

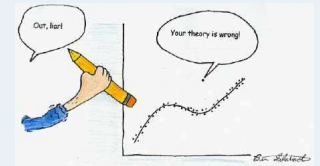
Statistik

für Betriebswirtschaft, Internationales Management,
Wirtschaftsinformatik und Informatik

Sommersemester 2017

HSA Statistik SS 2017 Sessionlist		
Datum	Statistik für BW/IM/I/Winf	Nr.
15.03.2017	Einführung Statistik	1
22.03.2017	Differentialrechnung, 2-dim Diff.Rechnung	2
29.03.2017	univ. deskr. Stat., Quantile, Plots	3
05.04.2017	Streuung, Konzentrationsmaße	4
12.04.2017	Kontingenztabellen, Mosaikplots, Korrelation	5
19.04.2017	Preisindizes, lineare Regression	6
26.04.2017	Wahrscheinlichkeitsbegriff	7
03.05.2017	Bedingte Wahrscheinlichkeit, Bayes	8
10.05.2017	diskrete Zufallsvariablen	9
17.05.2017	Stetige ZV, Gleichverteilung	10
24.05.2017	Pyramid	
31.05.2017	Normalverteilung, Verteilungsparameter	11
07.06.2017	Schätzfunktionen und Punktschätzer	12
14.06.2017	Konfidenzintervalle	13
21.06.2017	Wiederholung, Besprechung Probeklausur	14
28.06.2017	Prüfungswoche	15

Wichtige Stichprobenfunktionen



► Gegeben: Einfache Stichprobe X_1, \dots, X_n , Beliebige Verteilung, mit $E(X_i) = \mu$, $\text{Var}(X_i) = \sigma^2$

Stichprobenfunktion V	Bezeichnung	$E(V)$	$\text{Var}(V)$	$\text{Sta}(v)$
$\sum_{i=1}^n X_i$	Merkmalssumme	$n\mu$	$n\sigma^2$	
$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$	Stichprobenmittel	μ	$\frac{\sigma^2}{n}$	$\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$
$\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma} \sqrt{n}$	Gauß-Statistik	0	1	
$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2$	mittlere quadratische Abweichung bezüglich μ	σ^2		
$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$	mittlere quadratische Abweichung	$\frac{n-1}{n} \sigma^2$		
$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$	Stichprobenvarianz	σ^2		
$S = \sqrt{S^2}$	Stichproben-Standardabweichung			
$\frac{\bar{X} - \mu}{S} \sqrt{n}$	t-Statistik			

1. Einführung
2. Differenzieren 2
3. Deskriptive Statistik
4. W-Theorie
5. Induktive Statistik

- Grundlagen
- Punkt-Schätzung
 - Intervall-Schätzung
 - Signifikanztests

- Quellen
- Tabellen

TR: Shift → STAT → (x_{b_n}, b_x)
↓
(deskriptiv)

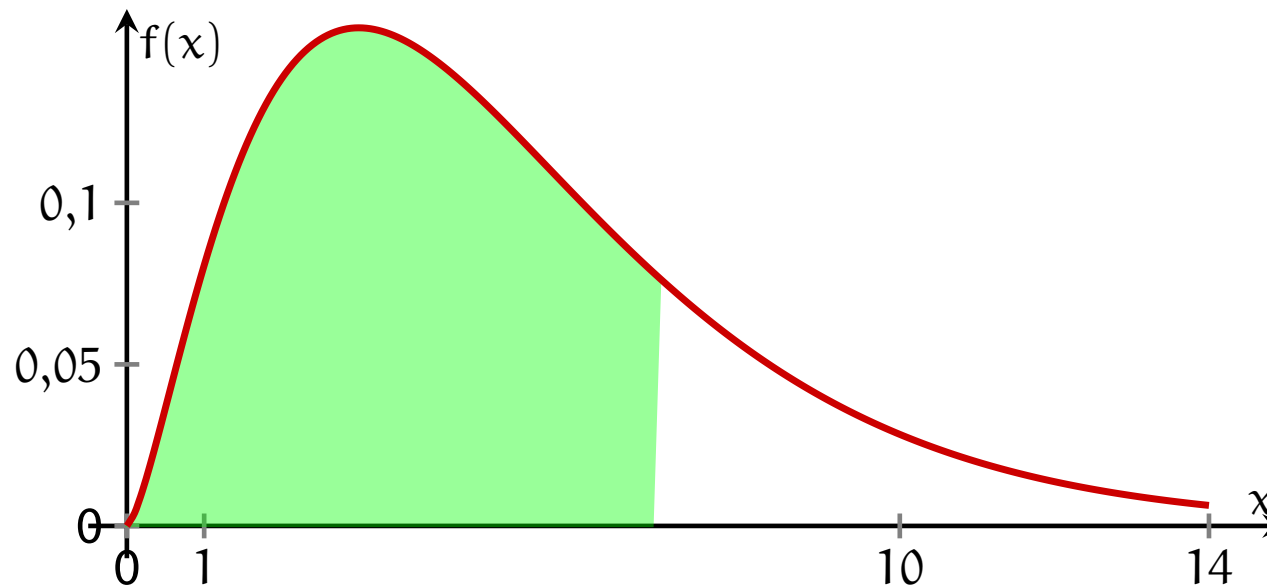
$x_{b_{n-1}}, S_x$
↓
 S^2
(bei Stichprobe)

Chi-Quadrat-Verteilung

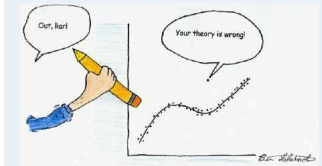
- ▶ Sind X_1, \dots, X_n iid $N(0; 1)$ -verteilte Zufallsvariablen, so wird die Verteilung von

$$Z = \sum_{i=1}^n X_i^2$$

als **Chi-Quadrat-Verteilung mit n Freiheitsgraden** bezeichnet.



- ▶ Kurzschreibweise: $Z \sim \chi^2(n)$
- ▶ **Beispiel:** $\chi^2(30)$: $x_{0,975} = 46,98$



1. Einführung
2. Differenzieren 2
3. Deskriptive Statistik
4. W-Theorie
5. Induktive Statistik

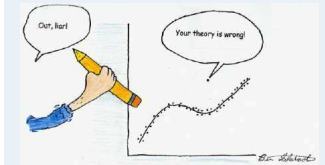
Grundlagen

- Punkt-Schätzung
- Intervall-Schätzung
- Signifikanztests

Quellen

Tabellen

Quantiltabelle der χ^2 -Verteilung mit n Freiheitsgraden



$\alpha \setminus n$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0.005	0.00	0.01	0.07	0.21	0.41	0.68	0.99	1.34	1.73	2.16	2.60	3.07	3.56	4.07	4.60
0.01	0.00	0.02	0.11	0.30	0.55	0.87	1.24	1.65	2.09	2.56	3.05	3.57	4.11	4.66	5.23
0.025	0.00	0.05	0.22	0.48	0.83	1.24	1.69	2.18	2.70	3.25	3.82	4.40	5.01	5.63	6.26
0.05	0.00	0.10	0.35	0.71	1.15	1.64	2.17	2.73	3.33	3.94	4.57	5.23	5.89	6.57	7.26
0.1	0.02	0.21	0.58	1.06	1.61	2.20	2.83	3.49	4.17	4.87	5.58	6.30	7.04	7.79	8.55
0.2	0.06	0.45	1.01	1.65	2.34	3.07	3.82	4.59	5.38	6.18	6.99	7.81	8.63	9.47	10.31
0.25	0.10	0.58	1.21	1.92	2.67	3.45	4.25	5.07	5.90	6.74	7.58	8.44	9.30	10.17	11.04
0.4	0.28	1.02	1.87	2.75	3.66	4.57	5.49	6.42	7.36	8.30	9.24	10.18	11.13	12.08	13.03
0.5	0.45	1.39	2.37	3.36	4.35	5.35	6.35	7.34	8.34	9.34	10.34	11.34	12.34	13.34	14.34
0.6	0.71	1.83	2.95	4.04	5.13	6.21	7.28	8.35	9.41	10.47	11.53	12.58	13.64	14.69	15.73
0.75	1.32	2.77	4.11	5.39	6.63	7.84	9.04	10.22	11.39	12.55	13.70	14.85	15.98	17.12	18.25
0.8	1.64	3.22	4.64	5.99	7.29	8.56	9.80	11.03	12.24	13.44	14.63	15.81	16.98	18.15	19.31
0.9	2.71	4.61	6.25	7.78	9.24	10.64	12.02	13.36	14.68	15.99	17.27	18.55	19.81	21.06	22.31
0.95	3.84	5.99	7.81	9.49	11.07	12.59	14.07	15.51	16.92	18.31	19.68	21.03	22.36	23.68	25.00
0.975	5.02	7.38	9.35	11.14	12.83	14.45	16.01	17.53	19.02	20.48	21.92	23.34	24.74	26.12	27.49
0.99	6.63	9.21	11.34	13.28	15.09	16.81	18.48	20.09	21.67	23.21	24.73	26.22	27.69	29.14	30.58
0.995	7.88	10.60	12.84	14.86	16.75	18.55	20.28	21.95	23.59	25.19	26.76	28.30	29.82	31.32	32.80

$\alpha \setminus n$	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
0.005	5.14	5.70	6.26	6.84	7.43	8.03	8.64	9.26	9.89	10.52	11.16	11.81	12.46	13.12	13.79
0.01	5.81	6.41	7.01	7.63	8.26	8.90	9.54	10.20	10.86	11.52	12.20	12.88	13.56	14.26	14.95
0.025	6.91	7.56	8.23	8.91	9.59	10.28	10.98	11.69	12.40	13.12	13.84	14.57	15.31	16.05	16.79
0.05	7.96	8.67	9.39	10.12	10.85	11.59	12.34	13.09	13.85	14.61	15.38	16.15	16.93	17.71	18.49
0.1	9.31	10.09	10.86	11.65	12.44	13.24	14.04	14.85	15.66	16.47	17.29	18.11	18.94	19.77	20.60
0.2	11.15	12.00	12.86	13.72	14.58	15.44	16.31	17.19	18.06	18.94	19.82	20.70	21.59	22.48	23.36
0.25	11.91	12.79	13.68	14.56	15.45	16.34	17.24	18.14	19.04	19.94	20.84	21.75	22.66	23.57	24.48
0.4	13.98	14.94	15.89	16.85	17.81	18.77	19.73	20.69	21.65	22.62	23.58	24.54	25.51	26.48	27.44
0.5	15.34	16.34	17.34	18.34	19.34	20.34	21.34	22.34	23.34	24.34	25.34	26.34	27.34	28.34	29.34
0.6	16.78	17.82	18.87	19.91	20.95	21.99	23.03	24.07	25.11	26.14	27.18	28.21	29.25	30.28	31.32
0.75	19.37	20.49	21.60	22.72	23.83	24.93	26.04	27.14	28.24	29.34	30.43	31.53	32.62	33.71	34.80
0.8	20.47	21.61	22.76	23.90	25.04	26.17	27.30	28.43	29.55	30.68	31.79	32.91	34.03	35.14	36.25
0.9	23.54	24.77	25.99	27.20	28.41	29.62	30.81	32.01	33.20	34.38	35.56	36.74	37.92	39.09	40.26
0.95	26.30	27.59	28.87	30.14	31.41	32.67	33.92	35.17	36.41	37.65	38.89	40.11	41.34	42.56	43.77
0.975	28.85	30.19	31.53	32.85	34.17	35.48	36.78	38.08	39.36	40.65	41.92	43.19	44.46	45.72	46.98
0.99	32.00	33.41	34.81	36.19	37.57	38.93	40.29	41.64	42.98	44.31	45.64	46.96	48.28	49.59	50.89
0.995	34.27	35.72	37.16	38.58	40.00	41.40	42.80	44.18	45.56	46.93	48.29	49.64	50.99	52.34	53.67

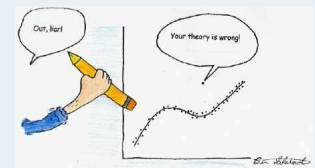
1. Einführung
2. Differenzieren 2
3. Deskriptive Statistik
4. W-Theorie
5. Induktive Statistik

Grundlagen

- Punkt-Schätzung
- Intervall-Schätzung
- Signifikanztests

Quellen

Tabellen



- 1. Einführung
- 2. Differenzieren 2
- 3. Deskriptive Statistik
- 4. W-Theorie
- 5. Induktive Statistik

- Grundlagen
- Punkt-Schätzung
- Intervall-Schätzung
- Signifikanztests

- Quellen
- Tabellen

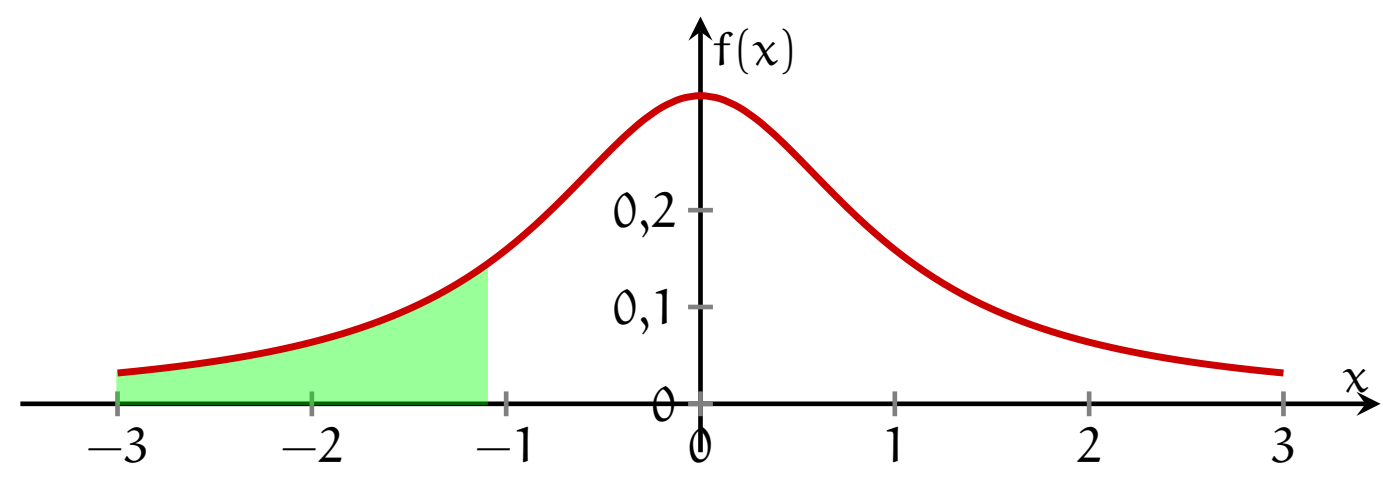
- ▶ Ist $X \sim N(0; 1)$, $Z \sim \chi^2(n)$, X , Z unabhängig, so wird die Verteilung von

$$T = \frac{X}{\sqrt{\frac{1}{n} Z}}$$

als **t-Verteilung** mit n Freiheitsgraden bezeichnet.

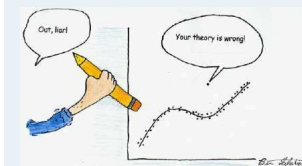


William Sealy Gosset
1876 – 1937



- ▶ Kurzschreibweise: $T \sim t(n)$
- ▶ **Beispiel:** $t(10)$ $x_{0,6} = 0,260$, $x_{0,5} = 0$, $x_{0,1} = -x_{0,9} = -1,372$

Quantiltabelle der t-Verteilung mit n Freiheitsgraden



$\alpha \setminus n$	0.6	0.75	0.8	0.9	0.95	0.975	0.99	0.995
1	0.325	1.000	1.376	3.078	6.314	12.706	31.820	63.657
2	0.289	0.816	1.061	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925
3	0.277	0.765	0.979	1.638	2.353	3.183	4.541	5.841
4	0.271	0.741	0.941	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604
5	0.267	0.727	0.920	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032
6	0.265	0.718	0.906	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707
7	0.263	0.711	0.896	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499
8	0.262	0.706	0.889	1.397	1.860	2.306	2.897	3.355
9	0.261	0.703	0.883	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250
10	0.260	0.700	0.879	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169
11	0.260	0.698	0.875	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106
12	0.259	0.696	0.873	1.356	1.782	2.179	2.681	3.054
13	0.259	0.694	0.870	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012
14	0.258	0.692	0.868	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977
15	0.258	0.691	0.866	1.341	1.753	2.131	2.603	2.947
16	0.258	0.690	0.865	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921
17	0.257	0.689	0.863	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898
18	0.257	0.688	0.862	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878
19	0.257	0.688	0.861	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861
20	0.257	0.687	0.860	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845
21	0.257	0.686	0.859	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831
22	0.256	0.686	0.858	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819
23	0.256	0.685	0.858	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807
24	0.256	0.685	0.857	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797
25	0.256	0.684	0.856	1.316	1.708	2.059	2.485	2.787
26	0.256	0.684	0.856	1.315	1.706	2.055	2.479	2.779
27	0.256	0.684	0.855	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771
28	0.256	0.683	0.855	1.312	1.701	2.048	2.467	2.763
29	0.256	0.683	0.854	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756
30	0.256	0.683	0.854	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750

1. Einführung
2. Differenzieren 2
3. Deskriptive Statistik
4. W-Theorie
5. Induktive Statistik

Grundlagen

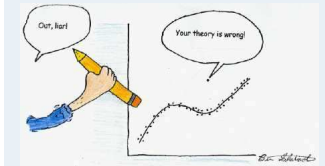
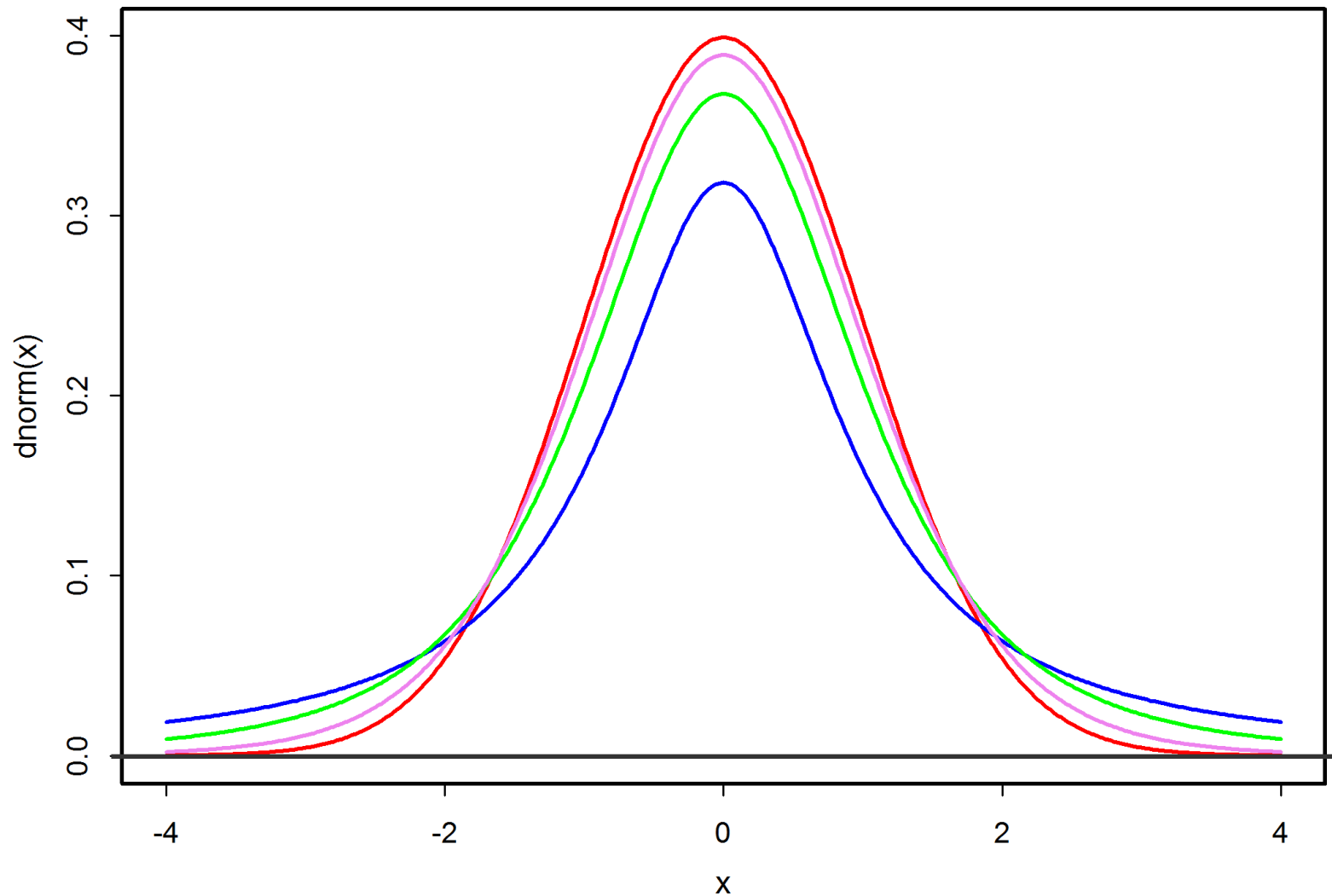
- Punkt-Schätzung
- Intervall-Schätzung
- Signifikanztests

Quellen

Tabellen

Dichtefunktion

- ▶ t-Verteilung mit 1 (blau), 3 (grün) und 10 (lila) Freiheitsgraden
- ▶ Standardnormalverteilung (rot)



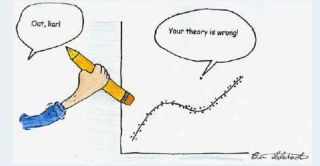
1. Einführung
2. Differenzieren 2
3. Deskriptive Statistik
4. W-Theorie
5. Induktive Statistik

Grundlagen

- Punkt-Schätzung
- Intervall-Schätzung
- Signifikanztests

Quellen

Tabellen



- ▶ Für einen unbekanntem Verteilungsparameter ϑ soll auf Basis einer Stichprobe ein Intervall geschätzt werden.
- ▶ Verwendung der Stichprobenfunktionen V_u, V_o , so dass $V_u \leq V_o$ und

$$P(V_u \leq \vartheta \leq V_o) = 1 - \alpha$$

stets gelten.

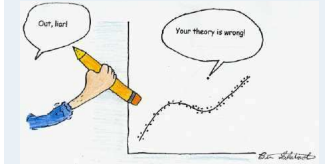
$[V_u; V_o]$ heißt **Konfidenzintervall** (KI) für ϑ zum **Konfidenzniveau** $1 - \alpha$.

- ▶ Beachte: Das **Schätzintervall** $[v_u; v_o]$ ist Realisierung der Zufallsvariablen (!) V_u, V_o .
 - ▮ Irrtumswahrscheinlichkeit α (klein, i.d.R. $\alpha \leq 0,1$)
- ▶ Frage: Welche Konfidenzintervalle sind zur Schätzung geeignet?
 - ▮ Hängt von Verteilung von G sowie vom unbekanntem Parameter (μ, σ^2) ab!
- ▶ Im Folgenden: Einfache Stichprobe X_1, \dots, X_n mit $E(X_i) = \mu, \text{Var}(X_i) = \sigma^2$

- 1. Einführung
- 2. Differenzieren 2
- 3. Deskriptive Statistik
- 4. W-Theorie
- 5. Induktive Statistik
 - Grundlagen
 - Punkt-Schätzung
 - Intervall-Schätzung
 - Signifikanztests

Quellen

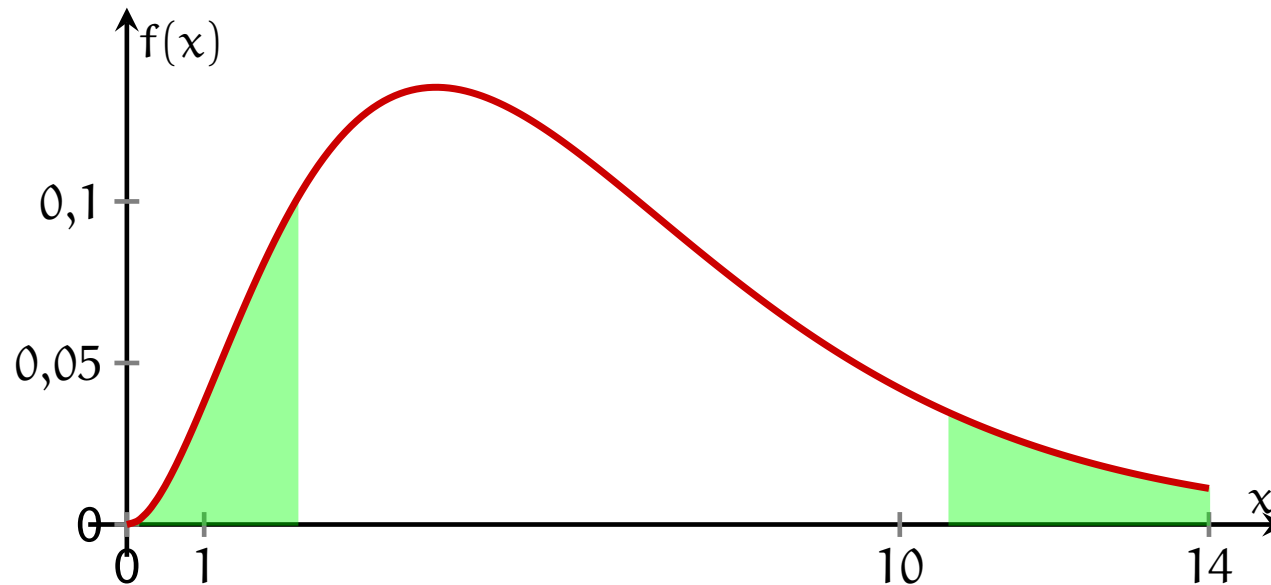
Tabellen



Wichtiger Spezialfall: **Symmetrische Konfidenzintervalle**

- ▶ Symmetrisch heißt **nicht**, dass die Dichte symmetrisch ist, sondern
- ▶ übereinstimmende Wahrscheinlichkeiten für Über-/Unterschreiten des Konfidenzintervalls, d.h.

$$P(V_u > \vartheta) = P(V_o < \vartheta) = \frac{\alpha}{2}$$



- ▶ **Wichtig:** Eine Verkleinerung von α bewirkt eine Vergrößerung des Konfidenzintervalls.

1. Einführung
2. Differenzieren 2
3. Deskriptive Statistik
4. W-Theorie
5. Induktive Statistik

Grundlagen
Punkt-Schätzung
Intervall-Schätzung
Signifikanztests

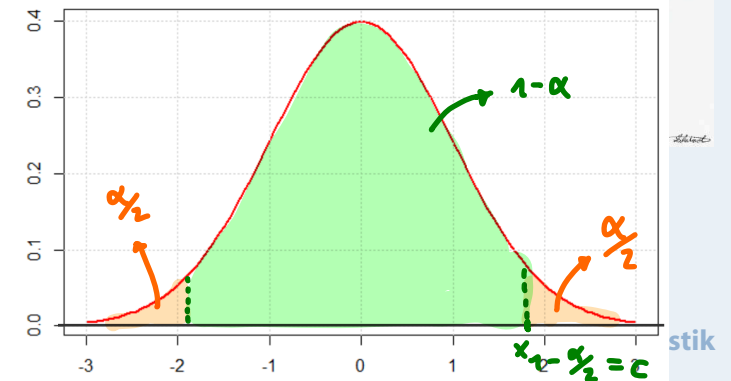
Quellen

Tabellen

Vorgehensweise:

- 1 Festlegen des Konfidenzniveaus $1 - \alpha$
- 2 Bestimmung des $\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right)$ -Fraktils c der $N(0, 1)$ -Verteilung
- 3 Berechnen des Stichprobenmittels \bar{x}
- 4 Berechnen des Wertes $\frac{\sigma c}{\sqrt{n}}$
- 5 Ergebnis der Intervall-Schätzung:

$$\left[\bar{x} - \frac{\sigma c}{\sqrt{n}} ; \bar{x} + \frac{\sigma c}{\sqrt{n}} \right]$$



4. W-Theorie

5. Induktive Statistik

Grundlagen

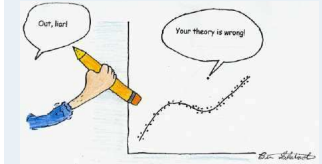
Punkt-Schätzung

Intervall-Schätzung

Signifikanztests

Quellen

Tabellen



Beispiel

Normalverteilung mit $\sigma = 2,4$

$(x_1, \dots, x_9) = (184.2, 182.6, 185.3, 184.5, 186.2, 183.9, 185.0, 187.1, 184.4)$

Gesucht: Konfidenzintervall für μ zum Konfidenzniveau

$$1 - \alpha = 0,99$$

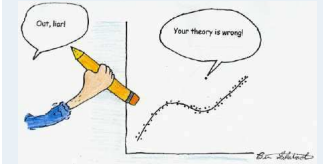
1. $1 - \alpha = 0,99$
2. $N(0; 1): c = x_{1 - \frac{\alpha}{2}} = x_{1 - \frac{0,01}{2}} = x_{0,995} = 2,576$ (Tab. 3; Interpolation)
3. $\bar{x} = \frac{1}{9} (184,2 + \dots + 184,4) = 184,8$
4. $\frac{\sigma c}{\sqrt{n}} = \frac{2,4 \cdot 2,576}{\sqrt{9}} = 2,06$
5. $KI = [184,8 - 2,06; 184,8 + 2,06] = [182,74; 186,86]$

Interpretation: Mit 99 % Wahrscheinlichkeit ist $\mu \in [182,74; 186,86]$.

- 1. Einführung
- 2. Differenzieren 2
- 3. Deskriptive Statistik
- 4. W-Theorie
- 5. Induktive Statistik
 - Grundlagen
 - Punkt-Schätzung
 - Intervall-Schätzung
 - Signifikanztests

Quellen

Tabellen



Wichtige $N(0; 1)$ -Fraktilswerte:

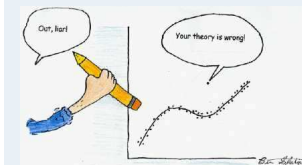
α	χ_{α}
0,9	1,281552
0,95	1,644854
0,975	1,959964
0,99	2,326348
0,995	2,575829

(I.d.R. genügen drei Nachkommastellen.)

1. Einführung
2. Differenzieren 2
3. Deskriptive Statistik
4. W-Theorie
5. Induktive Statistik
 - Grundlagen
 - Punkt-Schätzung
 - Intervall-Schätzung
 - Signifikanztests

Quellen

Tabellen



- ▶ Bei bekannter Standardabweichung gilt offenkundig

$$L = V_o - V_u = \frac{2\sigma c}{\sqrt{n}}$$

- ▶ Welcher Stichprobenumfang n sichert eine vorgegebene (Maximal-)Länge L ? \Rightarrow Nach n auflösen! \Rightarrow

$$n \geq \left(\frac{2\sigma c}{L} \right)^2$$

- ▶ Eine Halbierung von L erfordert eine Vervierfachung von n !
- ▶ Angewendet auf letztes **Beispiel**:

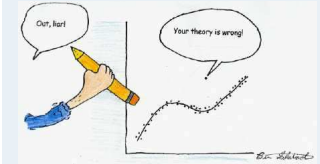
$$L = 4 \Rightarrow n \geq \left(\frac{2 \cdot 2,4 \cdot 2,576}{4} \right)^2 = 9,556 \Rightarrow n \geq 10$$

$$L = 2 \Rightarrow n \geq \left(\frac{2 \cdot 2,4 \cdot 2,576}{2} \right)^2 = 38,222 \Rightarrow n \geq 39$$

- 1. Einführung
- 2. Differenzieren 2
- 3. Deskriptive Statistik
- 4. W-Theorie
- 5. Induktive Statistik
 - Grundlagen
 - Punkt-Schätzung
 - Intervall-Schätzung
 - Signifikanztests

Quellen

Tabellen



Konfidenzintervall für μ bei Normalverteilung mit unbekanntem σ^2

► Vorgehensweise:

- 1 Festlegen des Konfidenzniveaus $1 - \alpha$
- 2 Bestimmung des $\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right)$ -Fraktils c der $t(n-1)$ -Verteilung
- 3 Berechnen des Stichprobenmittels \bar{x} und der Stichproben-Standardabweichung s
- 4 Berechnen des Wertes $\frac{sc}{\sqrt{n}}$
- 5 Ergebnis der Intervall-Schätzung:

n-1 Freiheitsgrade

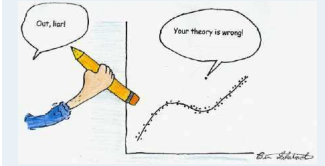
$$\left[\bar{x} - \frac{sc}{\sqrt{n}} ; \bar{x} + \frac{sc}{\sqrt{n}} \right]$$

- Zu Schritt 2: Falls $n - 1 > 30$ wird die $N(0; 1)$ -Verteilung verwendet.

- 1. Einführung
- 2. Differenzieren 2
- 3. Deskriptive Statistik
- 4. W-Theorie
- 5. Induktive Statistik
 - Grundlagen
 - Punkt-Schätzung
 - Intervall-Schätzung
 - Signifikanztests

Quellen

Tabellen



Beispiel:

Wie das letzte Beispiel, jedoch σ unbekannt.

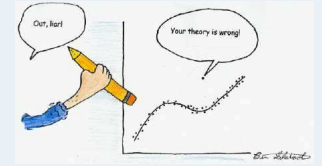
- 1 $1 - \alpha = 0,99$
- 2 $t(8): c = x_{1-\frac{\alpha}{2}} = x_{1-\frac{0,01}{2}} = x_{0,995} = 3,355$ (Tab. 4)
- 3 $\bar{x} = \frac{1}{9} (184,2 + \dots + 184,4) = 184,8$
 $s = \sqrt{\frac{1}{8} [(184,2^2 + \dots + 184,4^2) - 9 \cdot 184,8^2]} = 1,31$
- 4 $\frac{sc}{\sqrt{n}} = \frac{1,31 \cdot 3,355}{\sqrt{9}} = 1,47$
- 5 $KI = [184,8 - 1,47; 184,8 + 1,47] = [183,33; 186,27]$

Interpretation: Mit 99 % Wahrscheinlichkeit ist $\mu \in [183,33; 186,27]$.

- 1. Einführung
- 2. Differenzieren 2
- 3. Deskriptive Statistik
- 4. W-Theorie
- 5. Induktive Statistik
 - Grundlagen
 - Punkt-Schätzung
 - Intervall-Schätzung
 - Signifikanztests

Quellen

Tabellen

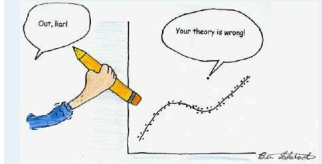


```
x <- c(184.2, 182.6, 185.3, 184.5, 186.2,  
       183.9, 185.0, 187.1, 184.4)  
t.test(x, conf.level=.99)  
  
##  
## One Sample t-test  
##  
## data: x  
## t = 422.11, df = 8, p-value < 2.2e-16  
## alternative hypothesis: true mean is not equal to 0  
## 99 percent confidence interval:  
## 183.331 186.269  
## sample estimates:  
## mean of x  
## 184.8
```

1. Einführung
2. Differenzieren 2
3. Deskriptive Statistik
4. W-Theorie
5. Induktive Statistik
 - Grundlagen
 - Punkt-Schätzung
 - Intervall-Schätzung
 - Signifikanztests

Quellen

Tabellen



- 1. Einführung
- 2. Differenzieren 2
- 3. Deskriptive Statistik
- 4. W-Theorie
- 5. Induktive Statistik
 - Grundlagen
 - Punkt-Schätzung
 - Intervall-Schätzung
 - Signifikanztests

Quellen

Tabellen

► Voraussetzung: $n > 30$, bzw. falls G dichotom: $5 \leq \sum_{i=1}^n x_i \leq n - 5$

► Vorgehensweise:

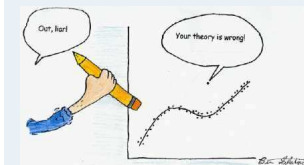
- 1 Festlegen des Konfidenzniveaus $1 - \alpha$
- 2 Bestimmung des $(1 - \frac{\alpha}{2})$ -Fraktils c der Standardnormalverteilung $N(0; 1)$
- 3 Berechnung des Stichprobenmittels \bar{x} sowie eines Schätzwertes $\hat{\sigma}$ für die Standardabweichung σ der GG mittels

$$\hat{\sigma} = \begin{cases} \sigma, & \text{falls } \sigma \text{ bekannt} \\ \sqrt{\bar{x}(1 - \bar{x})}, & \text{falls GG dichotom} \\ s, & \text{sonst} \end{cases}$$

- 4 Berechnung von $\frac{\hat{\sigma}c}{\sqrt{n}}$
- 5 Ergebnis der Intervallschätzung:

$$\left[\bar{x} - \frac{\hat{\sigma}c}{\sqrt{n}}; \bar{x} + \frac{\hat{\sigma}c}{\sqrt{n}} \right]$$

► Zu Schritt 3: Manchmal kann anderer Schätzwert $\hat{\sigma}$ sinnvoller sein.



Beispiel:

Poisson-Verteilung mit λ ($= \mu = \sigma^2$) unbekannt.

$(x_1, \dots, x_{40}) = (3; 8; \dots; 6)$

Gesucht: KI für λ zum Konfidenzniveau $1 - \alpha = 0,9$

1 $1 - \alpha = 0,9$

2 $N(0; 1) : c = x_{1 - \frac{\alpha}{2}} = x_{1 - \frac{0,1}{2}} = x_{0,95} = 1,645$

3 $\bar{x} = \frac{1}{40} (3 + 8 + \dots + 6) = 6,5$
 $\hat{\sigma} = \sqrt{\bar{x}} = \sqrt{6,5} = 2,55$ (da $\sigma^2 = \lambda$)

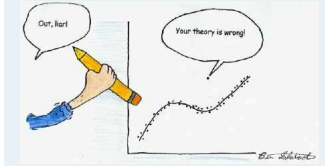
4 $\frac{\hat{\sigma}c}{\sqrt{n}} = \frac{2,55 \cdot 1,645}{\sqrt{40}} = 0,66$

5 $KI = [6,5 - 0,66; 6,5 + 0,66] = [5,84; 7,16]$

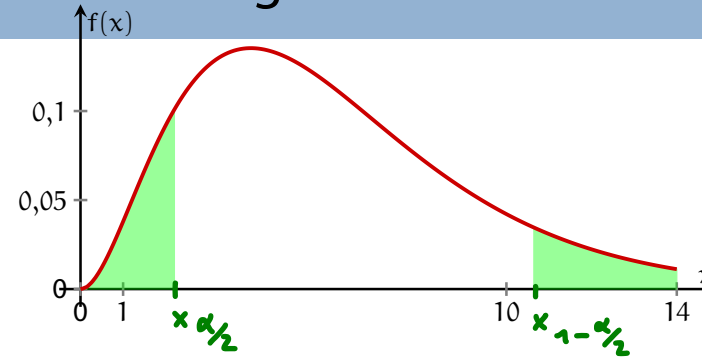
- 1. Einführung
- 2. Differenzieren 2
- 3. Deskriptive Statistik
- 4. W-Theorie
- 5. Induktive Statistik
 - Grundlagen
 - Punkt-Schätzung
 - Intervall-Schätzung
 - Signifikanztests

Quellen

Tabellen



Vorgehensweise



- 1 Festlegen eines Konfidenzniveaus $1 - \alpha$
- 2 Bestimmung der $\frac{\alpha}{2}$ - bzw. $(1 - \frac{\alpha}{2})$ -Fraktile (c_1 bzw. c_2) der $\chi^2(n - 1)$ -Verteilung
- 3 Aus der Stichprobe: Berechnung der Größe

$$(n - 1)s^2 = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2$$

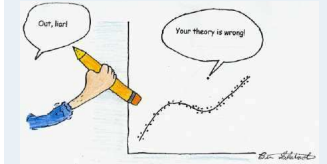
- 4 Berechnung des Konfidenzintervalls

$$\left[\frac{(n - 1)s^2}{c_2}; \frac{(n - 1)s^2}{c_1} \right]$$

- 1. Einführung
- 2. Differenzieren 2
- 3. Deskriptive Statistik
- 4. W-Theorie
- 5. Induktive Statistik
 - Grundlagen
 - Punkt-Schätzung
 - Intervall-Schätzung
 - Signifikanztests

Quellen

Tabellen



Beispiel:

$$G \sim N(\mu; \sigma);$$

$$(x_1, \dots, x_5) = (1, 1.5, 2.5, 3, 2)$$

Gesucht: KI für σ^2 zum Konfidenzniveau $1 - \alpha = 0,99$

① $1 - \alpha = 0,99$

② $\chi^2(5 - 1) : c_1 = \chi_{\frac{\alpha}{2}} = \chi_{0,005} = 0,21$

$$c_2 = \chi_{1 - \frac{\alpha}{2}} = \chi_{0,995} = 14,86$$

③ $\bar{x} = \frac{1}{5} (1 + 1,5 + 2,5 + 3 + 2) = 2$

$$\sum_{i=1}^5 x_i^2 - 5 \cdot \bar{x}^2 = 1^2 + 1,5^2 + 2,5^2 + 3^2 + 2^2 - 5 \cdot 2^2 = 2,5$$

④ $KI = \left[\frac{2,5}{14,86}; \frac{2,5}{0,21} \right] = [0,17; 11,9]$

③ oder TR : $S^2 \approx 0,625$

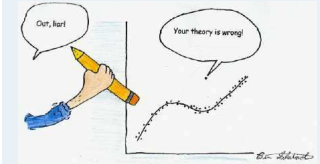


- 1. Einführung
- 2. Differenzieren 2
- 3. Deskriptive Statistik
- 4. W-Theorie
- 5. Induktive Statistik
 - Grundlagen
 - Punkt-Schätzung
 - Intervall-Schätzung
 - Signifikanztests

Quellen

Tabellen

(Extrem groß, da n klein.)



1. Einführung
2. Differenzieren 2
3. Deskriptive Statistik
4. W-Theorie
5. Induktive Statistik
 - Grundlagen
 - Punkt-Schätzung
 - Intervall-Schätzung
 - Signifikanztests

Quellen

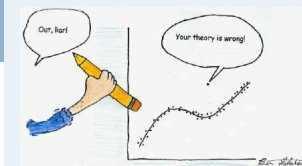
Tabellen

- ▶ Vorliegen einer **Hypothese** über die Verteilung(en) der Grundgesamtheit(en).
- ▶ Beispiele:
 - „Der Würfel ist fair.“
 - „Die Brenndauern zweier unterschiedlicher Glühbirnensorten sind gleich.“
- ▶ Hypothese soll anhand einer Stichprobe überprüft werden.
- ▶ Prinzip:
 - **Hypothese verwerfen**, wenn „signifikanter“ Widerspruch zur Stichprobe.
 - Ansonsten: **Hypothese nicht verwerfen**.
- ▶ Eine verworfene Hypothese gilt als statistisch widerlegt.
- ▶ Nicht-Verwerfung ist dagegen ein „Freispruch aus Mangel an Beweisen“.

Zu Beachten:

Nicht-Verwerfung ist **kein** „statistischer Beweis“, dass Hypothese wahr ist!
(„Trick“: Hypothese falsch \iff Gegenhypothese wahr!)

Test des Erwartungswertes bei bekannter Varianz in der Grundgesamtheit



1. Einführung
2. Differenzieren 2
3. Deskriptive Statistik
4. W-Theorie
5. Induktive Statistik
 - Grundlagen
 - Punkt-Schätzung
 - Intervall-Schätzung
 - Signifikanztests

Quellen

Tabellen

► Zunächst:

- $G \sim N(\mu; \sigma)$ mit σ bekannt
- Einfache Stichprobe X_1, \dots, X_n
- (Null-)Hypothese $H_0 : \mu = \mu_0$

► Beispiel:

X_1, \dots, X_{25} mit $X_i =$ Füllmenge der i -ten Flasche $\sim N(\mu; 1,5)$

Nullhypothese $H_0 : \mu = 500$, d.h. $\mu_0 = 500$

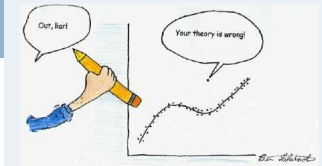
► Je nach Interessenlage sind unterschiedliche **Gegenhypothesen** möglich:

- a) $H_1 : \mu \neq \mu_0$
- b) $H_1 : \mu < \mu_0$
- c) $H_1 : \mu > \mu_0$

► Entscheidung:

- $H_0 : \mu = \mu_0$ wird abgelehnt gegenüber
- a) $H_1 : \mu \neq \mu_0$, wenn $|\bar{x} - \mu_0|$ „sehr groß“ ist
 - b) $H_1 : \mu < \mu_0$, wenn \bar{x} „weit kleiner“ als μ_0 ist
 - c) $H_1 : \mu > \mu_0$, wenn \bar{x} „weit größer“ als μ_0 ist

Test des Erwartungswertes bei bekannter Varianz in der Grundgesamtheit



Entscheidungskriterium aus Stichprobe:

$$v = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma} \sqrt{n}$$

- ▶ Vorteil: Verteilung bekannt: $N(0; 1)$

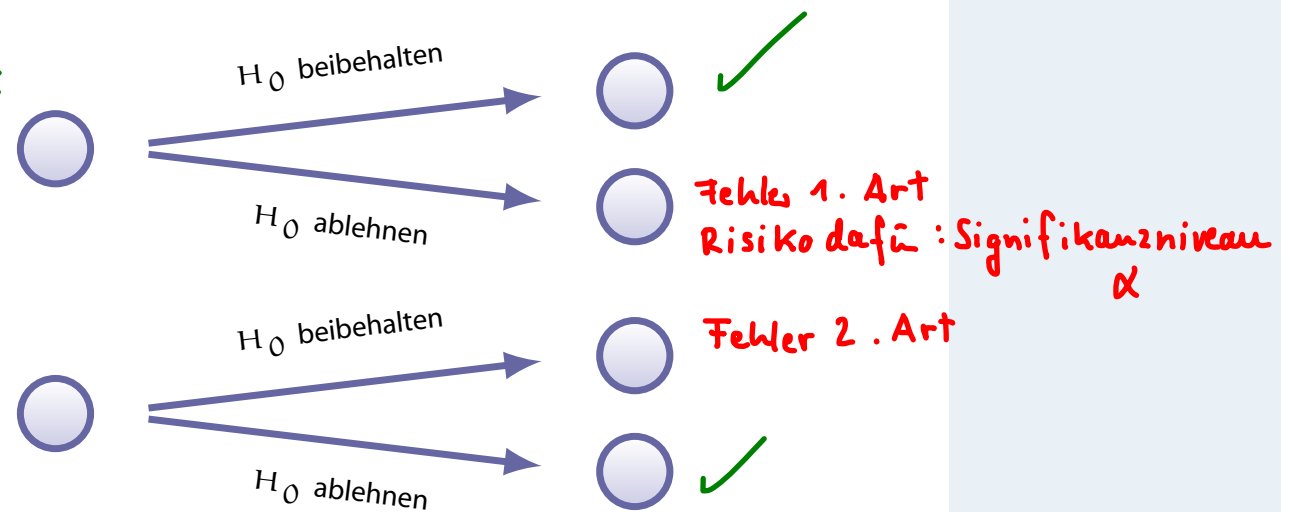
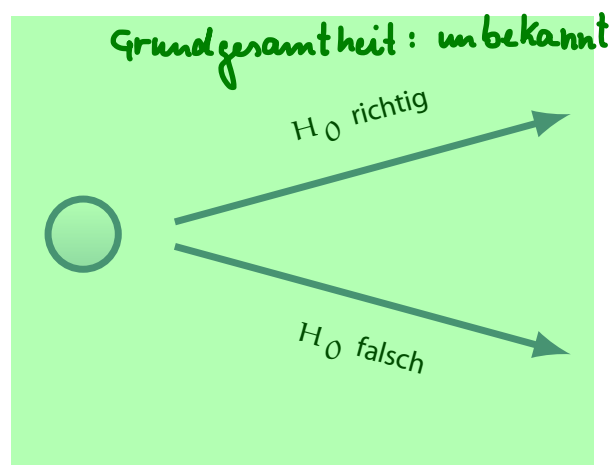
▶ Dann:

$H_0 : \mu = \mu_0$ wird abgelehnt gegenüber

- a) $H_1 : \mu \neq \mu_0$, wenn $|v|$ „sehr groß“ ist
- b) $H_1 : \mu < \mu_0$, wenn v „sehr negativ“ ist
- c) $H_1 : \mu > \mu_0$, wenn v „sehr positiv“ ist

Mögliche Fehlentscheidungen

- ▶ Ablehnung von H_0 , obwohl H_0 richtig ist: **Fehler 1. Art**
- ▶ Nicht-Ablehnung von H_0 , obwohl H_0 falsch ist: **Fehler 2. Art**



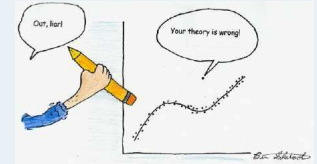
- 1. Einführung
- 2. Differenzieren 2
- 3. Deskriptive Statistik
- 4. W-Theorie
- 5. Induktive Statistik
 - Grundlagen
 - Punkt-Schätzung
 - Intervall-Schätzung
 - Signifikanztests

Quellen

Tabellen

- ▶ **Signifikanzniveau α** : Maximal erlaubte Wahrscheinlichkeit für einen Fehler 1. Art.

Test des Erwartungswertes bei bekannter Varianz in der Grundgesamtheit



1. Einführung
2. Differenzieren 2
3. Deskriptive Statistik
4. W-Theorie
5. Induktive Statistik
 - Grundlagen
 - Punkt-Schätzung
 - Intervall-Schätzung
 - Signifikanztests

Quellen

Tabellen

- ▶ Mithilfe von α und V kann geklärt werden, was „sehr groß“ usw. heißt:

Wahrscheinlichkeit für Fehler 1. Art im Fall

a): $|v| > x$, obwohl H_0 richtig:

$$\begin{aligned}P(|V| > x) &= P(V > x) + P(V < -x) \\&= 2 \cdot P(V > x) \quad (\text{Symmetrie der Normalverteilung}) \\&= 2 \cdot [1 - P(V \leq x)] = 2 \cdot [1 - \Phi(x)] \stackrel{!}{=} \alpha \\&\iff \Phi(x) = 1 - \frac{\alpha}{2} \\&\iff x = x_{1 - \frac{\alpha}{2}}\end{aligned}$$

H_0 wird demnach verworfen,

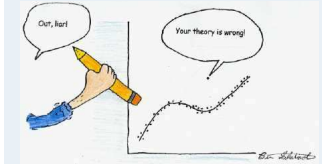
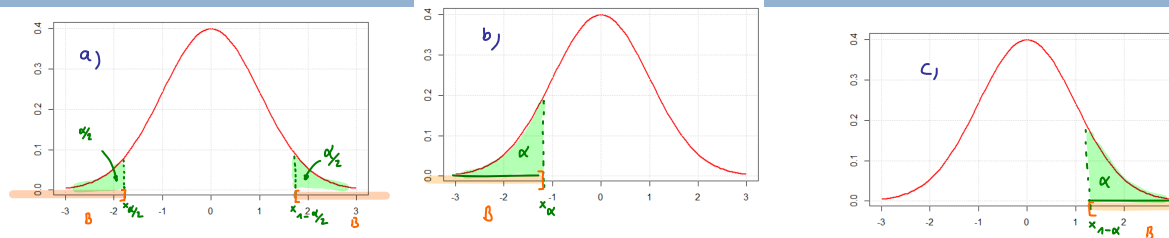
wenn $|v| > x_{1 - \frac{\alpha}{2}}$ bzw. $v \in B$ ist.

$B = (-\infty; -x_{1 - \frac{\alpha}{2}}) \cup (x_{1 - \frac{\alpha}{2}}; \infty)$ heißt **Verwerfungsbereich**.

- ▶ Analoge Vorgehensweise für die Fälle b) und c)

Test des Erwartungswertes bei bekannter Varianz in der GG

Rezept



- 1 Ein Signifikanzniveau α wird festgelegt.
- 2 Der Verwerfungsbereich

$$B = (-\infty; -x_{1-\alpha/2}) \cup (x_{1-\alpha/2}; \infty) \quad \text{im Fall a)}$$

$$B = (-\infty; -x_{1-\alpha}) \quad \text{im Fall b)}$$

$$B = (x_{1-\alpha}; \infty) \quad \text{im Fall c)}$$

wird festgelegt, wobei $x_{1-\alpha/2}$ bzw. $x_{1-\alpha}$ das $(1 - \alpha/2)$ - bzw. das $(1 - \alpha)$ -Fraktile der $N(0,1)$ -Verteilung ist. (**Wichtig**: Der Ablehnungsbereich ist also unabhängig von der Stichprobe)

- 3 **Wichtig**: Erst jetzt werden die Daten der Stichprobe erhoben/beachtet:

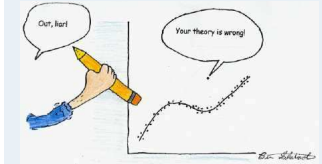
Der Testfunktionswert $v = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma} \sqrt{n}$ wird berechnet.

- 4 H_0 wird genau dann verworfen, wenn $v \in B$ gilt.

- 1. Einführung
- 2. Differenzieren 2
- 3. Deskriptive Statistik
- 4. W-Theorie
- 5. Induktive Statistik
 - Grundlagen
 - Punkt-Schätzung
 - Intervall-Schätzung
 - Signifikanztests

Quellen

Tabellen



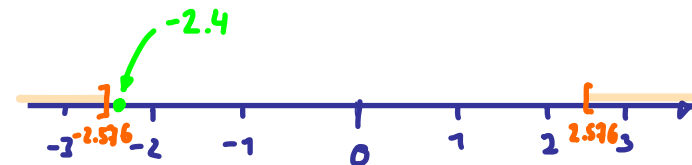
Beispiel:

X_1, \dots, X_{25} mit $X_i \sim N(\mu; 1,5)$ und $\bar{x} = 499,28$

Prüfe $H_0 : \mu = 500$, $H_1 : \mu \neq 500$ zum Signifikanzniveau $\alpha = 0,01$

Lösung: Einstichproben-Gaußtest, Fall a)

- 1 $\alpha = 0,01$
- 2 $N(0; 1) : x_{1-\frac{\alpha}{2}} = x_{1-0,005} = x_{0,995} = 2,576$
 $\Rightarrow B = (-\infty; -2,576) \cup (2,576; \infty)$
- 3 $v = \frac{499,28-500}{1,5} \cdot \sqrt{25} = -2,4$
- 4 $v \notin B \Rightarrow H_0$ nicht verwerfen

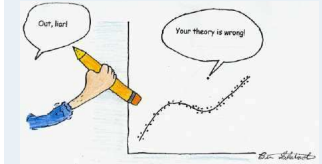


Interpretation: Zum Signifikanzniveau 1 % kann der Brauerei keine Abweichung vom Sollwert $\mu_0 = 500$ nachgewiesen werden.

1. Einführung
2. Differenzieren 2
3. Deskriptive Statistik
4. W-Theorie
5. Induktive Statistik
 - Grundlagen
 - Punkt-Schätzung
 - Intervall-Schätzung
 - Signifikanztests

Quellen

Tabellen



Der jeweils geeignete Test hängt ab von ...

- ▶ dem zu testenden Hypothesenpaar H_0, H_1 ; unterscheide:
 - **Parametrische Hypothesen:**
Beziehen sich auf unbekannte(n)
Verteilungsparameter (μ, σ^2, \dots)
 - **Nichtparametrische Hypothesen:**
Beinhalten sonstige Aussagen, z.B. „Alter und Einkommen sind unabh.“
- ▶ den Voraussetzungen an die Verteilung/parameter
(z.B. $G \sim N(\mu; \sigma)$)
- ▶ den Voraussetzungen an den Stichprobenumfang
(z.B. $n > 30$)
- ▶ Art und Anzahl der Stichproben; unterscheide:
 - Signifikanztests bei einer **einfachen Stichprobe**
 - Signifikanztests bei **mehreren unabhängigen Stichproben**
 - Signifikanztests bei **zwei verbundenen Stichproben**

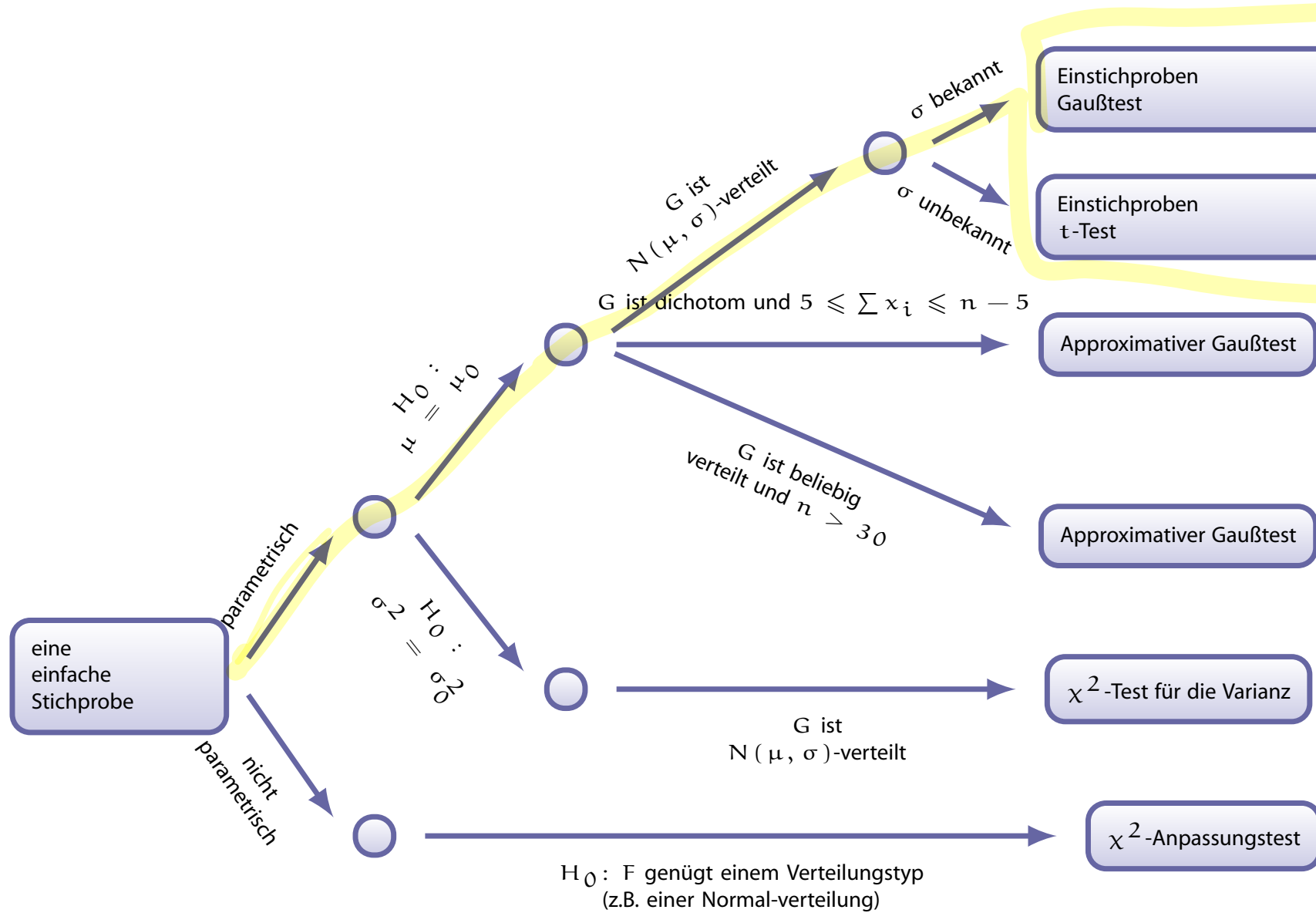
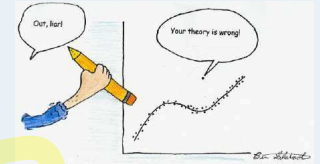
In dieser Vorlesung: Nur **einfache Stichproben**

1. Einführung
2. Differenzieren 2
3. Deskriptive Statistik
4. W-Theorie
5. Induktive Statistik
 - Grundlagen
 - Punkt-Schätzung
 - Intervall-Schätzung
 - Signifikanztests

Quellen

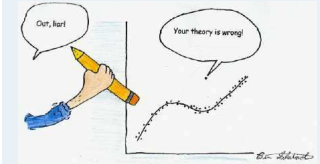
Tabellen

Signifikanztests bei einer einfachen Stichprobe



- 1. Einführung
- 2. Differenzieren 2
- 3. Deskriptive Statistik
- 4. V-Theorie
- 5. Induktive Statistik
 - Grundlagen
 - Punkt-Schätzung
 - Intervall-Schätzung
 - Signifikanztests

Quellen
Tabellen



Gegeben:

- ▶ Einfache Stichprobe X_1, \dots, X_n mit
- ▶ $E(X_i) = \mu$, $\text{Var}(X_i) = \sigma^2$

Hypothesenpaare:

- a) $H_0 : \mu = \mu_0$ $H_1 : \mu \neq \mu_0$
- b) $H_0 : \mu = \mu_0$ (oder $\mu \geq \mu_0$), $H_1 : \mu < \mu_0$
- c) $H_0 : \mu = \mu_0$ (oder $\mu \leq \mu_0$), $H_1 : \mu > \mu_0$

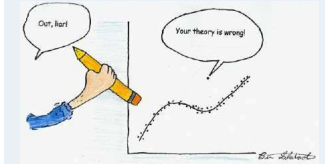
Voraussetzungen:

- 1 Normalverteilung mit σ unbekannt (**Einstichproben-t-Test**)
oder
- 2 Beliebige Verteilung
mit $n > 30$ bzw. $(5 \leq \sum x_i \leq n - 5)$ (bei $B(1;p)$)
(**approximativer Gaußtest**)

- 1. Einführung
- 2. Differenzieren 2
- 3. Deskriptive Statistik
- 4. W-Theorie
- 5. Induktive Statistik
 - Grundlagen
 - Punkt-Schätzung
 - Intervall-Schätzung
 - Signifikanztests

Quellen

Tabellen



Ablauf:

- 1 Festlegen des **Signifikanzniveaus α**
- 2 Festlegen des **Verwerfungsbereichs B** :

- Falls $H_1 : \mu \neq \mu_0$: $B = (-\infty; -\chi_{1-\alpha/2}) \cup (\chi_{1-\alpha/2}; \infty)$
- Falls $H_1 : \mu < \mu_0$: $B = (-\infty; -\chi_{1-\alpha})$
- Falls $H_1 : \mu > \mu_0$: $B = (\chi_{1-\alpha}; \infty)$

Dabei steht $\chi_{1-\alpha/2}$ bzw. $\chi_{1-\alpha}$ für das jeweilige Fraktil

- der $t(n-1)$ -Verteilung bei $n \leq 29$ bzw.
- der $N(0; 1)$ -Verteilung bei $n \geq 30$.

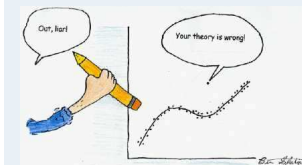
- 3 Berechnen des **Testfunktionswertes**:

$$v = \begin{cases} \frac{\bar{x} - \mu_0}{s} \sqrt{n} & \text{falls Grundgesamtheit } N(\mu; \sigma)\text{-verteilt, } \sigma \text{ unbekannt} \\ & \text{oder falls Verteilung der GG beliebig, } n > 30, \sigma \text{ unbekannt} \\ \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma} \sqrt{n} & \text{falls Verteilung der GG beliebig, } n > 30, \sigma \text{ bekannt} \\ \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sqrt{\mu_0(1-\mu_0)}} \sqrt{n} & \text{falls GG gemäß } B(1; \mu)\text{-verteilt, } n > 30 \end{cases}$$

1. Einführung
2. Differenzieren 2
3. Deskriptive Statistik
4. W-Theorie
5. Induktive Statistik
 - Grundlagen
 - Punkt-Schätzung
 - Intervall-Schätzung
 - Signifikanztests

Quellen

Tabellen

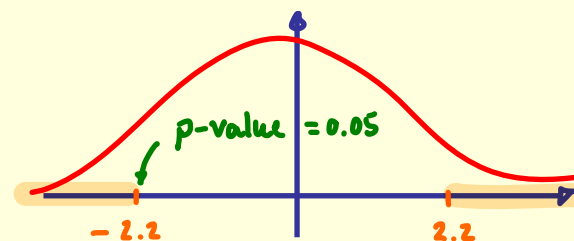


Beispiel t-Test: Energieaufnahme von Frauen

- ▶ Empfohlene täglich Energieaufnahme für Frauen: 7724 kJ (1845 kcal)
- ▶ Nehme einfache Stichprobe von 11 Frauen und teste zum Signifikanzniveau $\alpha = 0,05$ für
- ▶ H_0 : „Der Erwartungswert der täglichen Energieaufnahme für Frauen ist 7724 kJ“ (μ_0)
- ▶ gegen $H_1: \mu \neq \mu_0$

```
daily.intake <- c(5260, 5470, 5640, 6180, 6390, 6515, 6805, 7515, 7515, 8230, 8770)
t.test(daily.intake, alternative="two.sided", mu=7724, conf.level=0.95)
```

```
##
## One Sample t-test                -2.81785
##
## data:  daily.intake
## t = -2.8179, df = 10, p-value = 0.01823
## alternative hypothesis: true mean is not equal to 7724
## 95 percent confidence interval:
##  5986.348 7520.925
## sample estimates:
## mean of x
## 6753.636
```



Hier: $p\text{-value} < \alpha$
 $\Rightarrow H_0$ wird abgelehnt

1. Einführung
2. Differenzieren 2
3. Deskriptive Statistik
4. W-Theorie
5. Induktive Statistik

Grundlagen
Punkt-Schätzung
Intervall-Schätzung
Signifikanztests

Quellen

Tabellen

Beispiel: t-Test

```
daily.intake <- c(5260, 5470, 5640, 6180, 6390, 6515, 6805, 7515, 7515, 8230, 8770)
```

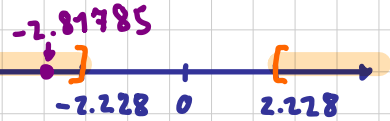
① $\alpha = 0.05$

② Festlegen des **Verwerfungsbereichs** B:

• Falls $H_1: \mu \neq \mu_0$: $B = (-\infty; -x_{1-\alpha/2}) \cup (x_{1-\alpha/2}; \infty)$

t(10)-Verteilung: $x_{1-\alpha/2} = x_{0.975} \approx 2.228$

$\Rightarrow B = (-\infty; -2.228) \cup (2.228; \infty)$

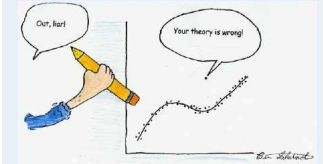


$\downarrow n \setminus \alpha \rightarrow$	0.6	0.75	0.8	0.9	0.95	0.975
1	0.325	1.000	1.376	3.078	6.314	12.706
2	0.289	0.816	1.061	1.886	2.920	4.303
3	0.277	0.765	0.979	1.638	2.353	3.183
4	0.271	0.741	0.941	1.533	2.132	2.776
5	0.267	0.727	0.920	1.476	2.015	2.571
6	0.265	0.718	0.906	1.440	1.943	2.447
7	0.263	0.711	0.896	1.415	1.895	2.365
8	0.262	0.706	0.889	1.397	1.860	2.306
9	0.261	0.703	0.883	1.383	1.833	2.262
10	0.260	0.700	0.879	1.372	1.812	2.228

③

$$v = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s} \sqrt{n} \approx -2.81785$$

$\Rightarrow H_0$ wird abgelehnt, $\mu \neq 7724 \text{ kg}$



Beispiel:

$X_1, \dots, X_{2000} \sim B(1; p)$ mit

$$X_i = \begin{cases} 1, & \text{falls } i\text{-te Person Wähler einer bestimmten Partei} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

Ergebnis der Stichprobe: $\sum_{i=1}^{2000} x_i = 108$

Prüfe $H_0 : p \leq 0,05$ gegen $H_1 : p > 0,05$ zum Signifikanzniveau 2 %

Lösung:

approximativer Gaußtest bei dichotomer (zweiwertiger) Verteilung; Voraussetzung 2 erfüllt: $5 \leq 108 \leq 2000 - 5$

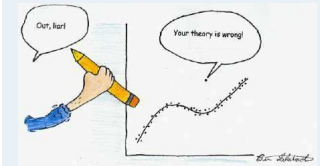
- 1 $\alpha = 0,02$
- 2 $N(0; 1) : x_{1-\alpha} = x_{0,98} = 2,05$ (Tabelle) $\Rightarrow B = (2,05; \infty)$
- 3 $v = \frac{\frac{108}{2000} - 0,05}{\sqrt{0,05 \cdot (1-0,05)}} \sqrt{2000} = 0,82$
- 4 $v \notin B \Rightarrow H_0$ nicht verwerfen

Zusatzfrage: Entscheidung, falls $\alpha = 0,01$? \rightarrow Keine Änderung!

- 1. Einführung
- 2. Differenzieren 2
- 3. Deskriptive Statistik
- 4. W-Theorie
- 5. Induktive Statistik
 - Grundlagen
 - Punkt-Schätzung
 - Intervall-Schätzung
 - Signifikanztests

Quellen

Tabellen



- 1. Einführung
- 2. Differenzieren 2
- 3. Deskriptive Statistik
- 4. W-Theorie
- 5. Induktive Statistik
 - Grundlagen
 - Punkt-Schätzung
 - Intervall-Schätzung
 - Signifikanztests

Quellen

Tabellen

- ▶ Gegeben: Einfache Stichprobe $X_1, \dots, X_n \sim N(\mu; \sigma)$
- ▶ Hypothesenpaare:

- a) $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$ $H_1 : \sigma^2 \neq \sigma_0^2$
- b) $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$ (oder $\sigma^2 \geq \sigma_0^2$), $H_1 : \sigma^2 < \sigma_0^2$
- c) $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$ (oder $\sigma^2 \leq \sigma_0^2$), $H_1 : \sigma^2 > \sigma_0^2$

▶ Vorgehensweise:

- 1 Festlegen des **Signifikanzniveaus** α .
- 2 Festlegen des **Verwerfungsbereichs**:

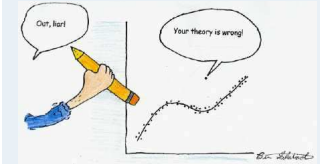
$$B = [0; \chi_{\alpha/2}) \cup (\chi_{1-\alpha/2}; \infty) \quad \text{im Fall a)}$$

$$B = [0; \chi_{\alpha}) \quad \text{im Fall b)}$$

$$B = (\chi_{1-\alpha}; \infty) \quad \text{im Fall c)}$$

- 3 Berechnung des **Testfunktionswertes**:

$$v = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} = \frac{1}{\sigma_0^2} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$



Beispiel: $G \sim N(\mu; \sigma)$

$(x_1, \dots, x_{10}) = (2100; 2130; 2150; 2170; 2210; 2070; 2230; 2150; 2230; 2200)$

Prüfe $H_0 : \sigma = 40$, $H_1 : \sigma \neq 40$ zum Signifikanzniveau $\alpha = 0,1$

Lösung: χ^2 -Test für die Varianz, Hypothese Fall a);
Voraussetzungen sind erfüllt

- 1 $\alpha = 0,1$
- 2 $\chi^2(9) : x_{\frac{\alpha}{2}} = x_{0,05} = 3,33; x_{1-\frac{\alpha}{2}} = x_{0,95} = 16,92$
(Tabelle der χ^2 -Verteilung)

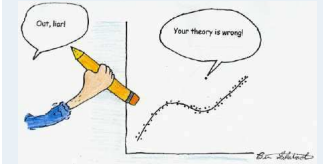
$$\Rightarrow B = [0; 3,33) \cup (16,92; \infty)$$

- 3 $\bar{x} = \frac{1}{10} (2100 + 2130 + \dots + 2200) = 2164$
 $v = \frac{1}{40^2} [(2100 - 2164)^2 + \dots + (2200 - 2164)^2] = 16,65$
 $\Rightarrow v \notin B \Rightarrow H_0$ nicht verwerfen

1. Einführung
2. Differenzieren 2
3. Deskriptive Statistik
4. W-Theorie
5. Induktive Statistik
 - Grundlagen
 - Punkt-Schätzung
 - Intervall-Schätzung
 - Signifikanztests

Quellen

Tabellen



- ▶ Situation: In Grundgesamtheit G: **Zwei verbundene einfache Stichproben**, also Beobachtung **zweier Merkmale X, Y**
- ▶ Hypothese:

H_0 : Die beiden Merkmale X und Y sind in G **unabhängig**.
 H_1 : X und Y sind in G abhängig.

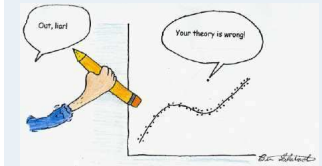
Vorgehensweise Kontingenzttest:

- 1 Festlegen des **Signifikanzniveaus** α .
- 2 Unterteilung der x-Achse in $k \geq 2$ und die y-Achse in $l \geq 2$ disjunkte, aneinander angrenzende Intervalle A_1, \dots, A_k bzw. B_1, \dots, B_l
- 3 Erstellen einer Kontingenztabelle mit Randhäufigkeiten:

$x \downarrow y \rightarrow$	B_1	B_2	\dots	B_l	
A_1	h_{11}	h_{12}	\dots	h_{1l}	$h_{1\bullet}$
A_2	h_{21}	h_{22}	\dots	h_{2l}	$h_{2\bullet}$
\vdots	\vdots	\ddots	\vdots	\vdots	
A_k	h_{k1}	h_{k2}	\dots	h_{kl}	$h_{k\bullet}$
	$h_{\bullet 1}$	$h_{\bullet 2}$	\dots	$h_{\bullet l}$	n

- 1. Einführung
- 2. Differenzieren 2
- 3. Deskriptive Statistik
- 4. W-Theorie
- 5. Induktive Statistik
 - Grundlagen
 - Punkt-Schätzung
 - Intervall-Schätzung
 - Signifikanztests

Quellen
Tabellen



Vorgehensweise Kontingenztest (Fortsetzung):

- 4 Mit dem Fraktilswert $x_{1-\alpha}$ der χ^2 -Verteilung mit $(k - 1) \cdot (l - 1)$ Freiheitsgraden: Berechnung des **Verwerfungsbereichs**

$$B = (x_{1-\alpha}; \infty)$$

- 5 Zu jeder Kombination aus $i = 1, \dots, k$ und $j = 1, \dots, l$: Berechnung der Größe

$$\tilde{h}_{ij} = \frac{h_{i\bullet} \cdot h_{\bullet j}}{n}$$

- 6 Berechnung des **Testfunktionswerts** v :

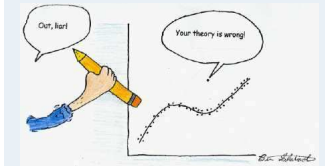
$$v = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^l \frac{(\tilde{h}_{ij} - h_{ij})^2}{\tilde{h}_{ij}} = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^l \frac{h_{ij}^2}{\tilde{h}_{ij}} - n$$

- 7 **Ablehnung** von H_0 genau dann, wenn $v \in B$.

- 1. Einführung
- 2. Differenzieren 2
- 3. Deskriptive Statistik
- 4. W-Theorie
- 5. Induktive Statistik
 - Grundlagen
 - Punkt-Schätzung
 - Intervall-Schätzung
 - Signifikanztests

Quellen

Tabellen



Kontingenztest: Beispiel

- ▶ 400 Erstkandidaten einer praktischen Führerscheinprüfung schneiden abhängig von der besuchten Fahrschule folgendermaßen ab:

	Fahrschule		
	A	B	C
bestanden	130	88	62
durchgefallen	70	38	12

- ▶ Zum Signifikanzniveau von 5 % soll getestet werden, ob das Bestehen der Prüfung unabhängig von der besuchten Fahrschule ist.

Testdurchführung

- 1 Signifikanzniveau $\alpha = 5\%$
- 2 entfällt, da Skalenniveau nominal
- 3 Kontingenztabelle:

	A	B	C	Σ
best.	130	88	62	280
durchg.	70	38	12	120
Σ	200	126	74	400

- 4 χ^2 -Verteilung mit $(3 - 1) \cdot (2 - 1) = 2$ Freiheitsgraden:
 $\chi_{1-0,05} = \chi_{0,95} = 5,99$:

$$B = (5,99; \infty)$$

- 5 Berechnung der \tilde{h}_{ij} :

	A	B	C
best.	140	88,2	51,8
durchg.	60	37,8	22,2

- 6
$$v = \frac{(140 - 130)^2}{140} + \dots$$

$$+ \frac{(22,2 - 12)^2}{22,2}$$

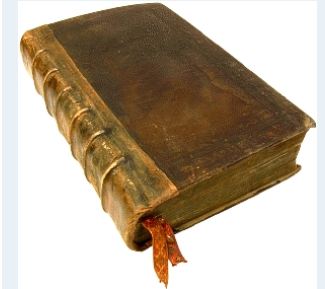
$$\approx 9,077$$

- 7 $v \in B$: Also wird H_0 abgelehnt, die Prüfungsergebnisse sind abhängig von der Fahrschule.




1. Einführung
2. Differenzieren 2
3. Deskriptive Statistik
4. W-Theorie
5. Induktive Statistik
 - Grundlagen
 - Punkt-Schätzung
 - Intervall-Schätzung
 - Signifikanztests

Quellen

Tabellen



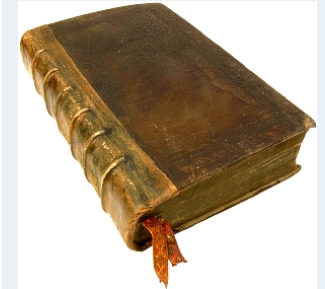
Bücher

-  Bamberg, Günter, Franz Baur und Michael Krapp (2017). **Statistik: Eine Einführung für Wirtschafts- und Sozialwissenschaftler**. 18. voll aktualisierte Auflage. De Gruyter Oldenbourg.
-  Dalgaard, Peter (2002). **Introductory Statistics with R**. New York: Springer.
-  Fahrmeir, Ludwig, Rita Künstler, Iris Pigeot und Gerhard Tutz (2009). **Statistik: Der Weg zur Datenanalyse**. 7. Aufl. Berlin, Heidelberg: Springer.

1. Einführung
2. Differenzieren 2
3. Deskriptive Statistik
4. W-Theorie
5. Induktive Statistik

Quellen

Tabellen



Quellen zu Bildern und Daten



Anscombe, Francis (1973). „Graphs in Statistical Analysis“. In: **The American Statistician**, S. 195–199.



Bach, Axel, Reinhard Brüning, Katrin Kriefft, Hilmar Liebsch und Martin Rosenberg (2006). **Mit Zahlen lügen**. URL: http://www.wdr.de/tv/quarks/sendungsbeitraege/2006/1017/000_zahlen.jsp.



Fahrmeir, Ludwig, Rita Künstler, Iris Pigeot und Gerhard Tutz (2009). **Statistik: Der Weg zur Datenanalyse**. 7. Aufl. Berlin, Heidelberg: Springer.



Kramer, Walter (2011). **So lügt man mit Statistik**. Piper Verlag.

1. Einführung
2. Differenzieren 2
3. Deskriptive Statistik
4. W-Theorie
5. Induktive Statistik

Quellen

Tabellen

Binomialverteilung $X \sim B(n; p)$, Verteilungsfunktion $F(x) = P(X \leq x)$



$n = 2$

$\downarrow x \quad p \rightarrow$	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.2	0.25	0.3	0.4	0.5
0	0.9801	0.9604	0.9409	0.9216	0.9025	0.8836	0.8649	0.8464	0.8281	0.8100	0.6400	0.5625	0.4900	0.3600	0.2500
1	0.9999	0.9996	0.9991	0.9984	0.9975	0.9964	0.9951	0.9936	0.9919	0.9900	0.9600	0.9375	0.9100	0.8400	0.7500

$n = 3$

$\downarrow x \quad p \rightarrow$	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.2	0.25	0.3	0.4	0.5
0	0.9703	0.9412	0.9127	0.8847	0.8574	0.8306	0.8044	0.7787	0.7536	0.7290	0.5120	0.4219	0.3430	0.2160	0.1250
1	0.9997	0.9988	0.9974	0.9953	0.9928	0.9896	0.9860	0.9818	0.9772	0.9720	0.8960	0.8438	0.7840	0.6480	0.5000
2	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9998	0.9997	0.9995	0.9993	0.9990	0.9920	0.9844	0.9730	0.9360	0.8750

$n = 4$

$\downarrow x \quad p \rightarrow$	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.2	0.25	0.3	0.4	0.5
0	0.9606	0.9224	0.8853	0.8493	0.8145	0.7807	0.7481	0.7164	0.6857	0.6561	0.4096	0.3164	0.2401	0.1296	0.0625
1	0.9994	0.9977	0.9948	0.9909	0.9860	0.9801	0.9733	0.9656	0.9570	0.9477	0.8192	0.7383	0.6517	0.4752	0.3125
2	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9995	0.9992	0.9987	0.9981	0.9973	0.9963	0.9728	0.9492	0.9163	0.8208	0.6875
3	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9984	0.9961	0.9919	0.9744	0.9375

$n = 5$

$\downarrow x \quad p \rightarrow$	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.2	0.25	0.3	0.4	0.5
0	0.9510	0.9039	0.8587	0.8154	0.7738	0.7339	0.6957	0.6591	0.6240	0.5905	0.3277	0.2373	0.1681	0.0778	0.0313
1	0.9990	0.9962	0.9915	0.9852	0.9774	0.9681	0.9575	0.9456	0.9326	0.9185	0.7373	0.6328	0.5282	0.3370	0.1875
2	1.0000	0.9999	0.9997	0.9994	0.9988	0.9980	0.9969	0.9955	0.9937	0.9914	0.9421	0.8965	0.8369	0.6826	0.5000
3	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9998	0.9997	0.9995	0.9933	0.9844	0.9692	0.9130	0.8125
4	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9997	0.9990	0.9976	0.9898	0.9688

1. Einführung
2. Differenzieren 2
3. Deskriptive Statistik
4. W-Theorie
5. Induktive Statistik

Quellen

Tabellen

- Binomialverteilung
- Poissonverteilung
- Standardnormalverteilung
- χ^2 -Verteilung
- t-Verteilung
- F-Verteilung

Binomialverteilung $X \sim B(n; p)$, Verteilungsfunktion $F(x) = P(X \leq x)$



$n = 6$

$\downarrow x \quad p \rightarrow$	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.2	0.25	0.3	0.4	0.5
0	0.9415	0.8858	0.8330	0.7828	0.7351	0.6899	0.6470	0.6064	0.5679	0.5314	0.2621	0.1780	0.1176	0.0467	0.0156
1	0.9985	0.9943	0.9875	0.9784	0.9672	0.9541	0.9392	0.9227	0.9048	0.8857	0.6554	0.5339	0.4202	0.2333	0.1094
2	1.0000	0.9998	0.9995	0.9988	0.9978	0.9962	0.9942	0.9915	0.9882	0.9842	0.9011	0.8306	0.7443	0.5443	0.3438
3	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9997	0.9995	0.9992	0.9987	0.9830	0.9624	0.9295	0.8208	0.6563
4	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9984	0.9954	0.9891	0.9590	0.8906
5	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9993	0.9959	0.9844

$n = 7$

$\downarrow x \quad p \rightarrow$	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.2	0.25	0.3	0.4	0.5
0	0.9321	0.8681	0.8080	0.7514	0.6983	0.6485	0.6017	0.5578	0.5168	0.4783	0.2097	0.1335	0.0824	0.0280	0.0078
1	0.9980	0.9921	0.9829	0.9706	0.9556	0.9382	0.9187	0.8974	0.8745	0.8503	0.5767	0.4449	0.3294	0.1586	0.0625
2	1.0000	0.9997	0.9991	0.9980	0.9962	0.9937	0.9903	0.9860	0.9807	0.9743	0.8520	0.7564	0.6471	0.4199	0.2266
3	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9996	0.9993	0.9988	0.9982	0.9973	0.9667	0.9294	0.8740	0.7102	0.5000
4	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9998	0.9953	0.9871	0.9712	0.9037	0.7734
5	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9996	0.9987	0.9962	0.9812	0.9375
6	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9984	0.9922

$n = 8$

$\downarrow x \quad p \rightarrow$	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.2	0.25	0.3	0.4	0.5
0	0.9227	0.8508	0.7837	0.7214	0.6634	0.6096	0.5596	0.5132	0.4703	0.4305	0.1678	0.1001	0.0576	0.0168	0.0039
1	0.9973	0.9897	0.9777	0.9619	0.9428	0.9208	0.8965	0.8702	0.8423	0.8131	0.5033	0.3671	0.2553	0.1064	0.0352
2	0.9999	0.9996	0.9987	0.9969	0.9942	0.9904	0.9853	0.9789	0.9711	0.9619	0.7969	0.6785	0.5518	0.3154	0.1445
3	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9996	0.9993	0.9987	0.9978	0.9966	0.9950	0.9437	0.8862	0.8059	0.5941	0.3633
4	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9997	0.9996	0.9896	0.9727	0.9420	0.8263	0.6367
5	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9988	0.9958	0.9887	0.9502	0.8555
6	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9996	0.9987	0.9915	0.9648
7	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9993	0.9961

1. Einführung
2. Differenzieren 2
3. Deskriptive Statistik
4. W-Theorie
5. Induktive Statistik

Quellen

Tabellen

- Binomialverteilung
- Poissonverteilung
- Standardnormalverteilung
- χ^2 -Verteilung
- t-Verteilung
- F-Verteilung

Binomialverteilung $X \sim B(n; p)$, Verteilungsfunktion $F(x) = P(X \leq x)$



$n = 9$

$\downarrow x \quad p \rightarrow$	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.2	0.25	0.3	0.4	0.5
0	0.9135	0.8337	0.7602	0.6925	0.6302	0.5730	0.5204	0.4722	0.4279	0.3874	0.1342	0.0751	0.0404	0.0101	0.0020
1	0.9966	0.9869	0.9718	0.9522	0.9288	0.9022	0.8729	0.8417	0.8088	0.7748	0.4362	0.3003	0.1960	0.0705	0.0195
2	0.9999	0.9994	0.9980	0.9955	0.9916	0.9862	0.9791	0.9702	0.9595	0.9470	0.7382	0.6007	0.4628	0.2318	0.0898
3	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997	0.9994	0.9987	0.9977	0.9963	0.9943	0.9917	0.9144	0.8343	0.7297	0.4826	0.2539
4	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9997	0.9995	0.9991	0.9804	0.9511	0.9012	0.7334	0.5000
5	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9969	0.9900	0.9747	0.9006	0.7461
6	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9997	0.9987	0.9957	0.9750	0.9102
7	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9996	0.9962	0.9805
8	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9997	0.9980

$n = 10$

$\downarrow x \quad p \rightarrow$	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.2	0.25	0.3	0.4	0.5
0	0.9044	0.8171	0.7374	0.6648	0.5987	0.5386	0.4840	0.4344	0.3894	0.3487	0.1074	0.0563	0.0282	0.0060	0.0010
1	0.9957	0.9838	0.9655	0.9418	0.9139	0.8824	0.8483	0.8121	0.7746	0.7361	0.3758	0.2440	0.1493	0.0464	0.0107
2	0.9999	0.9991	0.9972	0.9938	0.9885	0.9812	0.9717	0.9599	0.9460	0.9298	0.6778	0.5256	0.3828	0.1673	0.0547
3	1.0000	1.0000	0.9999	0.9996	0.9990	0.9980	0.9964	0.9942	0.9912	0.9872	0.8791	0.7759	0.6496	0.3823	0.1719
4	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9997	0.9994	0.9990	0.9984	0.9672	0.9219	0.8497	0.6331	0.3770
5	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9936	0.9803	0.9527	0.8338	0.6230
6	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9991	0.9965	0.9894	0.9452	0.8281
7	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9996	0.9984	0.9877	0.9453
8	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9983	0.9893
9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9990

1. Einführung
2. Differenzieren 2
3. Deskriptive Statistik
4. W-Theorie
5. Induktive Statistik

Quellen

Tabellen

- Binomialverteilung
- Poissonverteilung
- Standardnormalverteilung
- χ^2 -Verteilung
- t-Verteilung
- F-Verteilung

Binomialverteilung $X \sim B(n; p)$, Verteilungsfunktion $F(x) = P(X \leq x)$



$n = 15$

$\downarrow x \quad p \rightarrow$	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.2	0.25	0.3	0.4	0.5
0	0.8601	0.7386	0.6333	0.5421	0.4633	0.3953	0.3367	0.2863	0.2430	0.2059	0.0352	0.0134	0.0047	0.0005	0.0000
1	0.9904	0.9647	0.9270	0.8809	0.8290	0.7738	0.7168	0.6597	0.6035	0.5490	0.1671	0.0802	0.0353	0.0052	0.0005
2	0.9996	0.9970	0.9906	0.9797	0.9638	0.9429	0.9171	0.8870	0.8531	0.8159	0.3980	0.2361	0.1268	0.0271	0.0037
3	1.0000	0.9998	0.9992	0.9976	0.9945	0.9896	0.9825	0.9727	0.9601	0.9444	0.6482	0.4613	0.2969	0.0905	0.0176
4	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9994	0.9986	0.9972	0.9950	0.9918	0.9873	0.8358	0.6865	0.5155	0.2173	0.0592
5	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9997	0.9993	0.9987	0.9978	0.9389	0.8516	0.7216	0.4032	0.1509
6	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9997	0.9819	0.9434	0.8689	0.6098	0.3036
7	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9958	0.9827	0.9500	0.7869	0.5000
8	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9992	0.9958	0.9848	0.9050	0.6964
9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9992	0.9963	0.9662	0.8491
10	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9993	0.9907	0.9408
11	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9981	0.9824
12	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9997	0.9963
13	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9995
14	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

1. Einführung

2. Differenzieren 2

3. Deskriptive Statistik

4. W-Theorie

5. Induktive Statistik

Quellen

Tabellen

Binomialverteilung

Poissonverteilung

Standardnormalverteilung

χ^2 -Verteilung

t-Verteilung

F-Verteilung

Binomialverteilung $X \sim B(n; p)$, Verteilungsfunktion $F(x) = P(X \leq x)$



$n = 20$

$\downarrow x$ $p \rightarrow$	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.2	0.25	0.3	0.4	0.5
0	0.8179	0.6676	0.5438	0.4420	0.3585	0.2901	0.2342	0.1887	0.1516	0.1216	0.0115	0.0032	0.0008	0.0000	0.0000
1	0.9831	0.9401	0.8802	0.8103	0.7358	0.6605	0.5869	0.5169	0.4516	0.3917	0.0692	0.0243	0.0076	0.0005	0.0000
2	0.9990	0.9929	0.9790	0.9561	0.9245	0.8850	0.8390	0.7879	0.7334	0.6769	0.2061	0.0913	0.0355	0.0036	0.0002
3	1.0000	0.9994	0.9973	0.9926	0.9841	0.9710	0.9529	0.9294	0.9007	0.8670	0.4114	0.2252	0.1071	0.0160	0.0013
4	1.0000	1.0000	0.9997	0.9990	0.9974	0.9944	0.9893	0.9817	0.9710	0.9568	0.6296	0.4148	0.2375	0.0510	0.0059
5	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997	0.9991	0.9981	0.9962	0.9932	0.9887	0.8042	0.6172	0.4164	0.1256	0.0207
6	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997	0.9994	0.9987	0.9976	0.9133	0.7858	0.6080	0.2500	0.0577
7	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9996	0.9679	0.8982	0.7723	0.4159	0.1316
8	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9900	0.9591	0.8867	0.5956	0.2517
9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9974	0.9861	0.9520	0.7553	0.4119
10	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9994	0.9961	0.9829	0.8725	0.5881
11	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9991	0.9949	0.9435	0.7483
12	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998	0.9987	0.9790	0.8684
13	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9997	0.9935	0.9423
14	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9984	0.9793
15	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9997	0.9941
16	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9987
17	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998
18	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
19	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

- 1. Einführung
- 2. Differenzieren 2
- 3. Deskriptive Statistik
- 4. W-Theorie
- 5. Induktive Statistik

Quellen

Tabellen

- Binomialverteilung
- Poissonverteilung
- Standardnormalverteilung
- χ^2 -Verteilung
- t-Verteilung
- F-Verteilung

Binomialverteilung $X \sim B(n; p)$, Verteilungsfunktion $F(x) = P(X \leq x)$



$n = 25$

$\downarrow x \quad p \rightarrow$	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.2	0.25	0.3	0.4	0.5
0	0.7778	0.6035	0.4670	0.3604	0.2774	0.2129	0.1630	0.1244	0.0946	0.0718	0.0038	0.0008	0.0001	0.0000	0.0000
1	0.9742	0.9114	0.8280	0.7358	0.6424	0.5527	0.4696	0.3947	0.3286	0.2712	0.0274	0.0070	0.0016	0.0001	0.0000
2	0.9980	0.9868	0.9620	0.9235	0.8729	0.8129	0.7466	0.6768	0.6063	0.5371	0.0982	0.0321	0.0090	0.0004	0.0000
3	0.9999	0.9986	0.9938	0.9835	0.9659	0.9402	0.9064	0.8649	0.8169	0.7636	0.2340	0.0962	0.0332	0.0024	0.0001
4	1.0000	0.9999	0.9992	0.9972	0.9928	0.9850	0.9726	0.9549	0.9314	0.9020	0.4207	0.2137	0.0905	0.0095	0.0005
5	1.0000	1.0000	0.9999	0.9996	0.9988	0.9969	0.9935	0.9877	0.9790	0.9666	0.6167	0.3783	0.1935	0.0294	0.0020
6	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998	0.9995	0.9987	0.9972	0.9946	0.9905	0.7800	0.5611	0.3407	0.0736	0.0073
7	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9995	0.9989	0.9977	0.8909	0.7265	0.5118	0.1536	0.0216
8	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9995	0.9532	0.8506	0.6769	0.2735	0.0539
9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9827	0.9287	0.8106	0.4246	0.1148
10	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9944	0.9703	0.9022	0.5858	0.2122
11	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9985	0.9893	0.9558	0.7323	0.3450
12	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9996	0.9966	0.9825	0.8462	0.5000
13	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9991	0.9940	0.9222	0.6550
14	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998	0.9982	0.9656	0.7878
15	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9995	0.9868	0.8852
16	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9957	0.9461
17	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9988	0.9784
18	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9997	0.9927
19	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9980
20	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9995
21	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999
22	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
23	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
24	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

1. Einführung
2. Differenzieren 2
3. Deskriptive Statistik
4. W-Theorie
5. Induktive Statistik

Quellen

Tabellen

- Binomialverteilung
- Poissonverteilung
- Standardnormalverteilung
- χ^2 -Verteilung
- t-Verteilung
- F-Verteilung

Binomialverteilung $X \sim B(n; p)$, Verteilungsfunktion $F(x) = P(X \leq x)$



$n = 50$

$\downarrow x$ $p \rightarrow$	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.2	0.25	0.3	0.4	0.5
0	0.6050	0.3642	0.2181	0.1299	0.0769	0.0453	0.0266	0.0155	0.0090	0.0052	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
1	0.9106	0.7358	0.5553	0.4005	0.2794	0.1900	0.1265	0.0827	0.0532	0.0338	0.0002	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2	0.9862	0.9216	0.8108	0.6767	0.5405	0.4162	0.3108	0.2260	0.1605	0.1117	0.0013	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000
3	0.9984	0.9822	0.9372	0.8609	0.7604	0.6473	0.5327	0.4253	0.3303	0.2503	0.0057	0.0005	0.0000	0.0000	0.0000
4	0.9999	0.9968	0.9832	0.9510	0.8964	0.8206	0.7290	0.6290	0.5277	0.4312	0.0185	0.0021	0.0002	0.0000	0.0000
5	1.0000	0.9995	0.9963	0.9856	0.9622	0.9224	0.8650	0.7919	0.7072	0.6161	0.0480	0.0070	0.0007	0.0000	0.0000
6	1.0000	0.9999	0.9993	0.9964	0.9882	0.9711	0.9417	0.8981	0.8404	0.7702	0.1034	0.0194	0.0025	0.0000	0.0000
7	1.0000	1.0000	0.9999	0.9992	0.9968	0.9906	0.9780	0.9562	0.9232	0.8779	0.1904	0.0453	0.0073	0.0001	0.0000
8	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9992	0.9973	0.9927	0.9833	0.9672	0.9421	0.3073	0.0916	0.0183	0.0002	0.0000
9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998	0.9993	0.9978	0.9944	0.9875	0.9755	0.4437	0.1637	0.0402	0.0008	0.0000
10	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998	0.9994	0.9983	0.9957	0.9906	0.5836	0.2622	0.0789	0.0022	0.0000
11	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9995	0.9987	0.9968	0.7107	0.3816	0.1390	0.0057	0.0000
12	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9996	0.9990	0.8139	0.5110	0.2229	0.0133	0.0002
13	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997	0.8894	0.6370	0.3279	0.0280	0.0005
14	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9393	0.7481	0.4468	0.0540	0.0013
15	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9692	0.8369	0.5692	0.0955	0.0033
16	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9856	0.9017	0.6839	0.1561	0.0077
17	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9937	0.9449	0.7822	0.2369	0.0164
18	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9975	0.9713	0.8594	0.3356	0.0325
19	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9991	0.9861	0.9152	0.4465	0.0595
20	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9997	0.9937	0.9522	0.5610	0.1013
21	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9974	0.9749	0.6701	0.1611
22	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9990	0.9877	0.7660	0.2399
23	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9996	0.9944	0.8438	0.3359
24	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9976	0.9022	0.4439
25	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9991	0.9427	0.5561
26	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9997	0.9686	0.6641
27	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9840	0.7601
28	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9924	0.8389
29	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9966	0.8987
30	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9986	0.9405
31	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9995	0.9675
32	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998	0.9836
33	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9923
34	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9967
35	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9987

1. Einführung
2. Differenzieren 2
3. Deskriptive Statistik
4. W-Theorie
5. Induktive Statistik

Quellen

Tabellen

- Binomialverteilung
- Poissonverteilung
- Standardnormalverteilung
- χ^2 -Verteilung
- t-Verteilung
- F-Verteilung

Binomialverteilung $X \sim B(n; p)$, Verteilungsfunktion $F(x) = P(X \leq x)$

$n = 100$

$\downarrow x \quad p \rightarrow$	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.2	0.25	0.3	0.4	0.5
0	0.3660	0.1326	0.0476	0.0169	0.0059	0.0021	0.0007	0.0002	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
1	0.7358	0.4033	0.1946	0.0872	0.0371	0.0152	0.0060	0.0023	0.0009	0.0003	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2	0.9206	0.6767	0.4198	0.2321	0.1183	0.0566	0.0258	0.0113	0.0048	0.0019	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
3	0.9816	0.8590	0.6472	0.4295	0.2578	0.1430	0.0744	0.0367	0.0173	0.0078	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
4	0.9966	0.9492	0.8179	0.6289	0.4360	0.2768	0.1632	0.0903	0.0474	0.0237	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
5	0.9995	0.9845	0.9192	0.7884	0.6160	0.4407	0.2914	0.1799	0.1045	0.0576	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
6	0.9999	0.9959	0.9688	0.8936	0.7660	0.6064	0.4443	0.3032	0.1940	0.1172	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
7	1.0000	0.9991	0.9894	0.9525	0.8720	0.7483	0.5988	0.4471	0.3128	0.2061	0.0003	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
8	1.0000	0.9998	0.9968	0.9810	0.9369	0.8537	0.7340	0.5926	0.4494	0.3209	0.0009	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
9	1.0000	1.0000	0.9991	0.9932	0.9718	0.9225	0.8380	0.7220	0.5875	0.4513	0.0023	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
10	1.0000	1.0000	0.9998	0.9978	0.9885	0.9624	0.9092	0.8243	0.7118	0.5832	0.0057	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000
11	1.0000	1.0000	1.0000	0.9993	0.9957	0.9832	0.9531	0.8972	0.8124	0.7030	0.0126	0.0004	0.0000	0.0000	0.0000
12	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998	0.9985	0.9931	0.9776	0.9441	0.8862	0.8018	0.0253	0.0010	0.0000	0.0000	0.0000
13	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9995	0.9974	0.9901	0.9718	0.9355	0.8761	0.0469	0.0025	0.0001	0.0000	0.0000
14	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9991	0.9959	0.9867	0.9659	0.9274	0.0804	0.0054	0.0002	0.0000	0.0000
15	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9997	0.9984	0.9942	0.9831	0.9601	0.1285	0.0111	0.0004	0.0000	0.0000
16	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9994	0.9976	0.9922	0.9794	0.1923	0.0211	0.0010	0.0000	0.0000
17	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998	0.9991	0.9966	0.9900	0.2712	0.0376	0.0022	0.0000	0.0000
18	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997	0.9986	0.9954	0.3621	0.0630	0.0045	0.0000	0.0000
19	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9995	0.9980	0.4602	0.0995	0.0089	0.0000	0.0000
20	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998	0.9992	0.5595	0.1488	0.0165	0.0000	0.0000
21	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997	0.6540	0.2114	0.0288	0.0000	0.0000
22	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.7389	0.2864	0.0479	0.0001	0.0000
23	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.8109	0.3711	0.0755	0.0003	0.0000
24	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.8686	0.4617	0.1136	0.0006	0.0000
25	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9125	0.5535	0.1631	0.0012	0.0000
26	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9442	0.6417	0.2244	0.0024	0.0000
27	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9658	0.7224	0.2964	0.0046	0.0000
28	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9800	0.7925	0.3768	0.0084	0.0000
29	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9888	0.8505	0.4623	0.0148	0.0000
30	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9939	0.8962	0.5491	0.0248	0.0000
31	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9969	0.9307	0.6331	0.0398	0.0001
32	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9984	0.9554	0.7107	0.0615	0.0002
33	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9993	0.9724	0.7793	0.0913	0.0004
34	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9997	0.9836	0.8371	0.1303	0.0009
35	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9906	0.8839	0.1795	0.0018



1. Einführung
2. Differenzieren 2
3. Deskriptive Statistik
4. W-Theorie
5. Induktive Statistik

Quellen

Tabellen

- Binomialverteilung
- Poissonverteilung
- Standardnormalverteilung
- χ^2 -Verteilung
- t-Verteilung
- F-Verteilung

Poissonverteilung $X_\lambda \sim P(\lambda)$, Verteilungsfunktionen

$$F_\lambda(x) = P(X_\lambda \leq x)$$



↓x λ →	1	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2	2.1	2.2	2.3	2.4
0	0.3679	0.3329	0.3012	0.2725	0.2466	0.2231	0.2019	0.1827	0.1653	0.1496	0.1353	0.1225	0.1108	0.1003	0.0907
1	0.7358	0.6990	0.6626	0.6268	0.5918	0.5578	0.5249	0.4932	0.4628	0.4337	0.4060	0.3796	0.3546	0.3309	0.3084
2	0.9197	0.9004	0.8795	0.8571	0.8335	0.8088	0.7834	0.7572	0.7306	0.7037	0.6767	0.6496	0.6227	0.5960	0.5697
3	0.9810	0.9743	0.9662	0.9569	0.9463	0.9344	0.9212	0.9068	0.8913	0.8747	0.8571	0.8386	0.8194	0.7993	0.7787
4	0.9963	0.9946	0.9923	0.9893	0.9857	0.9814	0.9763	0.9704	0.9636	0.9559	0.9473	0.9379	0.9275	0.9162	0.9041
5	0.9994	0.9990	0.9985	0.9978	0.9968	0.9955	0.9940	0.9920	0.9896	0.9868	0.9834	0.9796	0.9751	0.9700	0.9643
6	0.9999	0.9999	0.9997	0.9996	0.9994	0.9991	0.9987	0.9981	0.9974	0.9966	0.9955	0.9941	0.9925	0.9906	0.9884
7	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9998	0.9997	0.9996	0.9994	0.9992	0.9989	0.9985	0.9980	0.9974	0.9967
8	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9998	0.9998	0.9997	0.9995	0.9994	0.9991
9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9999	0.9998

↓x λ →	2.5	2.75	3	3.25	3.5	3.75	4	4.25	4.5	4.75	5	5.25	5.5	5.75	6
0	0.0821	0.0639	0.0498	0.0388	0.0302	0.0235	0.0183	0.0143	0.0111	0.0087	0.0067	0.0052	0.0041	0.0032	0.0025
1	0.2873	0.2397	0.1991	0.1648	0.1359	0.1117	0.0916	0.0749	0.0611	0.0497	0.0404	0.0328	0.0266	0.0215	0.0174
2	0.5438	0.4815	0.4232	0.3696	0.3208	0.2771	0.2381	0.2037	0.1736	0.1473	0.1247	0.1051	0.0884	0.0741	0.0620
3	0.7576	0.7030	0.6472	0.5914	0.5366	0.4838	0.4335	0.3862	0.3423	0.3019	0.2650	0.2317	0.2017	0.1749	0.1512
4	0.8912	0.8554	0.8153	0.7717	0.7254	0.6775	0.6288	0.5801	0.5321	0.4854	0.4405	0.3978	0.3575	0.3199	0.2851
5	0.9580	0.9392	0.9161	0.8888	0.8576	0.8229	0.7851	0.7449	0.7029	0.6597	0.6160	0.5722	0.5289	0.4866	0.4457
6	0.9858	0.9776	0.9665	0.9523	0.9347	0.9137	0.8893	0.8617	0.8311	0.7978	0.7622	0.7248	0.6860	0.6464	0.6063
7	0.9958	0.9927	0.9881	0.9817	0.9733	0.9624	0.9489	0.9326	0.9134	0.8914	0.8666	0.8392	0.8095	0.7776	0.7440
8	0.9989	0.9978	0.9962	0.9937	0.9901	0.9852	0.9786	0.9702	0.9597	0.9470	0.9319	0.9144	0.8944	0.8719	0.8472
9	0.9997	0.9994	0.9989	0.9980	0.9967	0.9947	0.9919	0.9880	0.9829	0.9764	0.9682	0.9582	0.9462	0.9322	0.9161
10	0.9999	0.9999	0.9997	0.9994	0.9990	0.9983	0.9972	0.9956	0.9933	0.9903	0.9863	0.9812	0.9747	0.9669	0.9574
11	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9997	0.9995	0.9991	0.9985	0.9976	0.9963	0.9945	0.9922	0.9890	0.9850	0.9799
12	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9997	0.9995	0.9992	0.9987	0.9980	0.9970	0.9955	0.9937	0.9912
13	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9997	0.9996	0.9993	0.9989	0.9983	0.9975	0.9964
14	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9998	0.9996	0.9994	0.9991	0.9986
15	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9998	0.9997	0.9995
16	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9998
17	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999

1. Einführung
2. Differenzieren 2
3. Deskriptive Statistik
4. W-Theorie
5. Induktive Statistik

Quellen

Tabellen

- Binomialverteilung
- Poissonverteilung
- Standardnormalverteilung
- χ^2 -Verteilung
- t-Verteilung
- F-Verteilung

Poissonverteilung $X_\lambda \sim P(\lambda)$, Verteilungsfunktionen

$$F_\lambda(x) = P(X_\lambda \leq x)$$



$\downarrow x \quad \lambda \rightarrow$	6.25	6.5	6.75	7	7.25	7.5	7.75	8	8.25	8.5	8.75	9	9.25	9.5	10
0	0.0019	0.0015	0.0012	0.0009	0.0007	0.0006	0.0004	0.0003	0.0003	0.0002	0.0002	0.0001	0.0001	0.0001	0.0000
1	0.0140	0.0113	0.0091	0.0073	0.0059	0.0047	0.0038	0.0030	0.0024	0.0019	0.0015	0.0012	0.0010	0.0008	0.0005
2	0.0517	0.0430	0.0357	0.0296	0.0245	0.0203	0.0167	0.0138	0.0113	0.0093	0.0076	0.0062	0.0051	0.0042	0.0028
3	0.1303	0.1118	0.0958	0.0818	0.0696	0.0591	0.0501	0.0424	0.0358	0.0301	0.0253	0.0212	0.0178	0.0149	0.0103
4	0.2530	0.2237	0.1970	0.1730	0.1514	0.1321	0.1149	0.0996	0.0862	0.0744	0.0640	0.0550	0.0471	0.0403	0.0293
5	0.4064	0.3690	0.3338	0.3007	0.2699	0.2414	0.2152	0.1912	0.1694	0.1496	0.1317	0.1157	0.1013	0.0885	0.0671
6	0.5662	0.5265	0.4876	0.4497	0.4132	0.3782	0.3449	0.3134	0.2838	0.2562	0.2305	0.2068	0.1849	0.1649	0.1301
7	0.7089	0.6728	0.6359	0.5987	0.5615	0.5246	0.4884	0.4530	0.4186	0.3856	0.3540	0.3239	0.2954	0.2687	0.2202
8	0.8204	0.7916	0.7611	0.7291	0.6960	0.6620	0.6274	0.5925	0.5577	0.5231	0.4890	0.4557	0.4232	0.3918	0.3328
9	0.8978	0.8774	0.8549	0.8305	0.8043	0.7764	0.7471	0.7166	0.6852	0.6530	0.6203	0.5874	0.5545	0.5218	0.4579
10	0.9462	0.9332	0.9183	0.9015	0.8828	0.8622	0.8399	0.8159	0.7903	0.7634	0.7352	0.7060	0.6760	0.6453	0.5830
11	0.9737	0.9661	0.9571	0.9467	0.9345	0.9208	0.9053	0.8881	0.8692	0.8487	0.8266	0.8030	0.7781	0.7520	0.6968
12	0.9880	0.9840	0.9790	0.9730	0.9658	0.9573	0.9475	0.9362	0.9234	0.9091	0.8932	0.8758	0.8568	0.8364	0.7916
13	0.9949	0.9929	0.9904	0.9872	0.9832	0.9784	0.9727	0.9658	0.9578	0.9486	0.9380	0.9261	0.9129	0.8981	0.8645
14	0.9979	0.9970	0.9958	0.9943	0.9923	0.9897	0.9866	0.9827	0.9781	0.9726	0.9661	0.9585	0.9499	0.9400	0.9165
15	0.9992	0.9988	0.9983	0.9976	0.9966	0.9954	0.9938	0.9918	0.9893	0.9862	0.9824	0.9780	0.9727	0.9665	0.9513
16	0.9997	0.9996	0.9994	0.9990	0.9986	0.9980	0.9973	0.9963	0.9950	0.9934	0.9914	0.9889	0.9859	0.9823	0.9730
17	0.9999	0.9998	0.9998	0.9996	0.9995	0.9992	0.9989	0.9984	0.9978	0.9970	0.9960	0.9947	0.9931	0.9911	0.9857
18	1.0000	0.9999	0.9999	0.9999	0.9998	0.9997	0.9996	0.9993	0.9991	0.9987	0.9982	0.9976	0.9968	0.9957	0.9928
19	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9998	0.9997	0.9996	0.9995	0.9992	0.9989	0.9986	0.9980	0.9965
20	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9999	0.9998	0.9997	0.9996	0.9994	0.9991	0.9984
21	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9999	0.9998	0.9997	0.9996	0.9993
22	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9999	0.9997
23	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999
24	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
25	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

1. Einführung
2. Differenzieren 2
3. Deskriptive Statistik
4. W-Theorie
5. Induktive Statistik

Quellen

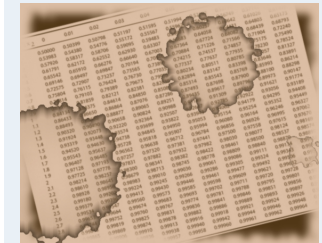
Tabellen

- Binomialverteilung
- Poissonverteilung
- Standardnormalverteilung
- χ^2 -Verteilung
- t-Verteilung
- F-Verteilung

Verteilungsfunktion Φ der Standardnormalverteilung

Dabei bedeutet $\Phi(x)$ zum Beispiel: $\Phi(2,13) = \Phi(2,1 + 0,03) = 0,9834$. Diesen Wert findet man in der Zeile mit $x_1 = 2,1$ und der Spalte mit $x_2 = 0,03$.

$x_1 \setminus x_2$	0	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0	0.50000	0.50399	0.50798	0.51197	0.51595	0.51994	0.52392	0.52790	0.53188	0.53586
0.1	0.53983	0.54380	0.54776	0.55172	0.55567	0.55962	0.56356	0.56749	0.57142	0.57535
0.2	0.57926	0.58317	0.58706	0.59095	0.59483	0.59871	0.60257	0.60642	0.61026	0.61409
0.3	0.61791	0.62172	0.62552	0.62930	0.63307	0.63683	0.64058	0.64431	0.64803	0.65173
0.4	0.65542	0.65910	0.66276	0.66640	0.67003	0.67364	0.67724	0.68082	0.68439	0.68793
0.5	0.69146	0.69497	0.69847	0.70194	0.70540	0.70884	0.71226	0.71566	0.71904	0.72240
0.6	0.72575	0.72907	0.73237	0.73565	0.73891	0.74215	0.74537	0.74857	0.75175	0.75490
0.7	0.75804	0.76115	0.76424	0.76730	0.77035	0.77337	0.77637	0.77935	0.78230	0.78524
0.8	0.78814	0.79103	0.79389	0.79673	0.79955	0.80234	0.80511	0.80785	0.81057	0.81327
0.9	0.81594	0.81859	0.82121	0.82381	0.82639	0.82894	0.83147	0.83398	0.83646	0.83891
1	0.84134	0.84375	0.84614	0.84850	0.85083	0.85314	0.85543	0.85769	0.85993	0.86214
1.1	0.86433	0.86650	0.86864	0.87076	0.87286	0.87493	0.87698	0.87900	0.88100	0.88298
1.2	0.88493	0.88686	0.88877	0.89065	0.89251	0.89435	0.89617	0.89796	0.89973	0.90147
1.3	0.90320	0.90490	0.90658	0.90824	0.90988	0.91149	0.91309	0.91466	0.91621	0.91774
1.4	0.91924	0.92073	0.92220	0.92364	0.92507	0.92647	0.92785	0.92922	0.93056	0.93189
1.5	0.93319	0.93448	0.93574	0.93699	0.93822	0.93943	0.94062	0.94179	0.94295	0.94408
1.6	0.94520	0.94630	0.94738	0.94845	0.94950	0.95053	0.95154	0.95254	0.95352	0.95449
1.7	0.95543	0.95637	0.95728	0.95818	0.95907	0.95994	0.96080	0.96164	0.96246	0.96327
1.8	0.96407	0.96485	0.96562	0.96638	0.96712	0.96784	0.96856	0.96926	0.96995	0.97062
1.9	0.97128	0.97193	0.97257	0.97320	0.97381	0.97441	0.97500	0.97558	0.97615	0.97670
2	0.97725	0.97778	0.97831	0.97882	0.97932	0.97982	0.98030	0.98077	0.98124	0.98169
2.1	0.98214	0.98257	0.98300	0.98341	0.98382	0.98422	0.98461	0.98500	0.98537	0.98574
2.2	0.98610	0.98645	0.98679	0.98713	0.98745	0.98778	0.98809	0.98840	0.98870	0.98899
2.3	0.98928	0.98956	0.98983	0.99010	0.99036	0.99061	0.99086	0.99111	0.99134	0.99158
2.4	0.99180	0.99202	0.99224	0.99245	0.99266	0.99286	0.99305	0.99324	0.99343	0.99361
2.5	0.99379	0.99396	0.99413	0.99430	0.99446	0.99461	0.99477	0.99492	0.99506	0.99520
2.6	0.99534	0.99547	0.99560	0.99573	0.99585	0.99598	0.99609	0.99621	0.99632	0.99643
2.7	0.99653	0.99664	0.99674	0.99683	0.99693	0.99702	0.99711	0.99720	0.99728	0.99736
2.8	0.99744	0.99752	0.99760	0.99767	0.99774	0.99781	0.99788	0.99795	0.99801	0.99807
2.9	0.99813	0.99819	0.99825	0.99831	0.99836	0.99841	0.99846	0.99851	0.99856	0.99861
3	0.99865	0.99869	0.99874	0.99878	0.99882	0.99886	0.99889	0.99893	0.99897	0.99900
3.1	0.99903	0.99906	0.99910	0.99913	0.99916	0.99918	0.99921	0.99924	0.99926	0.99929
3.2	0.99931	0.99934	0.99936	0.99938	0.99940	0.99942	0.99944	0.99946	0.99948	0.99950
3.3	0.99952	0.99953	0.99955	0.99957	0.99958	0.99960	0.99961	0.99962	0.99964	0.99965
3.4	0.99966	0.99968	0.99969	0.99970	0.99971	0.99972	0.99973	0.99974	0.99975	0.99976



1. Einführung
2. Differenzieren 2
3. Deskriptive Statistik
4. W-Theorie
5. Induktive Statistik

Quellen

Tabellen

Binomialverteilung

Poissonverteilung

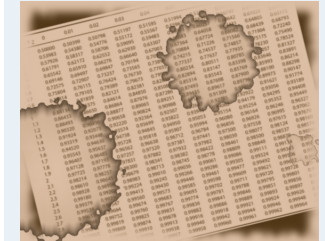
Standardnormalverteilung

χ^2 -Verteilung

t-Verteilung

F-Verteilung

α -Fraktile der χ^2 -Verteilung mit n Freiheitsgraden



$\downarrow \alpha \setminus n \rightarrow$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0.005	0.00	0.01	0.07	0.21	0.41	0.68	0.99	1.34	1.73	2.16	2.60	3.07	3.56	4.07	4.60
0.01	0.00	0.02	0.11	0.30	0.55	0.87	1.24	1.65	2.09	2.56	3.05	3.57	4.11	4.66	5.23
0.025	0.00	0.05	0.22	0.48	0.83	1.24	1.69	2.18	2.70	3.25	3.82	4.40	5.01	5.63	6.26
0.05	0.00	0.10	0.35	0.71	1.15	1.64	2.17	2.73	3.33	3.94	4.57	5.23	5.89	6.57	7.26
0.1	0.02	0.21	0.58	1.06	1.61	2.20	2.83	3.49	4.17	4.87	5.58	6.30	7.04	7.79	8.55
0.2	0.06	0.45	1.01	1.65	2.34	3.07	3.82	4.59	5.38	6.18	6.99	7.81	8.63	9.47	10.31
0.25	0.10	0.58	1.21	1.92	2.67	3.45	4.25	5.07	5.90	6.74	7.58	8.44	9.30	10.17	11.04
0.4	0.28	1.02	1.87	2.75	3.66	4.57	5.49	6.42	7.36	8.30	9.24	10.18	11.13	12.08	13.03
0.5	0.45	1.39	2.37	3.36	4.35	5.35	6.35	7.34	8.34	9.34	10.34	11.34	12.34	13.34	14.34
0.6	0.71	1.83	2.95	4.04	5.13	6.21	7.28	8.35	9.41	10.47	11.53	12.58	13.64	14.69	15.73
0.75	1.32	2.77	4.11	5.39	6.63	7.84	9.04	10.22	11.39	12.55	13.70	14.85	15.98	17.12	18.25
0.8	1.64	3.22	4.64	5.99	7.29	8.56	9.80	11.03	12.24	13.44	14.63	15.81	16.98	18.15	19.31
0.9	2.71	4.61	6.25	7.78	9.24	10.64	12.02	13.36	14.68	15.99	17.27	18.55	19.81	21.06	22.31
0.95	3.84	5.99	7.81	9.49	11.07	12.59	14.07	15.51	16.92	18.31	19.68	21.03	22.36	23.68	25.00
0.975	5.02	7.38	9.35	11.14	12.83	14.45	16.01	17.53	19.02	20.48	21.92	23.34	24.74	26.12	27.49
0.99	6.63	9.21	11.34	13.28	15.09	16.81	18.48	20.09	21.67	23.21	24.73	26.22	27.69	29.14	30.58
0.995	7.88	10.60	12.84	14.86	16.75	18.55	20.28	21.95	23.59	25.19	26.76	28.30	29.82	31.32	32.80

$\downarrow \alpha \setminus n \rightarrow$	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
0.005	5.14	5.70	6.26	6.84	7.43	8.03	8.64	9.26	9.89	10.52	11.16	11.81	12.46	13.12	13.79
0.01	5.81	6.41	7.01	7.63	8.26	8.90	9.54	10.20	10.86	11.52	12.20	12.88	13.56	14.26	14.95
0.025	6.91	7.56	8.23	8.91	9.59	10.28	10.98	11.69	12.40	13.12	13.84	14.57	15.31	16.05	16.79
0.05	7.96	8.67	9.39	10.12	10.85	11.59	12.34	13.09	13.85	14.61	15.38	16.15	16.93	17.71	18.49
0.1	9.31	10.09	10.86	11.65	12.44	13.24	14.04	14.85	15.66	16.47	17.29	18.11	18.94	19.77	20.60
0.2	11.15	12.00	12.86	13.72	14.58	15.44	16.31	17.19	18.06	18.94	19.82	20.70	21.59	22.48	23.36
0.25	11.91	12.79	13.68	14.56	15.45	16.34	17.24	18.14	19.04	19.94	20.84	21.75	22.66	23.57	24.48
0.4	13.98	14.94	15.89	16.85	17.81	18.77	19.73	20.69	21.65	22.62	23.58	24.54	25.51	26.48	27.44
0.5	15.34	16.34	17.34	18.34	19.34	20.34	21.34	22.34	23.34	24.34	25.34	26.34	27.34	28.34	29.34
0.6	16.78	17.82	18.87	19.91	20.95	21.99	23.03	24.07	25.11	26.14	27.18	28.21	29.25	30.28	31.32
0.75	19.37	20.49	21.60	22.72	23.83	24.93	26.04	27.14	28.24	29.34	30.43	31.53	32.62	33.71	34.80
0.8	20.47	21.61	22.76	23.90	25.04	26.17	27.30	28.43	29.55	30.68	31.79	32.91	34.03	35.14	36.25
0.9	23.54	24.77	25.99	27.20	28.41	29.62	30.81	32.01	33.20	34.38	35.56	36.74	37.92	39.09	40.26
0.95	26.30	27.59	28.87	30.14	31.41	32.67	33.92	35.17	36.41	37.65	38.89	40.11	41.34	42.56	43.77
0.975	28.85	30.19	31.53	32.85	34.17	35.48	36.78	38.08	39.36	40.65	41.92	43.19	44.46	45.72	46.98
0.99	32.00	33.41	34.81	36.19	37.57	38.93	40.29	41.64	42.98	44.31	45.64	46.96	48.28	49.59	50.89
0.995	34.27	35.72	37.16	38.58	40.00	41.40	42.80	44.18	45.56	46.93	48.29	49.64	50.99	52.34	53.67

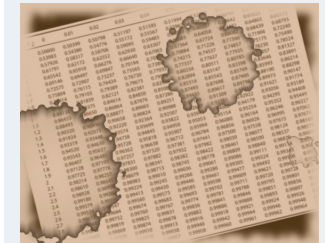
1. Einführung
2. Differenzieren 2
3. Deskriptive Statistik
4. W-Theorie
5. Induktive Statistik

Quellen

Tabellen

- Binomialverteilung
- Poissonverteilung
- Standardnormalverteilung
- χ^2 -Verteilung
- t-Verteilung
- F-Verteilung

α -Fraktile der t-Verteilung mit n Freiheitsgraden



$\downarrow n \setminus \alpha \rightarrow$	0.6	0.75	0.8	0.9	0.95	0.975	0.99	0.995
1	0.325	1.000	1.376	3.078	6.314	12.706	31.820	63.657
2	0.289	0.816	1.061	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925
3	0.277	0.765	0.979	1.638	2.353	3.183	4.541	5.841
4	0.271	0.741	0.941	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604
5	0.267	0.727	0.920	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032
6	0.265	0.718	0.906	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707
7	0.263	0.711	0.896	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499
8	0.262	0.706	0.889	1.397	1.860	2.306	2.897	3.355
9	0.261	0.703	0.883	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250
10	0.260	0.700	0.879	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169
11	0.260	0.698	0.875	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106
12	0.259	0.696	0.873	1.356	1.782	2.179	2.681	3.054
13	0.259	0.694	0.870	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012
14	0.258	0.692	0.868	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977
15	0.258	0.691	0.866	1.341	1.753	2.131	2.603	2.947
16	0.258	0.690	0.865	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921
17	0.257	0.689	0.863	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898
18	0.257	0.688	0.862	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878
19	0.257	0.688	0.861	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861
20	0.257	0.687	0.860	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845
21	0.257	0.686	0.859	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831
22	0.256	0.686	0.858	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819
23	0.256	0.685	0.858	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807
24	0.256	0.685	0.857	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797
25	0.256	0.684	0.856	1.316	1.708	2.059	2.485	2.787
26	0.256	0.684	0.856	1.315	1.706	2.055	2.479	2.779
27	0.256	0.684	0.855	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771
28	0.256	0.683	0.855	1.312	1.701	2.048	2.467	2.763
29	0.256	0.683	0.854	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756
30	0.256	0.683	0.854	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750

1. Einführung
2. Differenzieren 2
3. Deskriptive Statistik
4. W-Theorie
5. Induktive Statistik

Quellen

Tabellen

- Binomialverteilung
- Poissonverteilung
- Standardnormalverteilung
- χ^2 -Verteilung
- t-Verteilung
- F-Verteilung

α -Fraktile der F-Verteilung mit den Freiheitsgraden ν_1 und ν_2



$\alpha = 0,95$

$\nu_1 \setminus \nu_2$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20	30	40	50	100
1	161.4	18.51	10.13	7.71	6.61	5.99	5.59	5.32	5.12	4.96	4.54	4.35	4.17	4.08	4.03	3.94
2	199.5	19.00	9.55	6.94	5.79	5.14	4.74	4.46	4.26	4.10	3.68	3.49	3.32	3.23	3.18	3.09
3	215.7	19.16	9.28	6.59	5.41	4.76	4.35	4.07	3.86	3.71	3.29	3.10	2.92	2.84	2.79	2.70
4	224.6	19.25	9.12	6.39	5.19	4.53	4.12	3.84	3.63	3.48	3.06	2.87	2.69	2.61	2.56	2.46
5	230.2	19.30	9.01	6.26	5.05	4.39	3.97	3.69	3.48	3.33	2.90	2.71	2.53	2.45	2.40	2.31
6	234.0	19.33	8.94	6.16	4.95	4.28	3.87	3.58	3.37	3.22	2.79	2.60	2.42	2.34	2.29	2.19
7	236.8	19.35	8.89	6.09	4.88	4.21	3.79	3.50	3.29	3.14	2.71	2.51	2.33	2.25	2.20	2.10
8	238.9	19.37	8.85	6.04	4.82	4.15	3.73	3.44	3.23	3.07	2.64	2.45	2.27	2.18	2.13	2.03
9	240.5	19.38	8.81	6.00	4.77	4.10	3.68	3.39	3.18	3.02	2.59	2.39	2.21	2.12	2.07	1.97
10	241.9	19.40	8.79	5.96	4.74	4.06	3.64	3.35	3.14	2.98	2.54	2.35	2.16	2.08	2.03	1.93
15	245.9	19.43	8.70	5.86	4.62	3.94	3.51	3.22	3.01	2.85	2.40	2.20	2.01	1.92	1.87	1.77
20	248.0	19.45	8.66	5.80	4.56	3.87	3.44	3.15	2.94	2.77	2.33	2.12	1.93	1.84	1.78	1.68
30	250.1	19.46	8.62	5.75	4.50	3.81	3.38	3.08	2.86	2.70	2.25	2.04	1.84	1.74	1.69	1.57
40	251.1	19.47	8.59	5.72	4.46	3.77	3.34	3.04	2.83	2.66	2.20	1.99	1.79	1.69	1.63	1.52
50	251.8	19.48	8.58	5.70	4.44	3.75	3.32	3.02	2.80	2.64	2.18	1.97	1.76	1.66	1.60	1.48
100	253.0	19.49	8.55	5.66	4.41	3.71	3.27	2.97	2.76	2.59	2.12	1.91	1.70	1.59	1.52	1.39

$\alpha = 0,99$

$\nu_1 \setminus \nu_2$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20	30	40	50	100
1	4052	98.50	34.12	21.20	16.26	13.75	12.25	11.26	10.56	10.04	8.68	8.10	7.56	7.31	7.17	6.90
2	5000	99.00	30.82	18.00	13.27	10.92	9.55	8.65	8.02	7.56	6.36	5.85	5.39	5.18	5.06	4.82
3	5403	99.17	29.46	16.69	12.06	9.78	8.45	7.59	6.99	6.55	5.42	4.94	4.51	4.31	4.20	3.98
4	5625	99.25	28.71	15.98	11.39	9.15	7.85	7.01	6.42	5.99	4.89	4.43	4.02	3.83	3.72	3.51
5	5764	99.30	28.24	15.52	10.97	8.75	7.46	6.63	6.06	5.64	4.56	4.10	3.70	3.51	3.41	3.21
6	5859	99.33	27.91	15.21	10.67	8.47	7.19	6.37	5.80	5.39	4.32	3.87	3.47	3.29	3.19	2.99
7	5928	99.36	27.67	14.98	10.46	8.26	6.99	6.18	5.61	5.20	4.14	3.70	3.30	3.12	3.02	2.82
8	5981	99.37	27.49	14.80	10.29	8.10	6.84	6.03	5.47	5.06	4.00	3.56	3.17	2.99	2.89	2.69
9	6022	99.39	27.35	14.66	10.16	7.98	6.72	5.91	5.35	4.94	3.89	3.46	3.07	2.89	2.78	2.59
10	6056	99.40	27.23	14.55	10.05	7.87	6.62	5.81	5.26	4.85	3.80	3.37	2.98	2.80	2.70	2.50
15	6157	99.43	26.87	14.20	9.72	7.56	6.31	5.52	4.96	4.56	3.52	3.09	2.70	2.52	2.42	2.22
20	6209	99.45	26.69	14.02	9.55	7.40	6.16	5.36	4.81	4.41	3.37	2.94	2.55	2.37	2.27	2.07
30	6261	99.47	26.50	13.84	9.38	7.23	5.99	5.20	4.65	4.25	3.21	2.78	2.39	2.20	2.10	1.89
40	6287	99.47	26.41	13.75	9.29	7.14	5.91	5.12	4.57	4.17	3.13	2.69	2.30	2.11	2.01	1.80
50	6303	99.48	26.35	13.69	9.24	7.09	5.86	5.07	4.52	4.12	3.08	2.64	2.25	2.06	1.95	1.74
100	6334	99.49	26.24	13.58	9.13	6.99	5.75	4.96	4.41	4.01	2.98	2.54	2.13	1.94	1.82	1.60

- 1. Einführung
- 2. Differenzieren 2
- 3. Deskriptive Statistik
- 4. W-Theorie
- 5. Induktive Statistik

Quellen

Tabellen

- Binomialverteilung
- Poissonverteilung
- Standardnormalverteilung
- χ^2 -Verteilung
- t-Verteilung
- F-Verteilung