

Vorname:

Nachname:

Matrikel-Nr.:

Studiengang:

Versuch Nr.:

Klausur Wirtschaftsmathematik

Prüfer	Etschberger
Prüfungsdatum	17. November 2018
Prüfungsort	Augsburg
Studiengang	Wing

Bearbeitungszeit:	90 Minuten
Punkte:	90

Die Klausur umfasst 6 Aufgaben auf 17 Seiten

Zugelassene Hilfsmittel Schreibzeug, Taschenrechner, der nicht 70! berechnen kann, ein mit dem Namen versehenes Din-A4 Blatt mit handgeschriebenen Notizen (keine Kopien oder Ausdrucke)

Weitere Regularien:

- ▶ Bitte überprüfen Sie *vor* Bearbeitungsbeginn die Vollständigkeit der Klausurangabe.
 - ▶ Tragen Sie Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer auf dem Deckblatt ein.
 - ▶ Die Heftung der Klausur darf nicht verändert werden.
 - ▶ Bitte tragen Sie die Lösung zu den jeweiligen Aufgaben *nur* direkt im Anschluss an die jeweilige Angabe ein. Sollte der Platz dort nicht ausreichen, verwenden Sie die Ersatzblätter am Ende der Klausurangabe.
 - ▶ Ergebnisse (auch Zwischenergebnisse) müssen mit mind. 4 gültigen Ziffern angegeben werden.
 - ▶ Der Lösungsweg muss klar dokumentiert werden.
 - ▶ Die Klausur ist in ordentlich lesbarer Form zu bearbeiten. Schwer lesbare Teile der Klausur werden als ungültig ersatzlos gestrichen.
 - ▶ Die Klausur unterliegt der für Sie zur Zeit gültigen Prüfungsordnung.
 - ▶ Bitte verwenden Sie *keine rote Farbe* zur Bearbeitung der Klausur.
-

Aufgabe	1	2	3	4	5	6
Punkte	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
maximal	13	10	9	9	30	19

Aufgabe 1

13 Punkte

Kreuzen Sie pro Zeile jeweils genau einmal wahr oder falsch an. Ein richtig gesetztes Kreuz ergibt jeweils einen Punkt.

Der relative unterjährige Zins ist nötig

wenn mehrfach pro Jahr Zinsen abgerechnet werden,
wenn mehrfach pro Jahr Einzahlungen getätigt werden,
Raten in konstanter Höhe regelmäßig mehrmals pro Jahr eingezahlt werden,
wenn nur alle $n \in \mathbb{N}, n > 1$ Jahre Zinsabrechnungen vorgenommen werden.

wahr	falsch
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Eine Küche zum Preis von 20 000 € soll über drei Jahre zu einem jährlichen Zinssatz von 0.1 % abbezahlt werden. Dazu wird die (korrekte) Formel $R_0 = r \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} \cdot q^{-n}$ verwendet.

Der Preis der Küche entspricht dann $R_0 \cdot q^n$.

$q = 1.01$.

Es muss jedes Jahr eine Rate in Höhe von 6666.67 € bezahlt werden.

wahr	falsch
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Bei der Annuitätentilgung errechnet sich die Restschuld zu Beginn des Jahres t ,

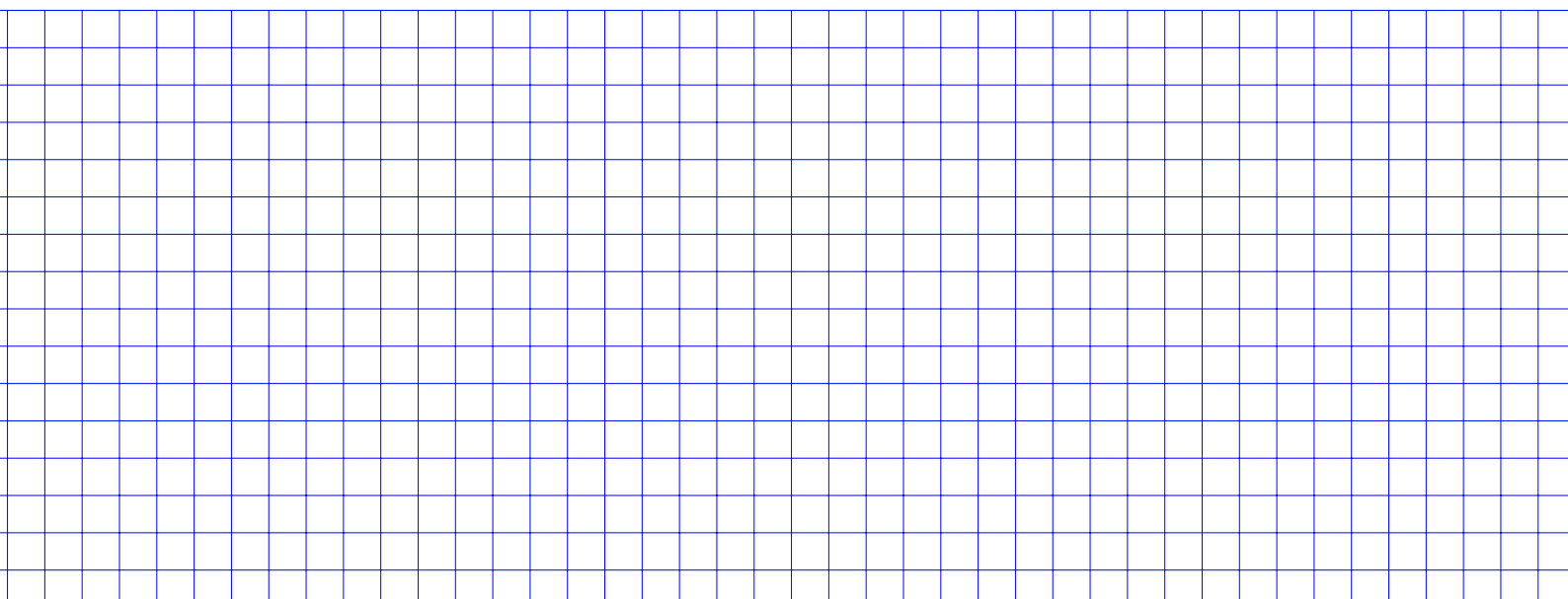
wenn von der Schuldsomme die Summe der bis zu diesem Zeitpunkt bezahlten Tilgungsraten abgezogen wird,
wenn von der $t-1$ Jahre lange aufgezinnten Schuldsomme der nachschüssige Rentenendwert der ersten $t-1$ Annuitäten abgezogen wird,
wenn von der Schuldsomme der Rentenbarwert von $t-1$ Annuitäten abgezogen wird und das Ergebnis dann mit q^{t-1} multipliziert wird.

wahr	falsch
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Bei einem festverzinslichen gesamtfälligem Wertpapier

wird der Kupon jeweils am Ende des Jahres ausgezahlt,
wird der Kupon auch am Ende des letzten Jahres ausgezahlt,
kann man sich den Rücknahmekurs am Ende jedes Jahres ausbezahlen lassen.

wahr	falsch
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



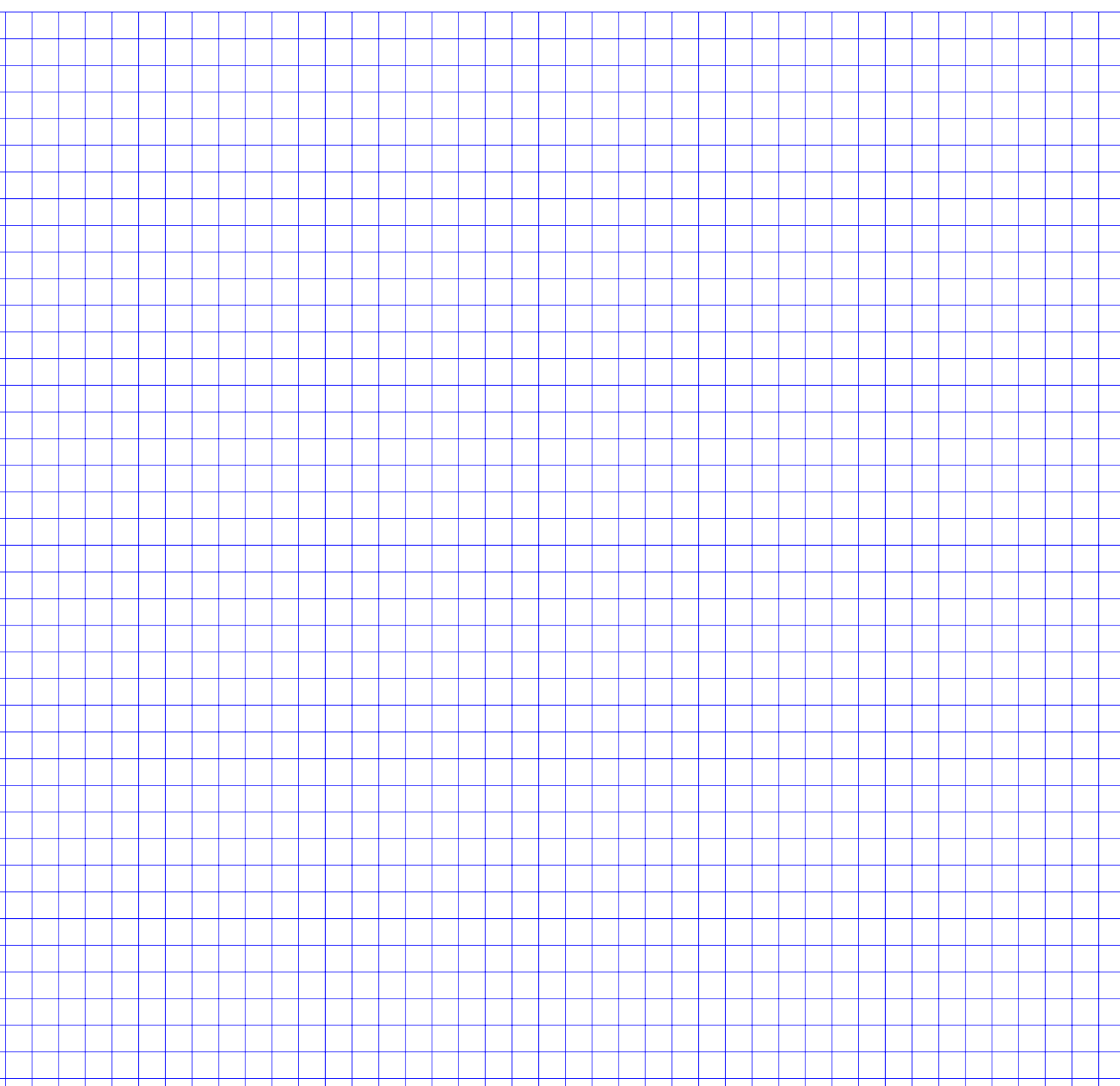


Aufgabe 2

10 Punkte

Ira legt heute, am 1. Januar 2018, einen Betrag in Höhe von 1500 € auf ein mit einem Zinssatz von 1.5 % p. a. verzinsten Konto an.

- a) Wie hoch ist der Betrag inklusive Zinsen am 1.1.2026?
- b) Wie hoch müsste der jährliche Zinssatz auf dem Anlagekonto sein, damit sie inkl. Zinsen am 1.1.2026 über einen Betrag in Höhe von 2302.03 € verfügt?
- c) Wie lange müsste Ira warten, bis sich ihre heute angelegten 1500 € auf dem mit 1.5 % p. a. verzinsten Konto auf 2302.03 € entwickelt hätte?
- d) Ira zahlt heute 1500 € auf das Konto ein. Wie hoch ist der Realwert dieser Einzahlung am 1.1.2026, wenn für die Anlagezeit zusätzlich zu dem Anlagezinssatz eine durchschnittliche jährliche Inflationsrate von 2.3 % p.a. angenommen werden kann?





Aufgabe 3

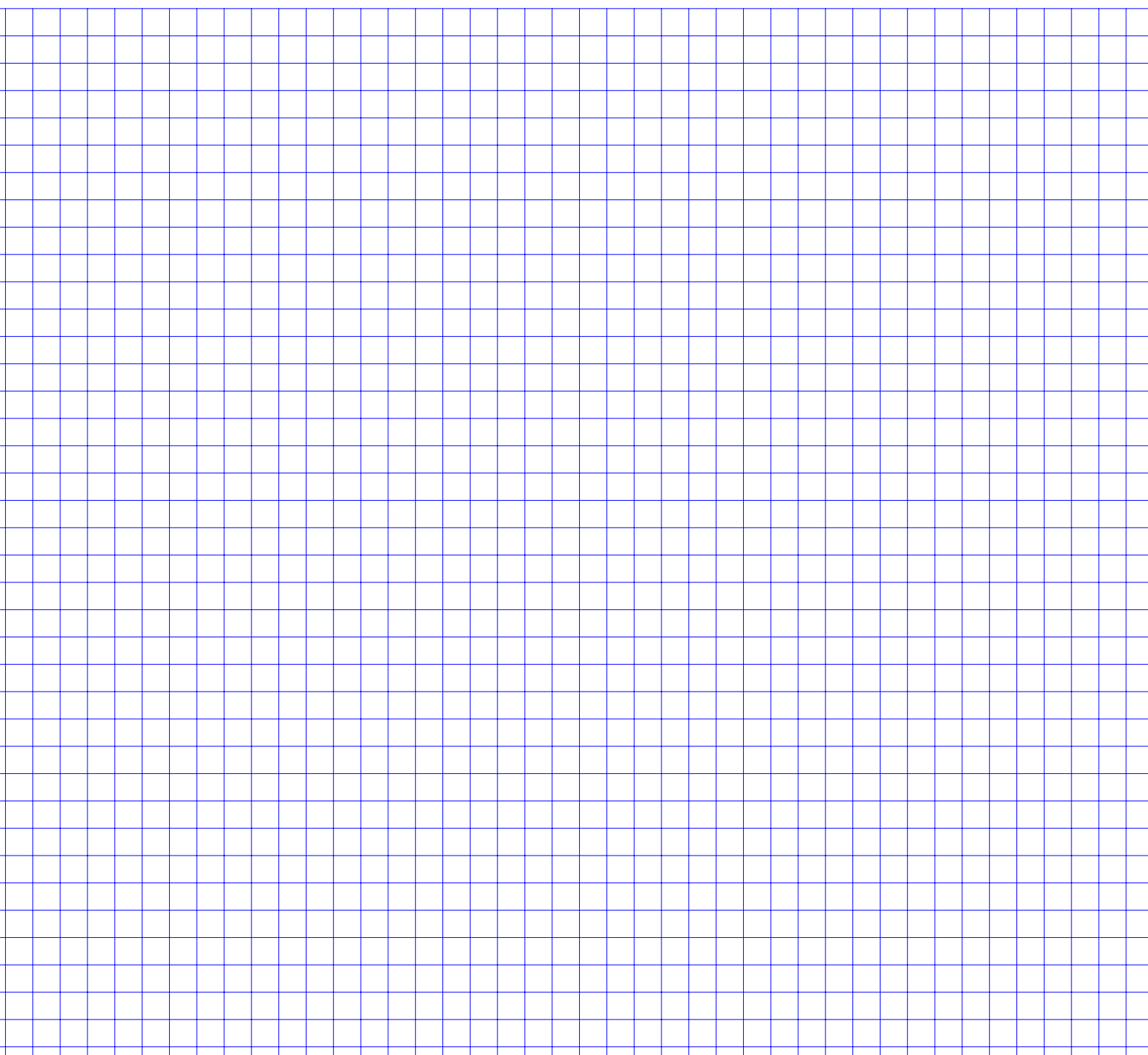
9 Punkte

Ein Anleger kann in zwei Projektvarianten investieren. Es gelte ein jährlicher Kalkulationszinssatz von 1.5 %.

Die Höhe der Zahlungen (Beträge in Tausend €) zu den jeweiligen Zeitpunkten (in Jahren, jeweils zum Jahresbeginn) seien jeweils:

Zeitpunkt	0	1	2	3
Projektvariante A	-1500	900	720	0
Projektvariante B	-959	600	400	35

- Entscheiden Sie auf Basis des Kapitalwerts der beiden Varianten, welche bevorzugt werden sollte.
- Wie hoch müsste bei Projekt A die Zahlung zum Zeitpunkt 3 sein, so dass beide Projekte finanzmathematisch äquivalent wären.





Aufgabe 4

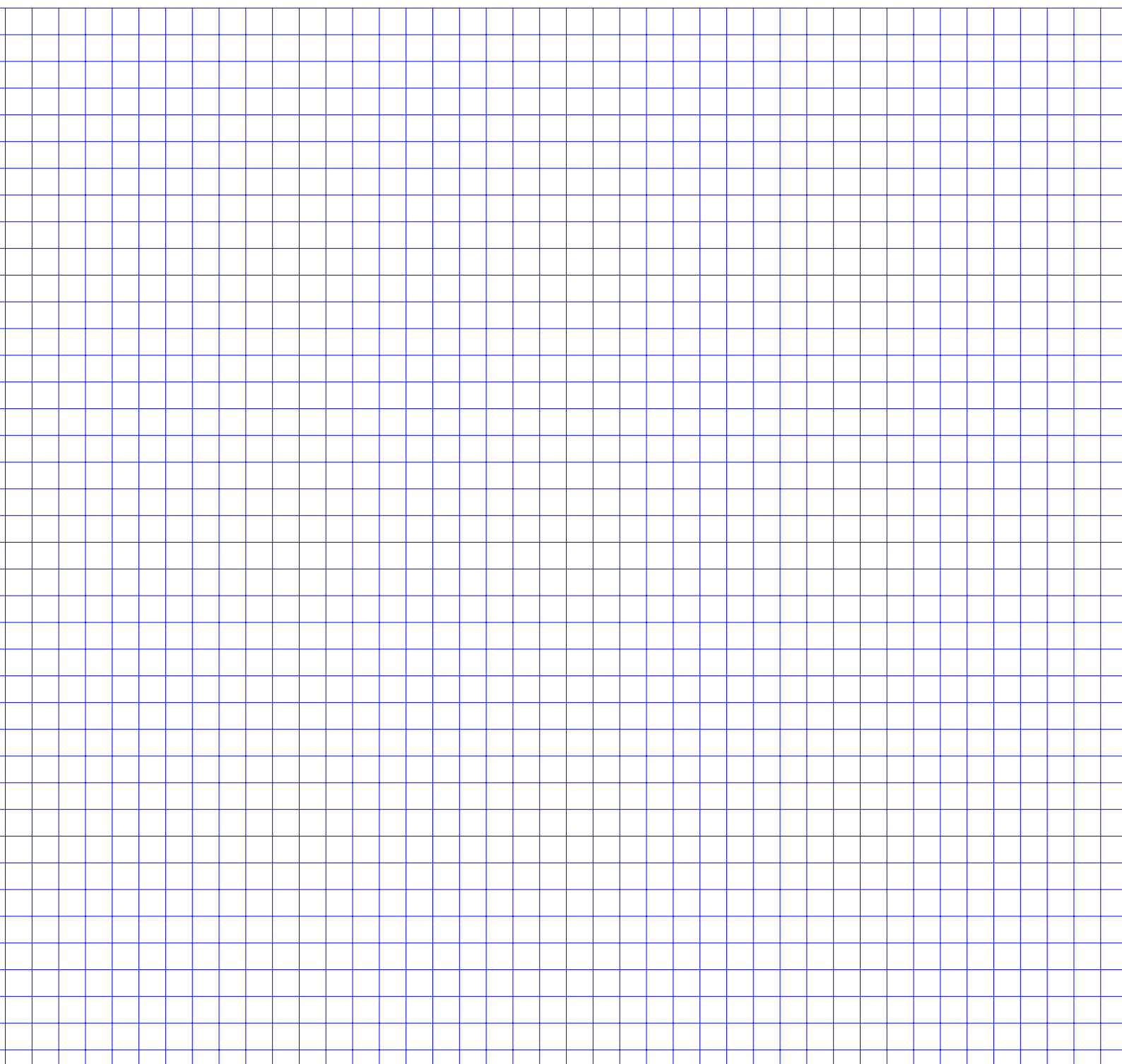
9 Punkte

Ein festverzinsliches Wertpapier mit einer Laufzeit von 8 Jahren ist mit einem Kupon von 2 % und einem Rücknahmekurs von 101 % ausgestattet. Zum Emissionszeitpunkt herrscht für dieses Papier eine Umlaufrendite von 1.5 %.

- a) Wie hoch ist der Emissionskurs dieser Anleihe?

Hinweis: Falls Sie a) nicht lösen konnten, gehen Sie für Teilaufgabe b) vom (falschen) Wert von $C_0 = 90\%$ aus.

- b) Berechnen Sie die Zahlungen von bzw. an einen Anleger zu den Zeitpunkten $t = 0, t = 1$ und $t = 8$, wenn er zum Zeitpunkt $t = 0$ einen Betrag von 50 000 € in die Anleihe investieren möchte.
- c) Bestimmen Sie den Kurs unmittelbar nach der 2. Kuponzahlung, wenn zu diesem Zeitpunkt die Umlaufrendite 5 % beträgt.





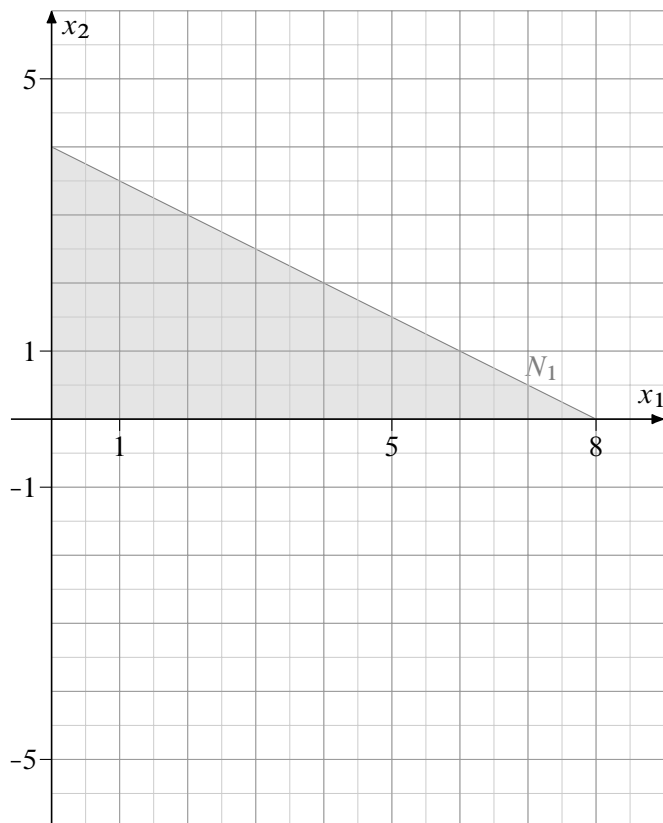
Aufgabe 5

30 Punkte

Gegeben ist das folgende lineare Optimierungsproblem mit

- ▶ den Strukturvariablen $x_1, x_2 \in \mathbb{R}_+$,
- ▶ der Zielfunktion $f: \mathbb{R}_+^2 \rightarrow \mathbb{R}$ und
- ▶ den Nebenbedingungen N_1, N_2, N_3 (dabei ist N_1 nur teilweise gegeben).

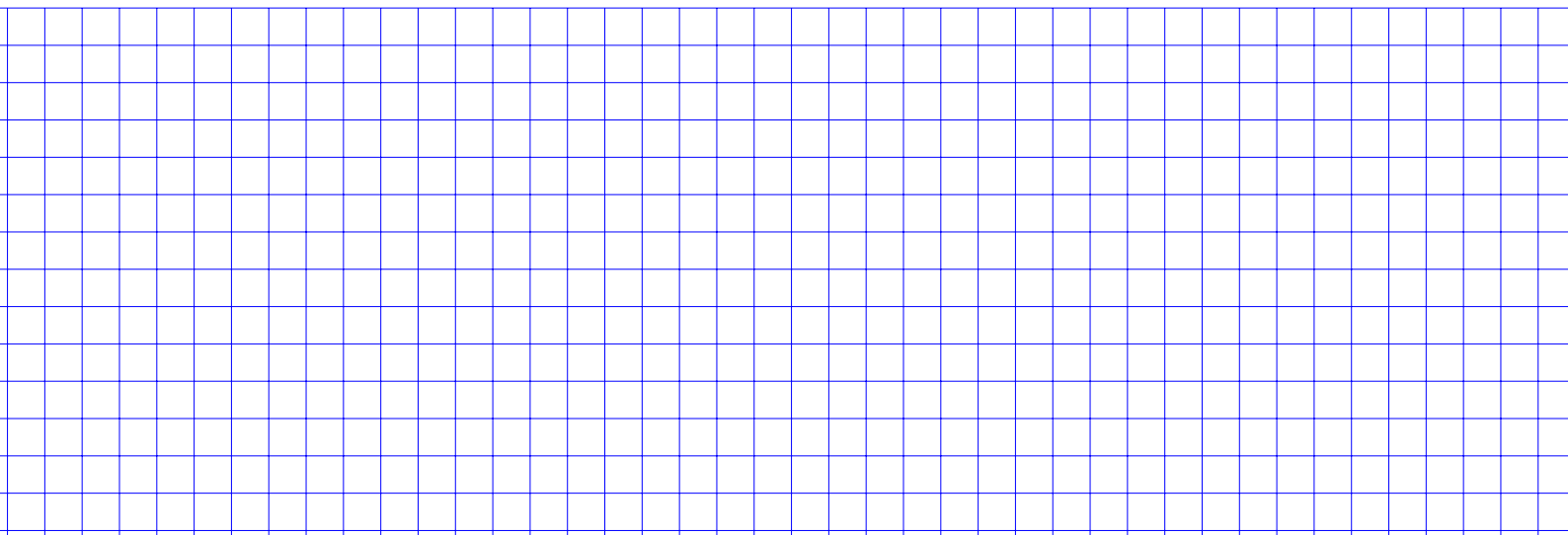
f	$3x_1 +$	$4x_2$	\rightarrow	\max	
N_1	<input type="text"/>	$+$	<input type="text"/>	\leq	<input type="text"/>
N_2	$2x_1 -$	x_2	\leq	4	
N_3	$x_1 +$	x_2	\leq	5	



- a) Die graphische Repräsentation von N_1 ist im Koordinatensystem eingezeichnet. Füllen Sie in der Tabelle oben die fehlenden Felder von N_1 aus.
- b) Zeichnen Sie N_2, N_3 sowie den Zulässigkeitsbereich des Problems in das Koordinatensystem ein.
- c) Markieren Sie die für ein Optimum in Frage kommenden Ecken.
- d) Zeichnen Sie alle Punkte der Zielfunktion für $f(x_1, x_2) = 12$ ein (Isonutzengerade).
- e) Berechnen Sie die Koordinaten im Optimum sowie den dazugehörigen Wert der Zielfunktion.
- f) Nach einem Schritt des Simplexalgorithmus ergibt sich das folgende Tableau:

	x_1	x_2	y_1	y_2	y_3		Operation
⑤	-1	0	2	0	0	16	① + 2 · ②
⑥	1/2	1	1/2	0	0	4	+ 1/2 · ②
⑦	5/2	0	1/2	1	0	8	③ + 1/2 · ②
⑧	1/2	0	-1/2	0	1	1	④ - 1/2 · ②

Dabei bezeichnet die Zeile Nummer ⑤ die Zielfunktion. Führen sie einen weiteren Simplexschritt durch und geben Sie den Wert aller Struktur-, Schlupfvariablen sowie der Zielfunktion nach diesem Schritt an.





Aufgabe 6

19 Punkte

Die Ladung eines Kondensators $Q(t)$ in Abhängigkeit von der Zeit $t > 0$ wird beschrieben durch die Differentialgleichung

$$\frac{Q}{C} + R \frac{dQ}{dt} = U(t).$$

Dabei bezeichnet C die Kapazität des Kondensators, R den ohmschen Widerstand, und $U(t)$ die anliegende Spannung.

- Welche Lösung ergibt sich für $U(t) = 0$ für eine Anfangsladung von $Q(0) = Q_0$?
In welcher Zeit ist die anfängliche Ladung auf den Wert $\frac{Q_0}{e}$ abgesunken (e bezeichnet dabei die Eulersche Zahl)?
- Lösen Sie die Differentialgleichung für $Q(0) = Q_0$ sowie eine konstant angelegte Spannung $U(t) = U_0 > 0$.

