{n})^x}$$

$\xrightarrow{n \rightarrow \infty} \frac{n}{n} \cdot \frac{n-1}{n} \cdots \frac{n-x+1}{n} \cdot \lambda^x \cdot \frac{(1 - \frac{\lambda}{n})^n}{(1 - \frac{\lambda}{n})^x}$

$\xrightarrow{n \rightarrow \infty} \frac{\lambda^x}{x!} \cdot e^{-\lambda}$

$\xrightarrow{n \rightarrow \infty} 1$

$$= \frac{\lambda^x}{x!} \cdot e^{-\lambda}$$



- 1. Einführung
- 2. Differenzieren 2
- 3. Deskriptive Statistik
- 4. W-Theorie
 - Kombinatorik
 - Zufall und Wahrscheinlichkeit
 - Zufallsvariablen und Verteilungen
 - Verteilungsparameter
- 5. Induktive Statistik
- Quellen
- Tabellen

- ▶ Aus einem 32-Kartenblatt wird 3-mal eine Karte ohne Zurücklegen gezogen.
- ▶ Wie wahrscheinlich ist es, 2-mal "Herz" zu ziehen?
- ▶ D.h.: $N = 32$, $M = 8$, $n = 3$, $x = 2$.

$$\begin{aligned} P(X = 2) = f(2) &= \frac{\binom{8}{2} \binom{32-8}{3-2}}{\binom{32}{3}} = \frac{\binom{8}{2} \binom{24}{1}}{\binom{32}{3}} = \frac{8!}{2! \cdot 6!} \cdot 24 \\ &= \frac{29! \cdot 8! \cdot 3! \cdot 24}{32! \cdot 6! \cdot 2!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 24}{32 \cdot 31 \cdot 30} = \frac{4032}{29760} = \frac{21}{155} \\ &= 0,1355 \end{aligned}$$

Dabei wurde verwendet:

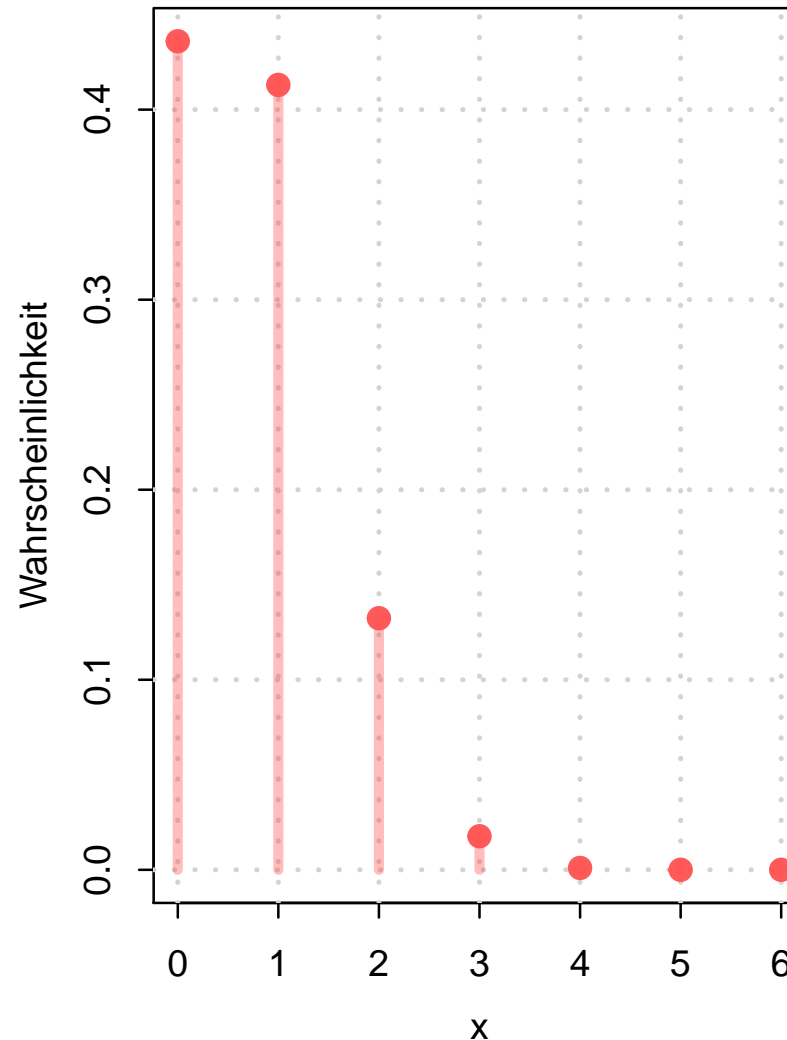
$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} \quad \text{und} \quad \binom{n}{1} = n.$$



Beispiel: x Treffer im Lotto 6 aus 49

► $X \sim \text{Hyp}(49, 6, 6)$

x	$P(X = x)$ (in %)
0	43.596498
1	41.301945
2	13.237803
3	1.765040
4	0.096862
5	0.001845
6	0.000007



- 1. Einführung
 - 2. Differenzieren 2
 - 3. Deskriptive Statistik
 - 4. W-Theorie
 - Kombinatorik
 - Zufall und Wahrscheinlichkeit
 - Zufallsvariablen und Verteilungen
 - Verteilungsparameter
 - 5. Induktive Statistik
- Quellen
- Tabellen

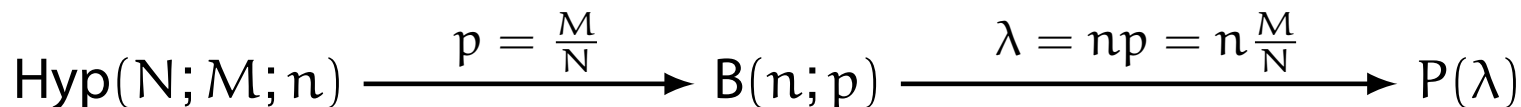


- 1. Einführung
- 2. Differenzieren 2
- 3. Deskriptive Statistik
- 4. W-Theorie
 - Kombinatorik
 - Zufall und Wahrscheinlichkeit
 - Zufallsvariablen und Verteilungen
 - Verteilungsparameter
- 5. Induktive Statistik
- Quellen
- Tabellen

- ▶ Approximation für $B(n; p)$ und $\text{Hyp}(N; M; n)$
- ▶ Geeignet, wenn
 p klein ($\leq 0,1$), n groß (≥ 50) und $np \leq 10$.
- ▶ „Verteilung der seltenen Ereignisse“
(z.B. Anzahl 6-er pro Lottoauspielung)
- ▶ X ist **poissonverteilt mit Parameter λ** : $X \sim P(\lambda)$
- ▶ Wahrscheinlichkeitsfunktion:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\lambda^x}{x!} \cdot e^{-\lambda}, & \text{falls } x = 0, 1, 2, \dots \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

- ▶ $F(x)$ in Tabelle
- ▶ Überblick: Approximation



Poissonverteilung: $X \sim P(\lambda)$, Tabelle der Verteilungsfunktionen



$x \setminus \lambda$	1.6	1.7	1.8	1.9	2	2.1	2.2	2.3	2.4	2.5	2.6	2.7	2.8	2.9	3
0	0.2019	0.1827	0.1653	0.1496	0.1353	0.1225	0.1108	0.1003	0.0907	0.0821	0.0743	0.0672	0.0608	0.0550	0.0498
1	0.5249	0.4933	0.4628	0.4338	0.4060	0.3796	0.3546	0.3309	0.3085	0.2873	0.2674	0.2487	0.2311	0.2146	0.1992
2	0.7834	0.7572	0.7306	0.7037	0.6767	0.6496	0.6227	0.5960	0.5697	0.5438	0.5184	0.4936	0.4695	0.4460	0.4232
3	0.9212	0.9068	0.8913	0.8747	0.8571	0.8387	0.8194	0.7994	0.7787	0.7576	0.7360	0.7141	0.6919	0.6696	0.6472
4	0.9763	0.9704	0.9636	0.9559	0.9474	0.9379	0.9275	0.9163	0.9041	0.8912	0.8774	0.8629	0.8477	0.8318	0.8153
5	0.9940	0.9920	0.9896	0.9868	0.9834	0.9796	0.9751	0.9700	0.9643	0.9580	0.9510	0.9433	0.9349	0.9258	0.9161
6	0.9987	0.9981	0.9974	0.9966	0.9955	0.9941	0.9925	0.9906	0.9884	0.9858	0.9828	0.9794	0.9756	0.9713	0.9665
7	0.9997	0.9996	0.9994	0.9992	0.9989	0.9985	0.9980	0.9974	0.9967	0.9958	0.9947	0.9934	0.9919	0.9901	0.9881
8	1.0000	0.9999	0.9999	0.9998	0.9998	0.9997	0.9995	0.9994	0.9991	0.9989	0.9985	0.9981	0.9976	0.9970	0.9962
9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9999	0.9998	0.9997	0.9996	0.9995	0.9993	0.9992	0.9989
10	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9999	0.9998	0.9998	0.9997
11	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999
12	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

$x \setminus \lambda$	3.1	3.2	3.3	3.4	3.5	3.6	3.7	3.8	3.9	4	4.1	4.2	4.3	4.4	4.5
0	0.0451	0.0408	0.0369	0.0334	0.0302	0.0273	0.0247	0.0224	0.0203	0.0183	0.0166	0.0150	0.0136	0.0123	0.0111
1	0.1847	0.1712	0.1586	0.1469	0.1359	0.1257	0.1162	0.1074	0.0992	0.0916	0.0845	0.0780	0.0719	0.0663	0.0611
2	0.4012	0.3799	0.3594	0.3397	0.3209	0.3028	0.2854	0.2689	0.2531	0.2381	0.2238	0.2102	0.1974	0.1852	0.1736
3	0.6248	0.6025	0.5803	0.5584	0.5366	0.5152	0.4942	0.4735	0.4533	0.4335	0.4142	0.3954	0.3772	0.3595	0.3423
4	0.7982	0.7806	0.7626	0.7442	0.7255	0.7064	0.6872	0.6679	0.6484	0.6288	0.6093	0.5898	0.5704	0.5512	0.5321
5	0.9057	0.8946	0.8829	0.8706	0.8576	0.8441	0.8301	0.8156	0.8006	0.7851	0.7693	0.7532	0.7367	0.7199	0.7029
6	0.9612	0.9554	0.9490	0.9422	0.9347	0.9267	0.9182	0.9091	0.8995	0.8893	0.8787	0.8675	0.8558	0.8437	0.8311
7	0.9858	0.9832	0.9802	0.9769	0.9733	0.9692	0.9648	0.9599	0.9546	0.9489	0.9427	0.9361	0.9290	0.9214	0.9134
8	0.9953	0.9943	0.9931	0.9917	0.9901	0.9883	0.9863	0.9840	0.9815	0.9786	0.9755	0.9721	0.9683	0.9642	0.9598
9	0.9986	0.9982	0.9978	0.9973	0.9967	0.9960	0.9952	0.9942	0.9931	0.9919	0.9905	0.9889	0.9871	0.9851	0.9829
10	0.9996	0.9995	0.9994	0.9992	0.9990	0.9987	0.9984	0.9981	0.9977	0.9972	0.9966	0.9959	0.9952	0.9943	0.9933
11	0.9999	0.9999	0.9998	0.9998	0.9997	0.9996	0.9995	0.9994	0.9993	0.9991	0.9989	0.9986	0.9983	0.9980	0.9976
12	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9999	0.9998	0.9998	0.9997	0.9997	0.9996	0.9995	0.9994	0.9992
13	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9998	0.9998
14	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999
15	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

- 1. Einführung
- 2. Differenzieren 2
- 3. Deskriptive Statistik
- 4. W-Theorie
 - Kombinatorik
 - Zufall und Wahrscheinlichkeit
 - Zufallsvariablen und Verteilungen
 - Verteilungsparameter
- 5. Induktive Statistik

Quellen

Tabellen



Beispiel

- ▶ $X \sim B(10\,000; 0,0003)$; In Tabelle der Binomialverteilung nicht vertafelt! Approximation:

$$\left. \begin{array}{l} p = 0,0003 < 0,1 \\ n = 10\,000 > 50 \\ np = 3 < 10 \end{array} \right\} \Rightarrow B(10\,000; 0,0003) \approx P(3)$$

- ▶ Mithilfe der Wahrscheinlichkeitsfunktion:

$$P(X = 5) = \frac{3^5}{5!} \cdot e^{-3} = 0,1008188$$

- ▶ Mithilfe der Tabelle der Poissonverteilung:

$$P(X = 5) = F(5) - F(4) = 0,9161 - 0,8153 = 0,1008$$

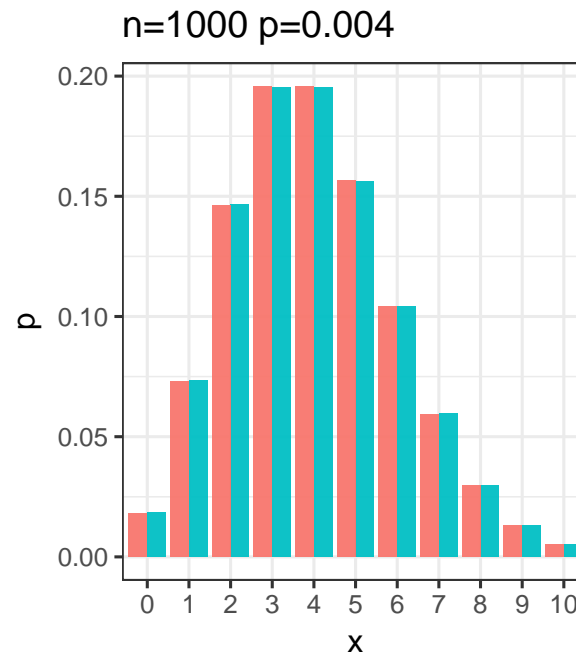
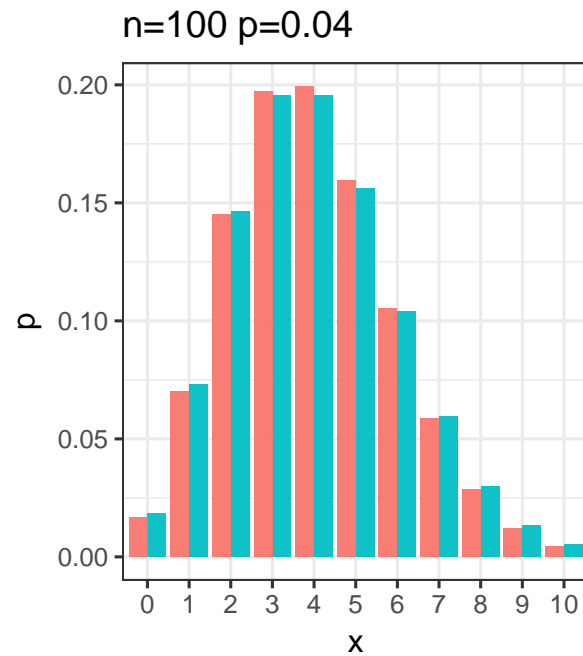
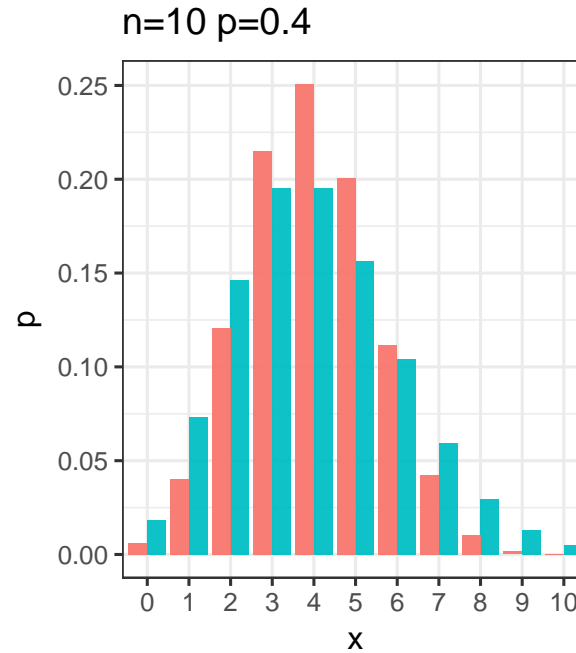
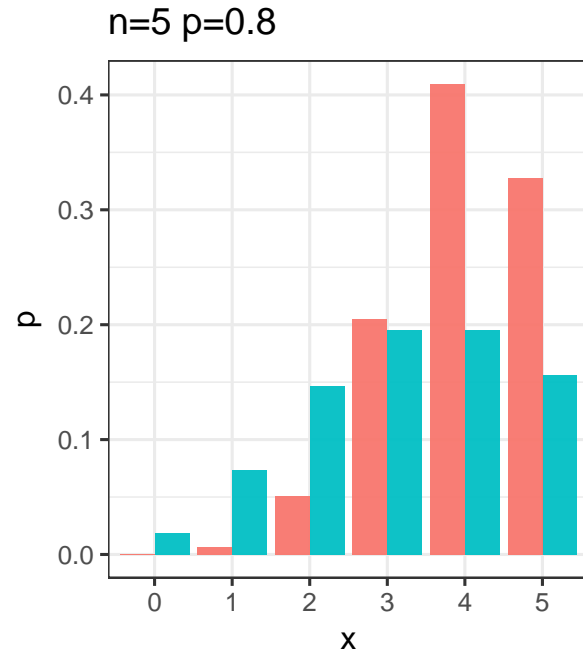
- ▶ Exakter Wert: $P(X = 5) = 0,1008239$

1. Einführung
2. Differenzieren 2
3. Deskriptive Statistik
4. W-Theorie
 - Kombinatorik
 - Zufall und Wahrscheinlichkeit
 - Zufallsvariablen und Verteilungen
 - Verteilungsparameter
5. Induktive Statistik

Quellen

Tabellen

Poisson- versus Binomialverteilung: Vergleich



- 1. Einführung
 - 2. Differenzieren 2
 - 3. Deskriptive Statistik
 - 4. W-Theorie
 - Kombinatorik
 - Zufall und Wahrscheinlichkeit
 - Zufallsvariablen und Verteilungen
 - Verteilungsparameter
 - 5. Induktive Statistik
- Quellen
- Tabellen

Binomialverteilung $X \sim B(n; p)$, Verteilungsfunktion $F(x) = P(X \leq x)$



$n = 2$

$\downarrow x \quad p \rightarrow$	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.2	0.25	0.3	0.4	0.5
0	0.9801	0.9604	0.9409	0.9216	0.9025	0.8836	0.8649	0.8464	0.8281	0.8100	0.6400	0.5625	0.4900	0.3600	0.2500
1	0.9999	0.9996	0.9991	0.9984	0.9975	0.9964	0.9951	0.9936	0.9919	0.9900	0.9600	0.9375	0.9100	0.8400	0.7500

$n = 3$

$\downarrow x \quad p \rightarrow$	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.2	0.25	0.3	0.4	0.5
0	0.9703	0.9412	0.9127	0.8847	0.8574	0.8306	0.8044	0.7787	0.7536	0.7290	0.5120	0.4219	0.3430	0.2160	0.1250
1	0.9997	0.9988	0.9974	0.9953	0.9928	0.9896	0.9860	0.9818	0.9772	0.9720	0.8960	0.8438	0.7840	0.6480	0.5000
2	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9998	0.9997	0.9995	0.9993	0.9990	0.9920	0.9844	0.9730	0.9360	0.8750

$n = 4$

$\downarrow x \quad p \rightarrow$	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.2	0.25	0.3	0.4	0.5
0	0.9606	0.9224	0.8853	0.8493	0.8145	0.7807	0.7481	0.7164	0.6857	0.6561	0.4096	0.3164	0.2401	0.1296	0.0625
1	0.9994	0.9977	0.9948	0.9909	0.9860	0.9801	0.9733	0.9656	0.9570	0.9477	0.8192	0.7383	0.6517	0.4752	0.3125
2	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9995	0.9992	0.9987	0.9981	0.9973	0.9963	0.9728	0.9492	0.9163	0.8208	0.6875
3	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9984	0.9961	0.9919	0.9744	0.9375

$n = 5$

$\downarrow x \quad p \rightarrow$	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.2	0.25	0.3	0.4	0.5
0	0.9510	0.9039	0.8587	0.8154	0.7738	0.7339	0.6957	0.6591	0.6240	0.5905	0.3277	0.2373	0.1681	0.0778	0.0313
1	0.9990	0.9962	0.9915	0.9852	0.9774	0.9681	0.9575	0.9456	0.9326	0.9185	0.7373	0.6328	0.5282	0.3370	0.1875
2	1.0000	0.9999	0.9997	0.9994	0.9988	0.9980	0.9969	0.9955	0.9937	0.9914	0.9421	0.8965	0.8369	0.6826	0.5000
3	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9998	0.9997	0.9995	0.9933	0.9844	0.9692	0.9130	0.8125
4	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9997	0.9990	0.9976	0.9898	0.9688

1. Einführung
2. Differenzieren 2
3. Deskriptive Statistik
4. W-Theorie
5. Induktive Statistik

Quellen

Tabellen

- Binomialverteilung
- Poissonverteilung
- Standardnormalverteilung
- χ^2 -Verteilung
- t-Verteilung
- F-Verteilung

Binomialverteilung $X \sim B(n; p)$, Verteilungsfunktion $F(x) = P(X \leq x)$



$n = 6$

$\downarrow x \quad p \rightarrow$	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.2	0.25	0.3	0.4	0.5
0	0.9415	0.8858	0.8330	0.7828	0.7351	0.6899	0.6470	0.6064	0.5679	0.5314	0.2621	0.1780	0.1176	0.0467	0.0156
1	0.9985	0.9943	0.9875	0.9784	0.9672	0.9541	0.9392	0.9227	0.9048	0.8857	0.6554	0.5339	0.4202	0.2333	0.1094
2	1.0000	0.9998	0.9995	0.9988	0.9978	0.9962	0.9942	0.9915	0.9882	0.9842	0.9011	0.8306	0.7443	0.5443	0.3438
3	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9997	0.9995	0.9992	0.9987	0.9830	0.9624	0.9295	0.8208	0.6563
4	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9984	0.9954	0.9891	0.9590	0.8906
5	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9993	0.9959	0.9844

$n = 7$

$\downarrow x \quad p \rightarrow$	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.2	0.25	0.3	0.4	0.5
0	0.9321	0.8681	0.8080	0.7514	0.6983	0.6485	0.6017	0.5578	0.5168	0.4783	0.2097	0.1335	0.0824	0.0280	0.0078
1	0.9980	0.9921	0.9829	0.9706	0.9556	0.9382	0.9187	0.8974	0.8745	0.8503	0.5767	0.4449	0.3294	0.1586	0.0625
2	1.0000	0.9997	0.9991	0.9980	0.9962	0.9937	0.9903	0.9860	0.9807	0.9743	0.8520	0.7564	0.6471	0.4199	0.2266
3	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9996	0.9993	0.9988	0.9982	0.9973	0.9667	0.9294	0.8740	0.7102	0.5000
4	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9998	0.9953	0.9871	0.9712	0.9037	0.7734
5	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9996	0.9987	0.9962	0.9812	0.9375
6	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9984	0.9922

$n = 8$

$\downarrow x \quad p \rightarrow$	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.2	0.25	0.3	0.4	0.5
0	0.9227	0.8508	0.7837	0.7214	0.6634	0.6096	0.5596	0.5132	0.4703	0.4305	0.1678	0.1001	0.0576	0.0168	0.0039
1	0.9973	0.9897	0.9777	0.9619	0.9428	0.9208	0.8965	0.8702	0.8423	0.8131	0.5033	0.3671	0.2553	0.1064	0.0352
2	0.9999	0.9996	0.9987	0.9969	0.9942	0.9904	0.9853	0.9789	0.9711	0.9619	0.7969	0.6785	0.5518	0.3154	0.1445
3	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9996	0.9993	0.9987	0.9978	0.9966	0.9950	0.9437	0.8862	0.8059	0.5941	0.3633
4	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9997	0.9996	0.9896	0.9727	0.9420	0.8263	0.6367
5	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9988	0.9958	0.9887	0.9502	0.8555
6	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9996	0.9987	0.9915	0.9648
7	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9993	0.9961

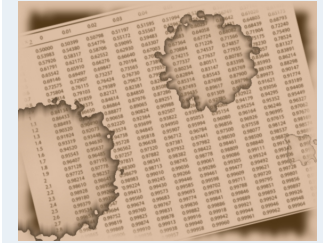
1. Einführung
2. Differenzieren 2
3. Deskriptive Statistik
4. W-Theorie
5. Induktive Statistik

Quellen

Tabellen

- Binomialverteilung
- Poissonverteilung
- Standardnormalverteilung
- χ^2 -Verteilung
- t-Verteilung
- F-Verteilung

Binomialverteilung $X \sim B(n; p)$, Verteilungsfunktion $F(x) = P(X \leq x)$



$n = 9$

$\downarrow x$ $p \rightarrow$	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.2	0.25	0.3	0.4	0.5
0	0.9135	0.8337	0.7602	0.6925	0.6302	0.5730	0.5204	0.4722	0.4279	0.3874	0.1342	0.0751	0.0404	0.0101	0.0020
1	0.9966	0.9869	0.9718	0.9522	0.9288	0.9022	0.8729	0.8417	0.8088	0.7748	0.4362	0.3003	0.1960	0.0705	0.0195
2	0.9999	0.9994	0.9980	0.9955	0.9916	0.9862	0.9791	0.9702	0.9595	0.9470	0.7382	0.6007	0.4628	0.2318	0.0898
3	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997	0.9994	0.9987	0.9977	0.9963	0.9943	0.9917	0.9144	0.8343	0.7297	0.4826	0.2539
4	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9997	0.9995	0.9991	0.9804	0.9511	0.9012	0.7334	0.5000
5	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9969	0.9900	0.9747	0.9006	0.7461
6	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9997	0.9987	0.9957	0.9750	0.9102
7	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9996	0.9962	0.9805
8	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9997	0.9980

$n = 10$

$$x \sim B(n=10, p=0.2)$$

$$f(5) = F(5) - F(4) \approx 0.9936 - 0.9672 = 0.0264$$

$\downarrow x$ $p \rightarrow$	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.2	0.25	0.3	0.4	0.5
0	0.9044	0.8171	0.7374	0.6648	0.5987	0.5386	0.4840	0.4344	0.3894	0.3487	0.1074	0.0563	0.0282	0.0060	0.0010
1	0.9957	0.9838	0.9655	0.9418	0.9139	0.8824	0.8483	0.8121	0.7746	0.7361	0.3758	0.2440	0.1493	0.0464	0.0107
2	0.9999	0.9991	0.9972	0.9938	0.9885	0.9812	0.9717	0.9599	0.9460	0.9298	0.6778	0.5256	0.3828	0.1673	0.0547
3	1.0000	1.0000	0.9999	0.9996	0.9990	0.9980	0.9964	0.9942	0.9912	0.9872	0.8791	0.7759	0.6496	0.3823	0.1719
4	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9997	0.9994	0.9990	0.9984	0.9672	0.9219	0.8497	0.6331	0.3770
5	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9936	0.9803	0.9527	0.8338	0.6230
6	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9991	0.9965	0.9894	0.9452	0.8281
7	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9996	0.9984	0.9877	0.9453
8	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9983	0.9893
9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9990

$F(5)$

1. Einführung
2. Differenzieren 2
3. Deskriptive Statistik
4. W-Theorie
5. Induktive Statistik

Quellen

Tabellen

- Binomialverteilung
- Poissonverteilung
- Standardnormalverteilung
- χ^2 -Verteilung
- t-Verteilung
- F-Verteilung

Binomialverteilung $X \sim B(n; p)$, Verteilungsfunktion $F(x) = P(X \leq x)$



$n = 15$

$\downarrow x \quad p \rightarrow$	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.2	0.25	0.3	0.4	0.5
0	0.8601	0.7386	0.6333	0.5421	0.4633	0.3953	0.3367	0.2863	0.2430	0.2059	0.0352	0.0134	0.0047	0.0005	0.0000
1	0.9904	0.9647	0.9270	0.8809	0.8290	0.7738	0.7168	0.6597	0.6035	0.5490	0.1671	0.0802	0.0353	0.0052	0.0005
2	0.9996	0.9970	0.9906	0.9797	0.9638	0.9429	0.9171	0.8870	0.8531	0.8159	0.3980	0.2361	0.1268	0.0271	0.0037
3	1.0000	0.9998	0.9992	0.9976	0.9945	0.9896	0.9825	0.9727	0.9601	0.9444	0.6482	0.4613	0.2969	0.0905	0.0176
4	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9994	0.9986	0.9972	0.9950	0.9918	0.9873	0.8358	0.6865	0.5155	0.2173	0.0592
5	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9997	0.9993	0.9987	0.9978	0.9389	0.8516	0.7216	0.4032	0.1509
6	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9997	0.9819	0.9434	0.8689	0.6098	0.3036
7	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9958	0.9827	0.9500	0.7869	0.5000
8	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9992	0.9958	0.9848	0.9050	0.6964
9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9992	0.9963	0.9662	0.8491
10	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9993	0.9907	0.9408
11	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9981	0.9824
12	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9997	0.9963
13	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9995
14	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

1. Einführung

2. Differenzieren 2

3. Deskriptive Statistik

4. W-Theorie

5. Induktive Statistik

Quellen

Tabellen

Binomialverteilung

Poissonverteilung

Standardnormalverteilung

χ^2 -Verteilung

t-Verteilung

F-Verteilung

Binomialverteilung $X \sim B(n; p)$, Verteilungsfunktion $F(x) = P(X \leq x)$



$n = 20$

$\downarrow x \quad p \rightarrow$	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.2	0.25	0.3	0.4	0.5
0	0.8179	0.6676	0.5438	0.4420	0.3585	0.2901	0.2342	0.1887	0.1516	0.1216	0.0115	0.0032	0.0008	0.0000	0.0000
1	0.9831	0.9401	0.8802	0.8103	0.7358	0.6605	0.5869	0.5169	0.4516	0.3917	0.0692	0.0243	0.0076	0.0005	0.0000
2	0.9990	0.9929	0.9790	0.9561	0.9245	0.8850	0.8390	0.7879	0.7334	0.6769	0.2061	0.0913	0.0355	0.0036	0.0002
3	1.0000	0.9994	0.9973	0.9926	0.9841	0.9710	0.9529	0.9294	0.9007	0.8670	0.4114	0.2252	0.1071	0.0160	0.0013
4	1.0000	1.0000	0.9997	0.9990	0.9974	0.9944	0.9893	0.9817	0.9710	0.9568	0.6296	0.4148	0.2375	0.0510	0.0059
5	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997	0.9991	0.9981	0.9962	0.9932	0.9887	0.8042	0.6172	0.4164	0.1256	0.0207
6	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997	0.9994	0.9987	0.9976	0.9133	0.7858	0.6080	0.2500	0.0577
7	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9996	0.9679	0.8982	0.7723	0.4159	0.1316
8	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9900	0.9591	0.8867	0.5956	0.2517
9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9974	0.9861	0.9520	0.7553	0.4119
10	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9994	0.9961	0.9829	0.8725	0.5881
11	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9991	0.9949	0.9435	0.7483
12	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998	0.9987	0.9790	0.8684
13	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9997	0.9935	0.9423
14	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9984	0.9793
15	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9997	0.9941
16	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9987
17	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998
18	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
19	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

- 1. Einführung
- 2. Differenzieren 2
- 3. Deskriptive Statistik
- 4. W-Theorie
- 5. Induktive Statistik

Quellen

Tabellen

- Binomialverteilung
- Poissonverteilung
- Standardnormalverteilung
- χ^2 -Verteilung
- t-Verteilung
- F-Verteilung

Binomialverteilung $X \sim B(n; p)$, Verteilungsfunktion $F(x) = P(X \leq x)$



$n = 25$

$\downarrow x \quad p \rightarrow$	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.2	0.25	0.3	0.4	0.5
0	0.7778	0.6035	0.4670	0.3604	0.2774	0.2129	0.1630	0.1244	0.0946	0.0718	0.0038	0.0008	0.0001	0.0000	0.0000
1	0.9742	0.9114	0.8280	0.7358	0.6424	0.5527	0.4696	0.3947	0.3286	0.2712	0.0274	0.0070	0.0016	0.0001	0.0000
2	0.9980	0.9868	0.9620	0.9235	0.8729	0.8129	0.7466	0.6768	0.6063	0.5371	0.0982	0.0321	0.0090	0.0004	0.0000
3	0.9999	0.9986	0.9938	0.9835	0.9659	0.9402	0.9064	0.8649	0.8169	0.7636	0.2340	0.0962	0.0332	0.0024	0.0001
4	1.0000	0.9999	0.9992	0.9972	0.9928	0.9850	0.9726	0.9549	0.9314	0.9020	0.4207	0.2137	0.0905	0.0095	0.0005
5	1.0000	1.0000	0.9999	0.9996	0.9988	0.9969	0.9935	0.9877	0.9790	0.9666	0.6167	0.3783	0.1935	0.0294	0.0020
6	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998	0.9995	0.9987	0.9972	0.9946	0.9905	0.7800	0.5611	0.3407	0.0736	0.0073
7	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9995	0.9989	0.9977	0.8909	0.7265	0.5118	0.1536	0.0216
8	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9995	0.9532	0.8506	0.6769	0.2735	0.0539
9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9827	0.9287	0.8106	0.4246	0.1148
10	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9944	0.9703	0.9022	0.5858	0.2122
11	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9985	0.9893	0.9558	0.7323	0.3450
12	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9996	0.9966	0.9825	0.8462	0.5000
13	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9991	0.9940	0.9222	0.6550
14	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998	0.9982	0.9656	0.7878
15	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9995	0.9868	0.8852
16	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9957	0.9461
17	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9988	0.9784
18	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9997	0.9927
19	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9980
20	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9995
21	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999
22	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
23	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
24	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

1. Einführung
2. Differenzieren 2
3. Deskriptive Statistik
4. W-Theorie
5. Induktive Statistik

Quellen

Tabellen

- Binomialverteilung
- Poissonverteilung
- Standardnormalverteilung
- χ^2 -Verteilung
- t-Verteilung
- F-Verteilung

Binomialverteilung $X \sim B(n; p)$, Verteilungsfunktion $F(x) = P(X \leq x)$



$n = 50$

$\downarrow x$ $p \rightarrow$	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.2	0.25	0.3	0.4	0.5
0	0.6050	0.3642	0.2181	0.1299	0.0769	0.0453	0.0266	0.0155	0.0090	0.0052	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
1	0.9106	0.7358	0.5553	0.4005	0.2794	0.1900	0.1265	0.0827	0.0532	0.0338	0.0002	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2	0.9862	0.9216	0.8108	0.6767	0.5405	0.4162	0.3108	0.2260	0.1605	0.1117	0.0013	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000
3	0.9984	0.9822	0.9372	0.8609	0.7604	0.6473	0.5327	0.4253	0.3303	0.2503	0.0057	0.0005	0.0000	0.0000	0.0000
4	0.9999	0.9968	0.9832	0.9510	0.8964	0.8206	0.7290	0.6290	0.5277	0.4312	0.0185	0.0021	0.0002	0.0000	0.0000
5	1.0000	0.9995	0.9963	0.9856	0.9622	0.9224	0.8650	0.7919	0.7072	0.6161	0.0480	0.0070	0.0007	0.0000	0.0000
6	1.0000	0.9999	0.9993	0.9964	0.9882	0.9711	0.9417	0.8981	0.8404	0.7702	0.1034	0.0194	0.0025	0.0000	0.0000
7	1.0000	1.0000	0.9999	0.9992	0.9968	0.9906	0.9780	0.9562	0.9232	0.8779	0.1904	0.0453	0.0073	0.0001	0.0000
8	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9992	0.9973	0.9927	0.9833	0.9672	0.9421	0.3073	0.0916	0.0183	0.0002	0.0000
9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998	0.9993	0.9978	0.9944	0.9875	0.9755	0.4437	0.1637	0.0402	0.0008	0.0000
10	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998	0.9994	0.9983	0.9957	0.9906	0.5836	0.2622	0.0789	0.0022	0.0000
11	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9995	0.9987	0.9968	0.7107	0.3816	0.1390	0.0057	0.0000
12	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9996	0.9990	0.8139	0.5110	0.2229	0.0133	0.0002
13	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997	0.8894	0.6370	0.3279	0.0280	0.0005
14	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9393	0.7481	0.4468	0.0540	0.0013
15	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9692	0.8369	0.5692	0.0955	0.0033
16	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9856	0.9017	0.6839	0.1561	0.0077
17	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9937	0.9449	0.7822	0.2369	0.0164
18	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9975	0.9713	0.8594	0.3356	0.0325
19	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9991	0.9861	0.9152	0.4465	0.0595
20	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9997	0.9937	0.9522	0.5610	0.1013
21	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9974	0.9749	0.6701	0.1611
22	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9990	0.9877	0.7660	0.2399
23	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9996	0.9944	0.8438	0.3359
24	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9976	0.9022	0.4439
25	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9991	0.9427	0.5561
26	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9997	0.9686	0.6641
27	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9840	0.7601
28	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9924	0.8389
29	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9966	0.8987
30	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9986	0.9405
31	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9995	0.9675
32	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998	0.9836
33	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9923
34	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9967
35	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9987

1. Einführung
2. Differenzieren 2
3. Deskriptive Statistik
4. W-Theorie
5. Induktive Statistik

Quellen

Tabellen

- Binomialverteilung
- Poissonverteilung
- Standardnormalverteilung
- χ^2 -Verteilung
- t-Verteilung
- F-Verteilung

Binomialverteilung $X \sim B(n; p)$, Verteilungsfunktion $F(x) = P(X \leq x)$

$n = 100$

$\downarrow x$ $p \rightarrow$	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.2	0.25	0.3	0.4	0.5
0	0.3660	0.1326	0.0476	0.0169	0.0059	0.0021	0.0007	0.0002	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
1	0.7358	0.4033	0.1946	0.0872	0.0371	0.0152	0.0060	0.0023	0.0009	0.0003	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2	0.9206	0.6767	0.4198	0.2321	0.1183	0.0566	0.0258	0.0113	0.0048	0.0019	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
3	0.9816	0.8590	0.6472	0.4295	0.2578	0.1430	0.0744	0.0367	0.0173	0.0078	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
4	0.9966	0.9492	0.8179	0.6289	0.4360	0.2768	0.1632	0.0903	0.0474	0.0237	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
5	0.9995	0.9845	0.9192	0.7884	0.6160	0.4407	0.2914	0.1799	0.1045	0.0576	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
6	0.9999	0.9959	0.9688	0.8936	0.7660	0.6064	0.4443	0.3032	0.1940	0.1172	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
7	1.0000	0.9991	0.9894	0.9525	0.8720	0.7483	0.5988	0.4471	0.3128	0.2061	0.0003	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
8	1.0000	0.9998	0.9968	0.9810	0.9369	0.8537	0.7340	0.5926	0.4494	0.3209	0.0009	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
9	1.0000	1.0000	0.9991	0.9932	0.9718	0.9225	0.8380	0.7220	0.5875	0.4513	0.0023	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
10	1.0000	1.0000	0.9998	0.9978	0.9885	0.9624	0.9092	0.8243	0.7118	0.5832	0.0057	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000
11	1.0000	1.0000	1.0000	0.9993	0.9957	0.9832	0.9531	0.8972	0.8124	0.7030	0.0126	0.0004	0.0000	0.0000	0.0000
12	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998	0.9985	0.9931	0.9776	0.9441	0.8862	0.8018	0.0253	0.0010	0.0000	0.0000	0.0000
13	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9995	0.9974	0.9901	0.9718	0.9355	0.8761	0.0469	0.0025	0.0001	0.0000	0.0000
14	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9991	0.9959	0.9867	0.9659	0.9274	0.0804	0.0054	0.0002	0.0000	0.0000
15	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9997	0.9984	0.9942	0.9831	0.9601	0.1285	0.0111	0.0004	0.0000	0.0000
16	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9994	0.9976	0.9922	0.9794	0.1923	0.0211	0.0010	0.0000	0.0000
17	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998	0.9991	0.9966	0.9900	0.2712	0.0376	0.0022	0.0000	0.0000
18	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997	0.9986	0.9954	0.3621	0.0630	0.0045	0.0000	0.0000
19	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9995	0.9980	0.4602	0.0995	0.0089	0.0000	0.0000
20	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998	0.9992	0.5595	0.1488	0.0165	0.0000	0.0000
21	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997	0.6540	0.2114	0.0288	0.0000	0.0000
22	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.7389	0.2864	0.0479	0.0001	0.0000
23	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.8109	0.3711	0.0755	0.0003	0.0000
24	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.8686	0.4617	0.1136	0.0006	0.0000
25	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9125	0.5535	0.1631	0.0012	0.0000
26	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9442	0.6417	0.2244	0.0024	0.0000
27	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9658	0.7224	0.2964	0.0046	0.0000
28	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9800	0.7925	0.3768	0.0084	0.0000
29	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9888	0.8505	0.4623	0.0148	0.0000
30	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9939	0.8962	0.5491	0.0248	0.0000
31	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9969	0.9307	0.6331	0.0398	0.0001
32	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9984	0.9554	0.7107	0.0615	0.0002
33	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9993	0.9724	0.7793	0.0913	0.0004
34	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9997	0.9836	0.8371	0.1303	0.0009
35	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9906	0.8839	0.1795	0.0018



1. Einführung
2. Differenzieren 2
3. Deskriptive Statistik
4. W-Theorie
5. Induktive Statistik

Quellen

Tabellen

- Binomialverteilung
- Poissonverteilung
- Standardnormalverteilung
- χ^2 -Verteilung
- t-Verteilung
- F-Verteilung

Poissonverteilung $X_\lambda \sim P(\lambda)$, Verteilungsfunktionen

$$F_\lambda(x) = P(X_\lambda \leq x)$$



↓x λ →	1	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2	2.1	2.2	2.3	2.4
0	0.3679	0.3329	0.3012	0.2725	0.2466	0.2231	0.2019	0.1827	0.1653	0.1496	0.1353	0.1225	0.1108	0.1003	0.0907
1	0.7358	0.6990	0.6626	0.6268	0.5918	0.5578	0.5249	0.4932	0.4628	0.4337	0.4060	0.3796	0.3546	0.3309	0.3084
2	0.9197	0.9004	0.8795	0.8571	0.8335	0.8088	0.7834	0.7572	0.7306	0.7037	0.6767	0.6496	0.6227	0.5960	0.5697
3	0.9810	0.9743	0.9662	0.9569	0.9463	0.9344	0.9212	0.9068	0.8913	0.8747	0.8571	0.8386	0.8194	0.7993	0.7787
4	0.9963	0.9946	0.9923	0.9893	0.9857	0.9814	0.9763	0.9704	0.9636	0.9559	0.9473	0.9379	0.9275	0.9162	0.9041
5	0.9994	0.9990	0.9985	0.9978	0.9968	0.9955	0.9940	0.9920	0.9896	0.9868	0.9834	0.9796	0.9751	0.9700	0.9643
6	0.9999	0.9999	0.9997	0.9996	0.9994	0.9991	0.9987	0.9981	0.9974	0.9966	0.9955	0.9941	0.9925	0.9906	0.9884
7	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9998	0.9997	0.9996	0.9994	0.9992	0.9989	0.9985	0.9980	0.9974	0.9967
8	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9998	0.9998	0.9997	0.9995	0.9994	0.9991
9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9999	0.9998

↓x λ →	2.5	2.75	3	3.25	3.5	3.75	4	4.25	4.5	4.75	5	5.25	5.5	5.75	6
0	0.0821	0.0639	0.0498	0.0388	0.0302	0.0235	0.0183	0.0143	0.0111	0.0087	0.0067	0.0052	0.0041	0.0032	0.0025
1	0.2873	0.2397	0.1991	0.1648	0.1359	0.1117	0.0916	0.0749	0.0611	0.0497	0.0404	0.0328	0.0266	0.0215	0.0174
2	0.5438	0.4815	0.4232	0.3696	0.3208	0.2771	0.2381	0.2037	0.1736	0.1473	0.1247	0.1051	0.0884	0.0741	0.0620
3	0.7576	0.7030	0.6472	0.5914	0.5366	0.4838	0.4335	0.3862	0.3423	0.3019	0.2650	0.2317	0.2017	0.1749	0.1512
4	0.8912	0.8554	0.8153	0.7717	0.7254	0.6775	0.6288	0.5801	0.5321	0.4854	0.4405	0.3978	0.3575	0.3199	0.2851
5	0.9580	0.9392	0.9161	0.8888	0.8576	0.8229	0.7851	0.7449	0.7029	0.6597	0.6160	0.5722	0.5289	0.4866	0.4457
6	0.9858	0.9776	0.9665	0.9523	0.9347	0.9137	0.8893	0.8617	0.8311	0.7978	0.7622	0.7248	0.6860	0.6464	0.6063
7	0.9958	0.9927	0.9881	0.9817	0.9733	0.9624	0.9489	0.9326	0.9134	0.8914	0.8666	0.8392	0.8095	0.7776	0.7440
8	0.9989	0.9978	0.9962	0.9937	0.9901	0.9852	0.9786	0.9702	0.9597	0.9470	0.9319	0.9144	0.8944	0.8719	0.8472
9	0.9997	0.9994	0.9989	0.9980	0.9967	0.9947	0.9919	0.9880	0.9829	0.9764	0.9682	0.9582	0.9462	0.9322	0.9161
10	0.9999	0.9999	0.9997	0.9994	0.9990	0.9983	0.9972	0.9956	0.9933	0.9903	0.9863	0.9812	0.9747	0.9669	0.9574
11	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9997	0.9995	0.9991	0.9985	0.9976	0.9963	0.9945	0.9922	0.9890	0.9850	0.9799
12	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9997	0.9995	0.9992	0.9987	0.9980	0.9970	0.9955	0.9937	0.9912
13	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9997	0.9996	0.9993	0.9989	0.9983	0.9975	0.9964
14	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9998	0.9996	0.9994	0.9991	0.9986
15	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9998	0.9997	0.9995
16	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9998
17	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999

1. Einführung
2. Differenzieren 2
3. Deskriptive Statistik
4. W-Theorie
5. Induktive Statistik

Quellen

Tabellen

- Binomialverteilung
- Poissonverteilung
- Standardnormalverteilung
- χ^2 -Verteilung
- t-Verteilung
- F-Verteilung

Poissonverteilung $X_\lambda \sim P(\lambda)$, Verteilungsfunktionen

$$F_\lambda(x) = P(X_\lambda \leq x)$$



$\downarrow x \quad \lambda \rightarrow$	6.25	6.5	6.75	7	7.25	7.5	7.75	8	8.25	8.5	8.75	9	9.25	9.5	10
0	0.0019	0.0015	0.0012	0.0009	0.0007	0.0006	0.0004	0.0003	0.0003	0.0002	0.0002	0.0001	0.0001	0.0001	0.0000
1	0.0140	0.0113	0.0091	0.0073	0.0059	0.0047	0.0038	0.0030	0.0024	0.0019	0.0015	0.0012	0.0010	0.0008	0.0005
2	0.0517	0.0430	0.0357	0.0296	0.0245	0.0203	0.0167	0.0138	0.0113	0.0093	0.0076	0.0062	0.0051	0.0042	0.0028
3	0.1303	0.1118	0.0958	0.0818	0.0696	0.0591	0.0501	0.0424	0.0358	0.0301	0.0253	0.0212	0.0178	0.0149	0.0103
4	0.2530	0.2237	0.1970	0.1730	0.1514	0.1321	0.1149	0.0996	0.0862	0.0744	0.0640	0.0550	0.0471	0.0403	0.0293
5	0.4064	0.3690	0.3338	0.3007	0.2699	0.2414	0.2152	0.1912	0.1694	0.1496	0.1317	0.1157	0.1013	0.0885	0.0671
6	0.5662	0.5265	0.4876	0.4497	0.4132	0.3782	0.3449	0.3134	0.2838	0.2562	0.2305	0.2068	0.1849	0.1649	0.1301
7	0.7089	0.6728	0.6359	0.5987	0.5615	0.5246	0.4884	0.4530	0.4186	0.3856	0.3540	0.3239	0.2954	0.2687	0.2202
8	0.8204	0.7916	0.7611	0.7291	0.6960	0.6620	0.6274	0.5925	0.5577	0.5231	0.4890	0.4557	0.4232	0.3918	0.3328
9	0.8978	0.8774	0.8549	0.8305	0.8043	0.7764	0.7471	0.7166	0.6852	0.6530	0.6203	0.5874	0.5545	0.5218	0.4579
10	0.9462	0.9332	0.9183	0.9015	0.8828	0.8622	0.8399	0.8159	0.7903	0.7634	0.7352	0.7060	0.6760	0.6453	0.5830
11	0.9737	0.9661	0.9571	0.9467	0.9345	0.9208	0.9053	0.8881	0.8692	0.8487	0.8266	0.8030	0.7781	0.7520	0.6968
12	0.9880	0.9840	0.9790	0.9730	0.9658	0.9573	0.9475	0.9362	0.9234	0.9091	0.8932	0.8758	0.8568	0.8364	0.7916
13	0.9949	0.9929	0.9904	0.9872	0.9832	0.9784	0.9727	0.9658	0.9578	0.9486	0.9380	0.9261	0.9129	0.8981	0.8645
14	0.9979	0.9970	0.9958	0.9943	0.9923	0.9897	0.9866	0.9827	0.9781	0.9726	0.9661	0.9585	0.9499	0.9400	0.9165
15	0.9992	0.9988	0.9983	0.9976	0.9966	0.9954	0.9938	0.9918	0.9893	0.9862	0.9824	0.9780	0.9727	0.9665	0.9513
16	0.9997	0.9996	0.9994	0.9990	0.9986	0.9980	0.9973	0.9963	0.9950	0.9934	0.9914	0.9889	0.9859	0.9823	0.9730
17	0.9999	0.9998	0.9998	0.9996	0.9995	0.9992	0.9989	0.9984	0.9978	0.9970	0.9960	0.9947	0.9931	0.9911	0.9857
18	1.0000	0.9999	0.9999	0.9999	0.9998	0.9997	0.9996	0.9993	0.9991	0.9987	0.9982	0.9976	0.9968	0.9957	0.9928
19	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9998	0.9997	0.9996	0.9995	0.9992	0.9989	0.9986	0.9980	0.9965
20	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9999	0.9998	0.9997	0.9996	0.9994	0.9991	0.9984
21	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9999	0.9998	0.9997	0.9996	0.9993
22	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9999	0.9997
23	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999
24	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
25	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

1. Einführung
2. Differenzieren 2
3. Deskriptive Statistik
4. W-Theorie
5. Induktive Statistik

Quellen

Tabellen

- Binomialverteilung
- Poissonverteilung
- Standardnormalverteilung
- χ^2 -Verteilung
- t-Verteilung
- F-Verteilung