

## Die Streuung des Elastizitätsmoduls in Brett­längsrichtung

F. Colling und M. Scherberger

Versuchsanstalt für Stahl, Holz und Steine, Abteilung Ingenieurholzbau der Universität (TH) Karlsruhe

An insgesamt 100 Brettern und 640 Brettabschnitten mit 45 cm Länge wurde der Elastizitätsmodul mit Hilfe eines Schwingungsmeßgerätes bestimmt. Für den Elastizitätsmodul der Brettabschnitte wurde eine Regressionsgerade in Abhängigkeit von der Rohdichte und der Ästigkeit ermittelt. Ergebnis dieser Untersuchungen war, daß in mehr als 80% aller Fälle die Streuung des Elastizitätsmoduls innerhalb eines Brettes geringer war als die Reststreuung der allgemeinen, für das gesamte Holzangebot gültigen Regressionsgeraden.

### Variation of MOE in longitudinal direction of boards

The modulus of elasticity (MOE) of 100 boards and 640 board sections, 45 cm long, was determined. For the board sections, a regression equation for the MOE, depending on density and knot size was calculated. In more than 80% of the boards the MOE-variability within one board was lower than the residue of the regression equation valid for all board sections.

### 1 Allgemeines

In dem von Ehlbeck et al. (1985) entwickelten Rechenmodell zur Bestimmung der Tragfähigkeit von Brettschicht­holz(BSH-)­Trägern werden die Lamellen in 15 cm lange Brettabschnitte (sog. Zellen) unterteilt. Ist weder die Ästigkeit noch die Rohdichte eines Brettes bekannt, so werden diese Holzeigenschaften den einzelnen Zellen in einem Simulationsprogramm zugeordnet. Hierbei ist es von besonderer Bedeutung, natürliche Regelmäßigkeiten z. B. der Verteilung der Ästigkeit und der Rohdichte in Brett­längsrichtung zu berücksichtigen. Mit vorgegebener Ästigkeit und Rohdichte kann nun mit Hilfe von Regressionsgleichungen der Elastizitätsmodul und die Festigkeit jeder Zelle berechnet werden. Um der Tatsache Rechnung zu tragen, daß zwei Zellen mit gleicher Rohdichte und Ästigkeit unterschiedliche Steifigkeits- und Festigkeitseigenschaften besitzen können, werden aus der Reststreuung der Regressionsgleichung zufällige Werte (die auch negativ sein können) gewählt und den berechneten Werten hinzugezählt. Diese Reststreuung ist aus Versuchen (z. B. Glos 1978) bekannt und ist repräsentativ für das in den deutschen Leimbaubetrieben verwendete Schnitt­holz.

Bisherige Untersuchungen lassen jedoch vermuten, daß die Streuung des Elastizitätsmoduls innerhalb eines Brettes geringer ist, als dies für das gesamte Angebot der Fall ist. Die Größe dieser geringeren Reststreuung für den Elastizitätsmodul innerhalb eines Brettes wurde im Rahmen eines weiterführenden Forschungsvorhabens (Ehlbeck, Colling 1987) untersucht (Scherberger 1986).

Tabelle 1. Versuchsmaterial

Anzahl der Bretter	Güteklasse nach DIN 4074	Querschnitts­abmessungen B × H (mm)	Wuchsgebiet
10	I	112 × 36	Skandinavien
10	II		
10	I	195 × 36	
10	II		
10	I	130 × 36	DDR Bayerischer Wald
10	II		
10	I	170 × 32	
10	II		
10	I	210 × 38	Bundesrepublik Deutschland Österreich
10	II		

### 2 Versuchsmaterial

Die für diese Untersuchungen ausgewählten Bretter stammen aus dem Brettmaterial, mit denen die Ästigkeits­untersuchungen (Colling, Dinort 1987) durchgeführt wurden. Aus jedem der drei Wuchsgebiete – Skandinavien, DDR/Bayerischer Wald und Bundesrepublik/Österreich – wurden Bretter unterschiedlicher Breite und Güteklasse gewählt. Eine Zusammenstellung des Versuchsmaterials gibt Tabelle 1. Dieses Versuchsmaterial stellt somit einen repräsentativen Querschnitt des in den deutschen Leimbaubetrieben verwendeten Schnitt­holzes dar.

### 3 Versuchsdurchführung

An insgesamt 100 Brettern wurde die mittlere Rohdichte mittels Wägung und der Elastizitätsmodul mit Hilfe eines Schwingungsmeßgerätes (s. Görlacher 1984) bestimmt. Anschließend wurden aus jedem Brett mehrere 45 cm lange Brettabschnitte herausgeschnitten. Hierbei wurde darauf geachtet, daß diese Brettabschnitte entweder fehlerfrei waren, oder daß die Äste bzw. Astansammlungen jeweils in der Mitte der Brettabschnitte lagen. Hierdurch war gewährleistet, daß die Ergebnisse nicht durch die unterschiedliche Lage der Äste verfälscht wurden. Von den insgesamt 640 Brettabschnitten wurden wie bei den Gesamtbrettern die Rohdichte und der Elastizitätsmodul bestimmt. Bei der Berechnung des Elastizitätsmoduls wurde bei allen Brettern bzw. Brettabschnitten für das Verhältnis von Elastizitätsmodul zu Schubmodul ein mittlerer Wert von  $E/G = 20$  angenommen.

Wuchsgebiet: Skandinavien

Brett Nr.: 11.9      Breite: 112 mm      Dicke: 36 mm



Abschnitt Nr.: 1 2 3 4 5 6 7 8

	KAR	Länge mm	Breite mm	Dicke mm	Gewicht g	Rohdichte g/cm <sup>3</sup>	Darr- Rohdichte <sup>1)</sup> g/cm <sup>3</sup>	E-Modul N/mm <sup>2</sup>
Gesamtbrett	-	4500	112	36	7932	0,437	0,404	13170
Abschnitt-Nr.								
1	0,10	455	112	36	792	0,432	0,400	13710
2	0,15	447	112	36	788	0,437	0,404	13240
3	0	447	112	36	782	0,434	0,402	13990
4	0	450	112	36	776	0,428	0,396	13930
5	0,23	446	112	36	798	0,444	0,411	12720
6	0,26	450	112	36	796	0,439	0,406	11980
7	0,27	448	112	36	788	0,436	0,403	12150
8	0,36	450	112	36	802	0,442	0,409	11460

1) Nach DIN 52 182

**Bild 1.** Typisches Versuchsprotokoll  
**Fig 1.** Typical recording of data

Die später zur Auswertung der Ergebnisse benötigte Größe der Äste war aus den früheren Ästigkeitsuntersuchungen in Form des sog. KAR-Wertes (Knot Area Ratio) nach den Richtlinien der ECE (Economic Commission for Europe 1982) bekannt.

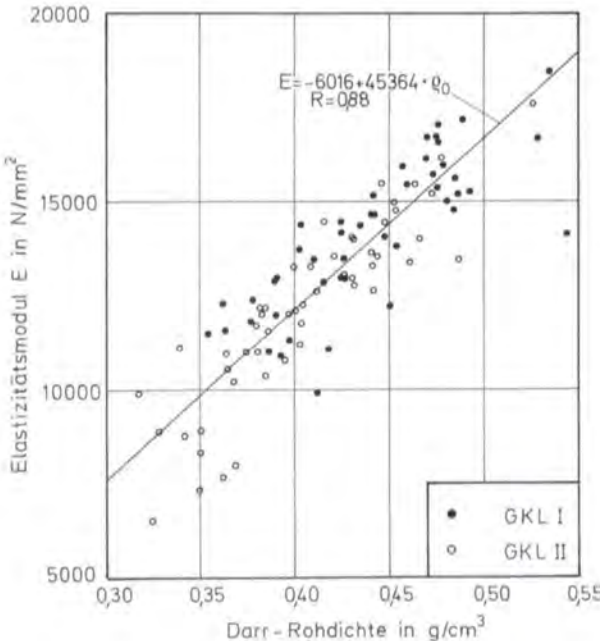
In Bild 1 ist ein typisches Versuchsprotokoll dargestellt.

Der Feuchtigkeitsgehalt der Bretter wurde stichprobenartig bestimmt und betrug im Mittel  $u=12\%$ .

**4 Auswertung der Versuche**

**4.1 Gesamtbretter**

In Bild 2 ist die Abhängigkeit zwischen Elastizitätsmodul  $E$  und mittlerer Darr-Rohdichte  $\rho_0$  aller untersuchten Bretter



**Bild 2.** Abhängigkeit zwischen Elastizitätsmodul und mittlerer Darr-Rohdichte (Bretter)  
**Fig. 2.** Relationship between moduls of elasticity and mean over-dry density (boards)

getrennt für die beiden Güteklassen dargestellt. Aus diesem Bild geht hervor, daß unabhängig von der Güteklasse eine enge Beziehung zwischen Darr-Rohdichte und Elastizitätsmodul eines Brettes besteht. Nur bei Brettern geringer Rohdichte treten größere Abweichungen von der ermittelten Regressionsgeraden auf. Dies dürfte auf die Größe und die Lage der Äste zurückzuführen sein, die bei diesen Brettern einen größeren Einfluß ausüben als bei Brettern mit höherer Rohdichte.

In Anbetracht der Tatsache, daß die Festigkeit des Holzes in erster Linie vom Elastizitätsmodul und der Ästigkeit des Holzes bestimmt wird, deutet diese enge Beziehung darauf hin, daß eine Gütesortierung, die neben der Ästigkeit noch einen weiteren Sortierparameter (Rohdichte oder Elastizitätsmodul) berücksichtigt, eine effektivere Sortierung in sog. Festigkeitsklassen ermöglicht.

**4.2 Brettabschnitte**

In Bild 3 ist für die Brettabschnitte der Elastizitätsmodul in Abhängigkeit von der Darr-Rohdichte und der Ästigkeit dargestellt. Aus den Versuchen ergab sich folgende Regressionsgleichung

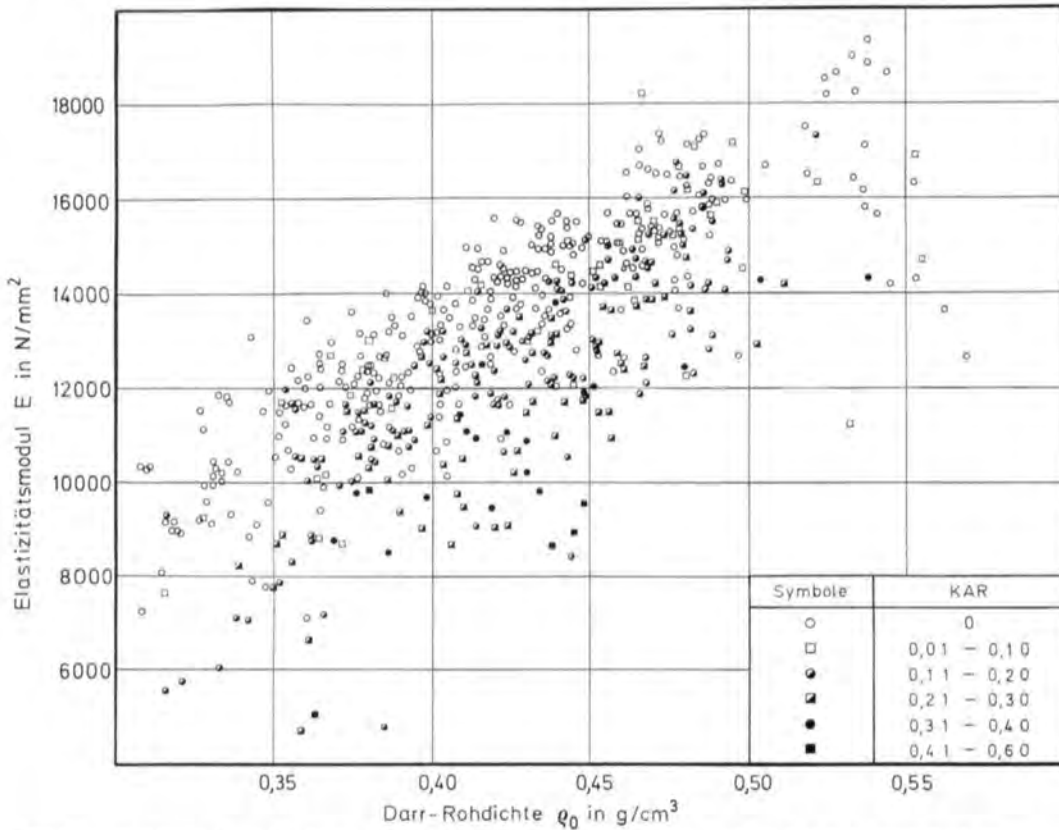
$$E = 2695 + 38963 \cdot \rho_0 - 8756 \cdot KAR \tag{1}$$

mit einem multiplen Korrelationskoeffizienten von  $R=0,87$ .

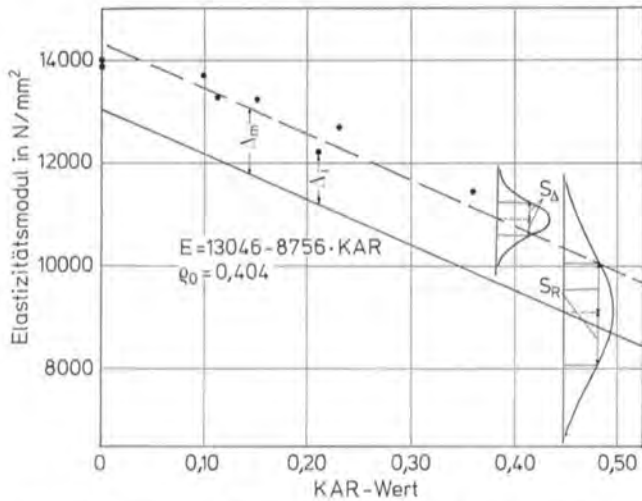
- Hierbei sind
- $E$     Elastizitätsmodul, N/mm<sup>2</sup>
- $\rho_0$    Darr-Rohdichte, g/cm<sup>3</sup>
- $KAR$  Astflächenverhältnis (-).

Der Korrelationskoeffizient  $R$  ist ein Maß für die Güte der Regressionsgleichung. Ein Brettabschnitt mit gegebener Rohdichte und Ästigkeit weist einen Elastizitätsmodul auf, der im Mittel den Wert aus der Regressionsgleichung annimmt, um diesen Mittelwert aber streuen kann. Je größer der Korrelationskoeffizient ist (d. h. je näher bei 1), um so geringer ist diese Reststreuung die trotz bekannter Rohdichte und Ästigkeit noch vorhanden ist.

Aus den Versuchen ergab sich für die Standardabweichung des Residuums (Reststreuung) ein Wert von  $s_R = 1160 \text{ N/mm}^2$ . Die Wuchseigenschaften des Holzes in einem



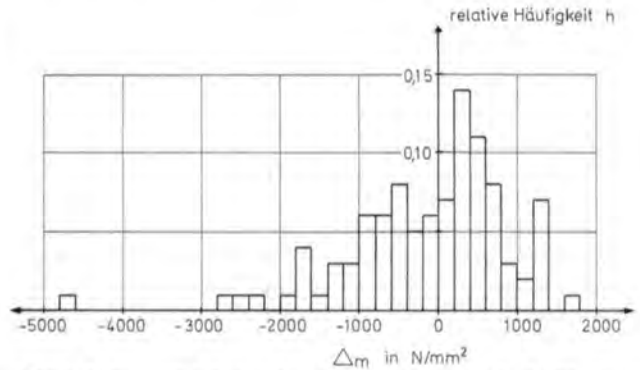
**Bild 3.** Elastizitätsmodul in Abhängigkeit von der mittleren Darr-Rohdichte und der Ästigkeit (Brettabschnitte)  
**Fig. 3.** Relationship between modulus of elasticity and mean oven-dry density and knot size (board sections)



**Bild 4.** Vergleich der Elastizitätsmodul der Brettabschnitte eines Brettes mit der zugehörigen Regressionsgeraden  
**Fig. 4.** Comparison of MOE-values of the board sections from one board with the corresponding regression line

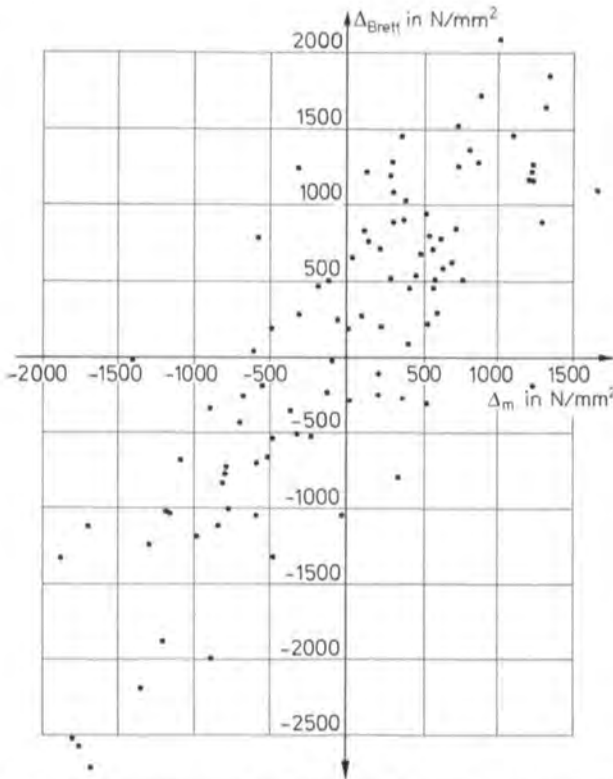
Brett lassen jedoch vermuten, daß die Reststreuung des Elastizitätsmodul innerhalb eines Brettes geringer ist als die Reststreuung des gesamten Brettangebots.

Am Beispiel des Brettes aus Bild 1 sind die Elastizitätsmoduln der einzelnen Brettabschnitte in Bild 4 dargestellt und mit der allgemeinen Regressionsgleichung (1) verglichen. Diese eingezeichnete Regressionsgerade gilt für das gesamte Brett, wenn die geringe Streuung der Rohdichte in Brett längsrichtung vernachlässigt wird, d. h. wenn für das gesamte Brett eine konstante Rohdichte angenommen wird.

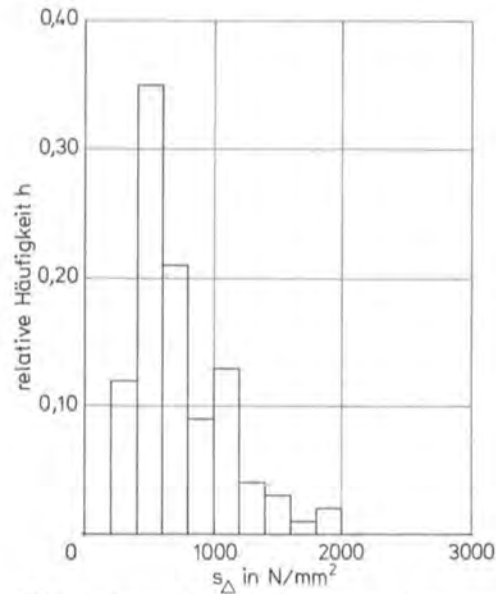


**Bild 5.** Auftretenshäufigkeit des mittleren Abstandes  $\Delta_m$  der Elastizitätsmoduln der Brettabschnitte eines Brettes von der zugehörigen Regressionsgeraden  
**Fig. 5.** Histogram of the mean distance  $\Delta_m$  of MOE-values from the board sections of one board from the corresponding regression line

Jeder Einzelwert liegt in einem Abstand  $\Delta_i$  von der allgemeinen Regressionsgeraden und der Mittelwert aller Abstände  $\Delta_i$  beträgt  $\Delta_m$ . Unter der Annahme, daß die Neigung der Regressionsgeraden bei allen Brettern gleich ist, ergibt sich für das betrachtete Brett eine Gerade, die um den Betrag  $\Delta_m$  von der allgemeinen Regressionsgeraden versetzt ist, und um welche die Einzelwerte mit einer gewissen Reststreuung  $s_A$  streuen. Zwar liegen nicht bei allen Brettern die Einzelwerte parallel zur allgemeinen Regressionsgeraden wie dies in Bild 4 der Fall ist, aber die Bestimmung einer Regressionsgeraden für jedes einzelne Brett erscheint wegen der geringen Zahl an Einzelwerten nicht sinnvoll. Aus diesem Grunde wurde für die weitere Auswertung davon ausgegangen, daß die Regressionsgerade eines Brettes eine um den Wert  $\Delta_m$  versetzte Parallele zur allgemeinen Regressionsgeraden dar-



**Bild 6.** Gegenüberstellung des Abstandes  $\Delta_{\text{Brett}}$  des Elastizitätsmoduls eines Brettes von der Regressionsgeraden (s. Bild 2) und des mittleren Abstandes  $\Delta_m$  der Elastizitätsmoduln der Brettabschnitte von der zugehörigen Regressionsgeraden  
**Fig. 6.** Relationship between the distance  $\Delta_{\text{Brett}}$  of MOE of a board from the regression line (see Fig. 2) and the mean distance  $\Delta_m$  of MOE-values of the board sections from the corresponding regression line



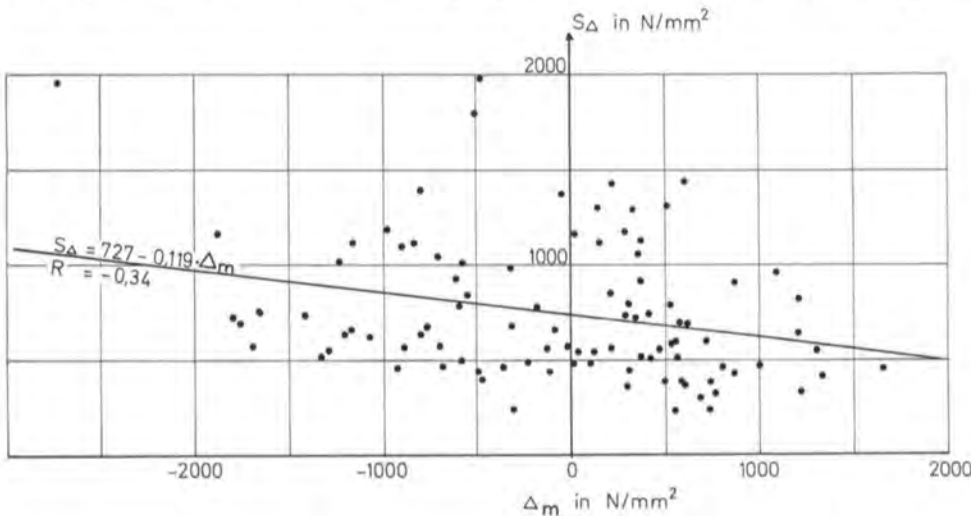
**Bild 7.** Auftretenshäufigkeit der Standardabweichung  $s_\Delta$  der Streuung des Elastizitätsmoduls innerhalb eines Brettes  
**Fig. 7.** Histogram of the standard deviation  $s_\Delta$  of the residue of MOE within one board

stellt. Somit wurden für jedes Brett der mittlere Abstand  $\Delta_m$  und die Reststreuung  $s_\Delta$  bestimmt.

In Bild 5 ist die Auftretenshäufigkeit der mittleren Abstände  $\Delta_m$  dargestellt. Hierin bedeutet ein positiver Wert für die Abweichung  $\Delta_m$ , daß infolge der Wuchseigenschaften des Baumes das Brett „besser“ ist, als dies von der allgemeinen Regressionsgleichung im Mittel angenommen wird. Im Fall eines negativen Wertes für die Abweichung liegt ein Brett

vor, welches „schlechter“ ist als der Durchschnitt. Dieses Bild zeigt, daß die Abweichungen nach oben (d. h. positive Werte für  $\Delta_m$ ) in den meisten Fällen zwischen 200 und 800 N/mm<sup>2</sup> liegen, während bei den negativen Abweichungen kein ausgeprägter Auftretensbereich erkennbar ist. Auch treten hier betragsmäßig größere Abweichungen auf.

Diese Abweichungen werden, wie schon erwähnt, auf die Wuchseigenschaften der Bäume zurückgeführt, aus denen die Bretter geschnitten werden. Diese Annahme wird durch Bild 6 bestätigt. Hier sind die Abstände  $\Delta_{\text{Brett}}$  der Brett-Elastizitätsmoduln von der Regressionsgeraden aus Bild 2 den mittleren Abständen  $\Delta_m$  der zugehörigen Brettabschnitte von der allgemeinen Regressionsgeraden (1) gegenübergestellt. Dieses Bild zeigt eine enge Beziehung zwischen den beiden Werten  $\Delta_{\text{Brett}}$  und  $\Delta_m$ , so daß z. B. bei einem Brett, welches aufgrund der Wuchseigenschaften des Baumes einen Elastizitätsmodul aufweist, der unter dem Durchschnitt liegt (negativer Wert für  $\Delta_{\text{Brett}}$ ) auch ein negativer Wert für den



**Bild 8.** Abhängigkeit zwischen der Standardabweichung  $s_\Delta$  der Reststreuung des Elastizitätsmoduls innerhalb eines Brettes und des mittleren Abstandes  $\Delta_m$  der Elastizitätsmoduln der Brettabschnitte von der zugehörigen Regressionsgeraden  
**Fig. 8.** Relationship between standard deviation  $s_\Delta$  of the residue of MOE within one board and the mean distance  $\Delta_m$  of MOE-values of the board sections from the corresponding regression line

mittleren Abstand  $A_m$  der Elastizitätsmoduln der Brettabschnitte zu erwarten ist.

In Bild 7 sind die ermittelten Reststreuungen  $s_A$  in Form eines Häufigkeitsdiagramms dargestellt. Aus diesem Bild ist ersichtlich, daß in mehr als 80% aller Fälle die Reststreuung  $s_A$  innerhalb eines Brettes kleiner ist als die Reststreuung  $S_R$  der allgemeinen Regressionsgleichung (1) ( $s_R = 1160 \text{ N/mm}^2$ ), wobei der überwiegende Teil der Werte zwischen 200 und  $800 \text{ N/mm}^2$  liegt. Weiterhin wurde untersucht, ob zwischen dem mittleren Abstand  $A_m$  und der Reststreuung  $s_A$  eine Abhängigkeit besteht, d. h. ob bei steigender Qualität des Brettes mit einer Reduzierung der Streuung zu rechnen ist. Aus Bild 8 ist diese Tendenz zwar erkennbar, die geringe Korrelation (Korr.-Koeff.  $R=0,34$ ) deutet jedoch darauf hin, daß die Reststreuung  $s_A$  eine mehr oder weniger zufällige Größe ist.

## 5 Schlußfolgerungen

Die Streuung des Elastizitätsmoduls innerhalb eines Brettes war zu ermitteln. Hierbei wurde davon ausgegangen, daß jedes Brett eine Regressionsgerade besitzt, die parallel zur allgemeinen Regressionsgeraden verläuft und um den Wert  $A_m$  von dieser versetzt ist. Dieser mittlere Abstand  $A_m$  der Elastizitätsmoduln der Brettabschnitte eines Brettes von der allgemeinen Regressionsgleichung ist auf die Wuchseigenschaften des Baumes, aus dem das Brett herausgeschnitten wurde, zurückzuführen.

Die Streuung der Elastizitätsmoduln der Brettabschnitte eines Brettes um diese versetzte Regressionsgerade ist geringer als die Reststreuung der allgemeinen Regressionsgeraden, die für das gesamte Holzangebot gilt.

Mit den Ergebnissen aus diesen Untersuchungen und aus den früheren Ästigkeitsuntersuchungen kann die Simulation des Trägeraufbaus und der Steifigkeitseigenschaften eines Brettschichtholzträgers unter Berücksichtigung der vorhandenen Regelmäßigkeiten infolge der Wuchseigenschaften eines Baumes erfolgen.

## 6 Literatur

- Colling, F.; Dinort, R. 1987: Die Ästigkeit des in den Leimbaubetrieben verwendeten Schnittholzes. Holz Roh- Werkstoff 45: 23-26
- Ehlbeck, J.; Colling, F.; Görlacher, R. 1985: Einfluß keilgezinkter Lamellen auf die Biegefestigkeit von Brettschichtholzträgern. Holz Roh- Werkstoff 43:333-337, 369-373, 439-442
- Ehlbeck, J.; Colling, F. 1987: Biegefestigkeit von Brettschichtholz in Abhängigkeit von Rohdichte, Elastizitätsmodul, Ästigkeit und Keilzinkung der Lamellen, der Lage der Lamellen sowie von der Trägerhöhe. Forschungsbericht der Versuchsanstalt für Stahl, Holz und Steine, Abteilung Ingenieurholzbau und Baukonstruktionen der Universität Karlsruhe (TH)
- Glos, P. 1978: Zur Bestimmung des Festigkeitsverhaltens von Brettschichtholz bei Druckbeanspruchung aus Werkstoff- und Einwirkungsgrößen. Berichte zur Zuverlässigkeitstheorie der Bauwerke, Heft 35, Sonderforschungsbereich 96, München
- Görlacher, R. 1984: Ein neues Meßverfahren zur Bestimmung des Elastizitätsmoduls von Holz. Holz Roh- Werkstoff 42:219-222
- Scherberger, M. 1986: Ermittlung der Verteilung der Rohdichte und des Elastizitätsmoduls in Brett längsrichtung. Vertiefungsarbeit am Lehrstuhl für Ingenieurholzbau und Baukonstruktionen der Universität Karlsruhe (TH), (unveröffentlicht)
- United Nations; Economic Commission for Europe 1982: ECE recommended standard for stress grading of coniferous sawn timber. Timber Bull. for Europe, Vol. XXXIV, Suppl. 16:1-17, Genf