

Vergleichende Betrachtungen europäischer Bauprodukten- Normen mit nationalen Bestimmungen

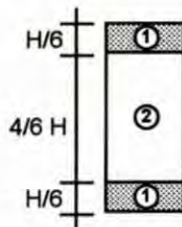
Teilprojekt: Tragverhalten von Brettschichtholz aus Brettlamellen mit unterschiedlichen Holzqualitäten im Hinblick auf die Bemessung (E-92/7t)

von

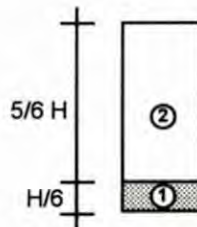
François Colling



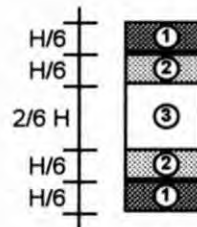
Typ 1



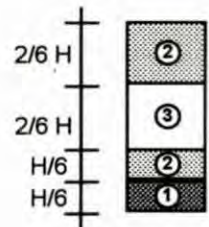
Typ 2



Typ 3



Typ 4



Typ 5

durchgeführt im Auftrag der
Entwicklungsgemeinschaft Holzbau
in der Deutschen Gesellschaft für Holzforschung e.V., München
mit finanzieller Unterstützung durch das
Deutsche Institut für Bautechnik, Berlin

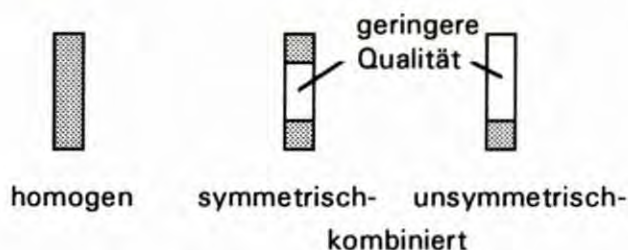
Inhalt

	Seite
1 Ziel des Vorhabens	1
2 Einführung	2
3 Theorie der Verbundquerschnitte	4
3.1 Grundlagen	4
3.2 Grundlagen der durchgeführten Berechnungen	6
4 Nachweise	9
4.1 Zug- und Druckspannungen	9
4.2 Biegespannungen	12
4.2.1 Biegung um die y - Achse	12
4.2.2 Biegung um die z - Achse	16
4.2.3 Doppelbiegung	17
4.3 Biegung mit Normalkraft	23
4.3.1 Zug und Biegung um die y - Achse	23
4.3.2 Druck und Biegung um die y - Achse	27
4.3.3 Doppelbiegung mit Normalkraft	32
4.4 Schubspannungen	33
4.5 Querkzugspannungen	34
4.6 Querdruckspannungen	34
4.7 Durchbiegungen	34
4.8 Kippen	36
4.8.1 Kippen als Stabilitätsproblem (ideales Kippen)	36
4.8.2 Kippen als Spannungsproblem	38
4.9 Knicken	43
4.9.1 Homogene Träger	43
4.9.2 Kombiniertes Brettschichtholz	47
4.10 Knicken und Kippen	61
4.11 Spannungskombination am angeschnittenen Rand	62
4.12 Keilgezinkte Rahmenecken	65
5 Zusammenfassung	70
6 Literatur	72

1 Ziel des Vorhabens

Die intensiven Forschungsarbeiten auf dem Gebiet der maschinellen Holzsortierung haben Eingang in die Normung gefunden: sowohl in DIN 1052-1/A1 als auch in prEN 1194 wurden neue Brettschichtholzklassen aufgenommen, die deutlich verbesserte Materialeigenschaften aufweisen als die bisherigen Klassen.

Aus Gründen der Wirtschaftlichkeit und Wertschöpfung des natürlichen Rohstoffes Holz kommen häufig kombiniert aufgebaute Brettschichtholzträger zum Einsatz. Bei diesen Trägern werden in den hochbeanspruchten äußeren Querschnittsbereichen Lamellen höherer Sortierklassen eingesetzt, während in den weniger beanspruchten Bereichen eine geringere Lamellen-Sortierklasse ausreichend ist.



Zahlreiche Versuche im In- und Ausland haben gezeigt, daß das Versagen von Brettschichtholzträgern stets in der Zugzone eintritt, so daß der Druckzone eine geringere Bedeutung zukommt. Daher wurde auch in der Vergangenheit bereits unsymmetrisch aufgebautes Brettschichtholz verwendet, bei dem die höherwertigen Lamellen nur in der Zugzone angeordnet wurden.

Da visuell sortierte Lamellen unabhängig von ihrer Güteklasse den gleichen mittleren Elastizitätsmodul aufweisen, bestand bisher keine Notwendigkeit, den Einfluß des Trägeraufbaus bei der Bemessung zu berücksichtigen.

Bei maschinell sortierten Brettern hingegen, stellt der Elastizitätsmodul ein wichtiges Sortierkriterium dar, so daß die unterschiedlichen Sortierklassen planmäßig einen unterschiedlichen Elastizitätsmodul aufweisen. Ein kombiniert aufgebaute Brettschichtholzträger ist somit als Verbundträger anzusehen, dessen Tragverhalten vom Elastizitätsmodul der verwendeten Lamellen abhängig ist.

Leider werden im EUROCODE 5 keine und in DIN 1052-1/A1 nur sehr eingeschränkt Aussagen zur Bemessung solcher Träger gemacht. Zu dem in Deutschland am weitesten verbreiteten unsymmetrisch aufgebauten Träger steht in DIN 1052-1/A1 lediglich ein Hinweis zum Nachweis der Biegespannungen. Andere Bereiche, wie z.B. das Stabilitätsverhalten, werden nicht behandelt.

Ziel dieses Vorhabens war daher, die Einflüsse des Trägeraufbaus von kombiniert aufgebauten Brettschichtholzträgern auf deren Tragverhalten abzuschätzen und Vorschläge für die Bemessung zu erarbeiten.

Die Berechnungen wurden dabei mit den in DIN 1052-1/A1 angegebenen Materialeigenschaften durchgeführt. Da die in der europäischen Brettschichtholz-Norm prEN 1194 angegebenen Kennwerte nur geringfügig von diesen Werten abweichen, sind alle Schlußfolgerungen und Bemessungsvorschläge sinngemäß auch auf 'europäisches' Brettschichtholz übertragbar.

2 Einführung

Aufgrund der natürlichen Streuung des Werkstoffes Holz besitzen alle Lamellen eines Brettschichtholzträgers unterschiedliche Elastizitätsmoduln. Bei der Bemessung wird dies jedoch in ausreichender Näherung dahingehend vereinfacht, daß für alle Bretter einer Sortierklasse der gleiche Rechenwert zugrundegelegt wird. DIN 1052-1 enthielt bislang nur Brettschichtholz aus visuell sortierten Brettern, wobei für beide Güteklassen (GK I und GK II) ein Elastizitätsmodul von $E = 11000 \text{ N/mm}^2$ angesetzt wurde. Die Berücksichtigung einer Verbundwirkung aufgrund unterschiedlicher Elastizitätsmoduln erübrigte sich somit.

Durch die Entwicklungen im Bereich der maschinellen Holzsortierung und die Aufnahme von Brettschichtholz aus maschinell sortierten Brettern in DIN 1052-1/A1 ist es nun möglich geworden, Brettschichtholz so aufzubauen, daß die verschiedenen Trägerbereiche planmäßig einen anderen Elastizitätsmodul aufweisen (kombiniertes Brettschichtholz). Hierdurch wird ein Verbundträger geschaffen, dessen Tragverhalten sich von dem eines homogenen Brettschichtholzträgers unterscheidet.

Im Hinblick auf die praktische Bemessung wurde in DIN 1052-1/A1 vereinbart, daß Brettschichtholzträger - wie bisher auch - vereinfachend als homogen angesehen werden dürfen, so daß eine Berücksichtigung der unterschiedlichen Lamellen - E - Moduln nicht erforderlich ist.

Dies gilt jedoch nur für die in **Bild 2-1** dargestellten Querschnittstypen.

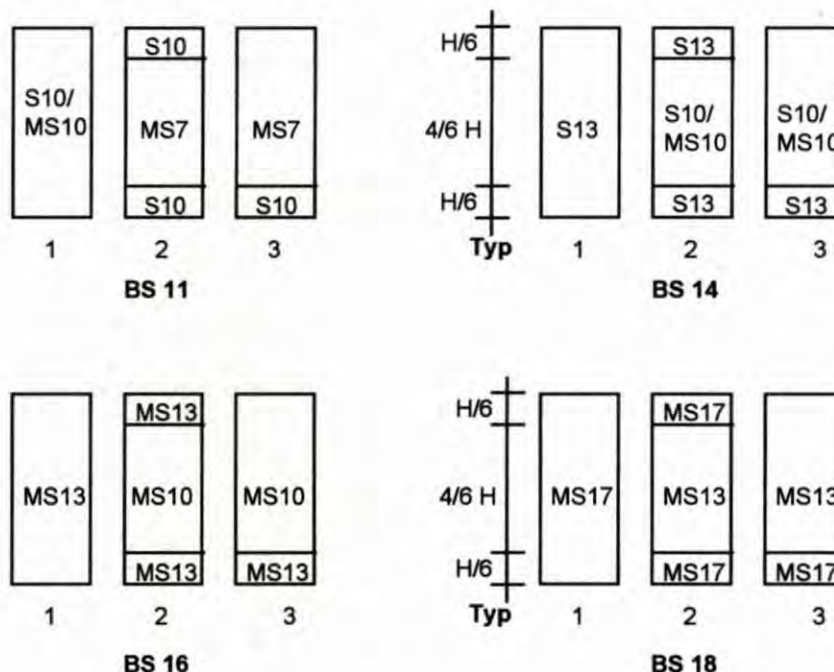


Bild 2-1: Querschnittsaufbauten

Typ 1 Homogenes Brettschichtholz

Typ 2 kombiniertes Brettschichtholz, symmetrisch

Typ 3 kombiniertes Brettschichtholz, unsymmetrisch

Die für diese Querschnittsaufbauten vereinbarten Materialkennwerte sind in **Tabelle 2-1** zusammengestellt.

Tabelle 2-1: Materialeigenschaften von Brettschichtholz in N/mm² bzw. MN/m² nach DIN 1052-1/A1, gültig für Querschnittstypen 1 - 3

Art der Beanspruchung	Brettschichtholz			
	BS11	BS14	BS16	BS18
	Sortierklasse der Lamellen			
	S 10/ MS 10	S 13	MS 13	MS 17
Biegung zul σ_B	11	14	16	18
Zug zul $\sigma_{Z }$	8,5	10,5	11	13
Zug \perp zul $\sigma_{Z\perp}$	0,2	0,2	0,2	0,2
Druck zul $\sigma_{D }$	8,5	11	11,5	13
Druck \perp zul $\sigma_{D\perp}$	2,5 3,0 ¹⁾	2,5 3,0 ¹⁾	2,5 3,0 ¹⁾	2,5 3,0 ¹⁾
Abscheren zul τ_a	0,9	0,9	1,0	1,0
Schub aus Q zul τ_Q	1,2	1,2	1,3	1,3
Torsion zul τ_T	1,6	1,6	1,6	1,6
Biegung $E_{ }$	11000	11000 ²⁾	12000 ²⁾	13000 ²⁾
Zug/Druck $E_{ }$	11000	12000	13000	14000
Zug/Druck \perp E_{\perp}	350	400	400	450
Schubmodul G	550	600	650	700
¹⁾ Bei Anwendung dieser Werte ist mit höheren Eindrückungen zu rechnen ²⁾ Wenn bei Biegeträgern die Lamellen in der Zug- <u>und</u> Druckzone die o.a. Lamellenklassen verwendet werden (Querschnittstyp 2 nach Bild 2-1), darf ein um 1000 MN/m ² erhöhter E-Modul in Rechnung gestellt werden.				

Wird jedoch von den Querschnittsaufbauten nach Bild 2-1 abgewichen, so fordert DIN 1052-1/A1 einen genaueren Spannungs- und Durchbiegungsnachweis unter Berücksichtigung der unterschiedlichen Elastizitätsmoduln der verwendeten Lamellen-Klassen.

Im Rahmen dieses Vorhabens soll aufgezeigt werden, wie diese Nachweise erbracht werden können.

3 Theorie der Verbundquerschnitte

3.1 Grundlagen

Gegeben sei ein rechteckiger Brettschichtholzträger, der aus insgesamt 5 verschiedenen Lammellen-Sortierklassen zusammengesetzt ist (**Bild 3.1-1**). Jede dieser Sortierklassen besitzt einen Rechenwert für den E-Modul ($E_1 - E_5$).

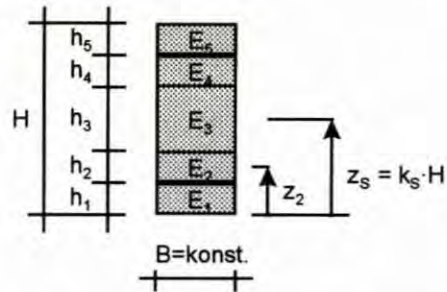


Bild 3.1-1 Verbundträger aus 5 verschiedenen Sortierklassen

Nach der linear-elastischen Balkentheorie kann die Lage des Schwerpunktes wie folgt berechnet werden:

$$z_S = \frac{\sum_{i=1}^5 E_i \cdot B h_i \cdot z_i}{\sum_{i=1}^5 E_i \cdot B h_i} \quad (3.1-1)$$

mit

E_i = E-Modul des betrachteten Trägerbereiches

h_i = Höhe des betrachteten Trägerbereiches

z_i = Abstand des zugehörigen Schwerpunktes von der Bezugslinie

Nimmt man den E-Modul E_1 des Bereiches ① als Bezugswert, so ergibt sich:

$$z_S = \frac{\sum n_i B h_i z_i}{\sum n_i B h_i} = k_S \cdot H \quad (3.1-2)$$

mit $n_i = E_i/E_1$

Mit diesen Werten n_i kann der Querschnitt aus Bild 3.1-1 auch als Querschnitt mit konstantem E-Modul ($E_i = E_1$) angesehen werden, der aus Trägerabschnitten unterschiedlicher Breite $B_i = n_i \cdot B$ zusammengesetzt ist (vgl. **Bild 3.1-2**).

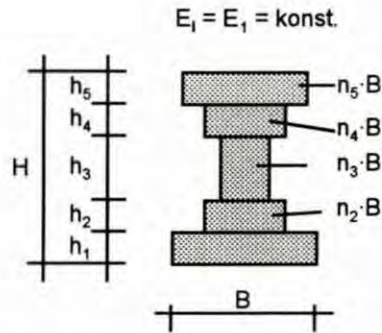


Bild 3.1-2 Analogie zu Träger mit $E = \text{konst.}$

Aus dieser Analogie wird deutlich, daß die Verwendung von Lamellen mit unterschiedlichen E-Moduln Auswirkungen auf das Tragverhalten von Brettschichtholzträgern haben muß.

Folgende Querschnittswerte werden beeinflusst:

Dehnsteifigkeit EA

$$EA = E_1 \sum n_i B h_i \quad (3.1-3a)$$

bzw.
$$EA = E_1 \cdot BH \cdot \frac{\sum n_i B h_i}{BH} \quad (3.1-3b)$$

Die Dehnsteifigkeit EA des Gesamtquerschnittes kann somit auf der Grundlage des E-Moduls E_1 des Trägerbereiches ①, den gegebenen Querschnittsabmessungen $A = B \cdot H$ und einem Korrekturfaktor k_{EA} berechnet werden:

$EA = E_1 \cdot A \cdot k_{EA}$

(3.1-4)

Biegesteifigkeit EI

$$EI = E_1 \sum n_i B \left[\frac{h_i^3}{12} + h_i (z_s - z_i)^2 \right] \quad (3.1-5a)$$

bzw.
$$EI = E_1 \cdot \frac{BH^3}{12} \frac{\sum n_i B \left[\frac{h_i^3}{12} + h_i (z_s - z_i)^2 \right]}{BH^3 / 12} \quad (3.1-5b)$$

Die Biegesteifigkeit EI des Gesamtquerschnittes kann somit auf der Grundlage des E-Moduls E_1 des Trägerbereiches ①, dem rechnerischen Flächenmoment 2. Grades (Trägheitsmoment) I des homogenen Trägers ($I = BH^3/12$) und einem Korrekturfaktor k_{EI} berechnet werden:

$EI = E_1 \cdot I \cdot k_{EI}$

(3.1-6)

Statisches Moment ES

Das maßgebende statische Moment S_{\max} (Flächenmoment 1. Grades) kann auf der Grundlage der folgenden Gleichung berechnet werden:

$$ES_{\max} = \sum_{\substack{\text{oberhalb} \\ \text{Nullinie}}} E_i \cdot Bh_i \cdot (z_i - z_S) \quad (3.1-7a)$$

$$\text{bzw.} \quad ES_{\max} = - \sum_{\substack{\text{unterhalb} \\ \text{Nullinie}}} E_i \cdot Bh_i \cdot (z_i - z_S) \quad (3.1-7b)$$

Analog zur Dehnsteifigkeit und der Biegesteifigkeit ergibt sich für das maßgebende statische Moment S_{\max} (Flächenmoment 1. Grades):

$$ES_{\max} = E_1 \cdot \frac{BH^2}{8} \cdot k_{ES} \quad (3.1-8)$$

$$\text{bzw.} \quad \boxed{ES_{\max} = E_1 \cdot S \cdot k_{ES}} \quad (3.1-9)$$

3.2 Grundlagen der durchgeführten Berechnungen

In DIN 1052 wurde berücksichtigt, daß für Brettschichtholzträger meist die 'kombinierten' Querschnittstypen 2 und 3 verwendet werden. Die dort angegebenen Rechenwerte für die Materialeigenschaften beziehen sich somit auf diese Trägertypen. Bei der Berechnung der Verbundwirkung eines Trägers benötigt man jedoch die Materialeigenschaften jedes Querschnittsteiles, die - jeder für sich - als homogen zu betrachten sind.

Für die Durchführung der nachfolgend beschriebenen Berechnungen wurden die in **Tabelle 3.2-1** angegebenen Materialkennwerte zugrundegelegt. Diese Werte entsprechen denen eines homogenen Brettschichtholzträgers (Typ 1) unter Verwendung der angegebenen Lamellenklassen.

Nach DIN 1052 darf Brettschichtholz nicht ausschließlich aus Lamellen der Sortierklasse MS 7 aufgebaut werden. Daher werden dort auch keine Angaben hinsichtlich der Materialeigenschaften solcher Träger gemacht. Es ist aber denkbar (und in DIN 1052 auch nicht ausgeschlossen), daß MS 7 - Lamellen im weniger beanspruchten inneren Trägerbereich angeordnet werden. In diesem Fall werden zur Berechnung der entsprechenden Träger Werte für die Materialeigenschaften benötigt. Hierzu werden die ebenfalls in Tabelle 3.2-1 angegebenen Rechenwerte vorgeschlagen.

Tabelle 3.2-1: Zugrundegelegte Rechenwerte für die Materialeigenschaften von **homogenem** Brettschichtholzträgern (Querschnittstyp 1) in N/mm²

	Brettschichtholz					
	visuell sortiert		maschinell sortiert			
	BS11	BS14	-	BS11	BS16	BS18
	Sortierklasse der Lamellen					
	S 10	S 13	MS 7	MS 10	MS 13	MS 17
zul σ_B	11	14	8 ¹⁾	11	16	18
zul σ_Z	8,5	10,5	5 ²⁾	8,5	11	13
zul σ_D	8,5	11	6 ³⁾	8,5	11,5	13
zul τ_Q	1,2	1,2	1,2 ³⁾	1,2 ³⁾	1,3	1,3 ⁵⁾
E-Modul	11000	12000	9000 ⁴⁾	11000	13000	14000

¹⁾ Analog zu den anderen Sortierklassen wurde eine Erhöhung der zulässigen Biegespannung für Vollholz um 1 N/mm² angesetzt.
²⁾ Es wurde eine etwa 25%-ige Erhöhung der zulässigen Zugspannung für Vollholz angesetzt.
³⁾ Es wurde der gleiche Wert wie für S 10 und S 13 angesetzt.
⁴⁾ Der Wert für Vollholz wurde um 1000 N/mm² erhöht.
⁵⁾ Es wurde der gleiche Wert wie für MS 13 angesetzt.

Weiterhin werden nur die in **Tabelle 3.2-2** dargestellten Trägeraufbauten zugrundegelegt, von denen zu erwarten ist, daß sie in der Praxis auch eingesetzt werden.

Tabelle 3.2-2: Zugrundegelegte Querschnittstypen, BS-Klassen und zugehörige Sortierklassen der Lamellen

	Typ 1		Typ 2			Typ 3			Typ 4		Typ 5	
	homo- gen	BS14	BS16	BS18	BS14	BS16	BS18	BS16	BS18	BS16	BS18	
①	S10- MS17	S13	MS13	MS17	S13	MS13	MS17	MS13	MS17	MS13	MS17	
②		S10	MS10	MS13	S10	MS10	MS13	MS10	MS13	MS10	MS13	
③								MS7	MS10	MS7	MS10	

Die in Abschnitt 3.1 beschriebenen Beiwerte k_S , k_{EA} , k_{EI} und k_{ES} sind für diese Trägeraufbauten in **Tabelle 3.2-3** angegeben.

Tabelle 3.2-3: Lage der Schwerlinie (k_S) und Beiwerte k_{EA} , k_{EI} und k_{ES} für die Querschnittstypen nach Tabelle 3.2-2

	Typ 1 homo- gen	Typ 2			Typ 3			Typ 4		Typ 5	
		BS14	BS16	BS18	BS14	BS16	BS18	BS16	BS18	BS16	BS18
k_S	0,5	0,5	0,5	0,5	0,494	0,488	0,495	0,5	0,5	0,487	0,494
k_{EA}	1,0	0,944	0,897	0,952	0,931	0,872	0,940	0,846	0,905	0,821	0,893
k_{EI}	1,0	0,975	0,954	0,978	0,946	0,899	0,953	0,949	0,974	0,893	0,948
k_{ES}	1,0	0,963	0,932	0,968	0,940	0,888	0,948	0,915	0,952	0,871	0,932

Diese Beiwerte werden der nachfolgenden Diskussion verschiedener Nachweisverfahren zugrundegelegt.

4 Nachweise

4.1 Zug- und Druckspannungen

Entsprechend Abschnitt 5.1.2 von DIN 1052 T1 müssen die verschiedenen Bereiche von zusammengesetzten Zug- und Druckstäben der gleichen Sortierklasse angehören. Dies bedeutet, daß bei Zug- und Druckstäben homogenes Brettschichtholz verwendet werden müßte. Nach Meinung des Verfassers kann auf diese Einschränkung jedoch verzichtet werden, sofern ein genauerer Nachweis unter Berücksichtigung der unterschiedlichen E-Moduln geführt wird.

Bei einem nicht homogenen Querschnittsaufbau liegt eine abgestufte Zug- bzw. Druckspannungsverteilung vor. Diese nicht konstante Spannungsverteilung wird durch den unterschiedlichen E-Modul der verschiedenen Trägerbereiche verursacht. In **Bild 4.1-1** ist beispielhaft die Spannungsverteilung für den Querschnittstyp 5 dargestellt.

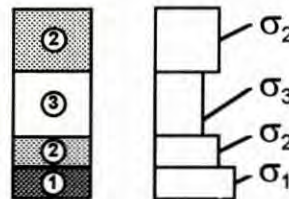


Bild 4.1-1 Zug- bzw. Druckspannungsverteilung bei Querschnittstyp 5

Die Spannung in einem beliebigen Querschnittsteil kann dabei wie folgt berechnet werden:

$$\sigma_i = \frac{F}{EA} \cdot E_i \quad (4.1-1)$$

mit

- EA = Dehnsteifigkeit des Gesamtquerschnittes
E_i = Elastizitätsmodul des betrachteten Bereiches

Mit Gl.(3.1-4):

$$\sigma_i = \frac{F}{A} \cdot \frac{1}{k_{EA}} \cdot \frac{E_i}{E_1} \quad (4.1-2)$$

Der Spannungsnachweis muß dabei in jedem Querschnittsteil geführt werden:

$$\sigma_i = \frac{F}{A} \cdot \frac{1}{k_{EA}} \cdot \frac{E_i}{E_1} \leq \text{zul } \sigma_i \quad (4.1-3)$$

wobei für zul σ_i die zulässige Spannung für den jeweils betrachteten Bereich einzusetzen ist (homogene Bereiche nach Tabelle 3.2-1).

Berechnungen für die in Tabelle 3.2-2 angegebenen Querschnittstypen zeigen, daß sich der maßgebende Nachweis immer für den 'schwächsten' Bereich ergibt, d.h. den Bereich mit der niedrigsten Sortierklasse. Der Spannungsnachweis lautet dann wie folgt:

$$\sigma_i = \frac{F}{A} \cdot \frac{1}{k_{EA}} \cdot \frac{\min E_i}{E_1} \leq \min \text{zul} \sigma_i \quad (4.1-4)$$

Da man aber in der Praxis mit den Materialkennwerten des Gesamtquerschnittes nach DIN 1052-1/A1 und nicht mit denen der Tabelle 3.2-1 rechnet, wird dieser Nachweis wie folgt umgeformt:

$$\sigma_i = \frac{F}{A} \cdot \frac{1}{k_{EA}} \cdot \frac{\min E_i}{E_1} \cdot \frac{\text{zul} \sigma_{\text{DIN}}}{\min \text{zul} \sigma_i} \leq \text{zul} \sigma_{\text{DIN}} \quad (4.1-5)$$

bzw.

$$\sigma_i = \frac{F}{k_A^{Z/D} \cdot A} \leq \text{zul} \sigma_{\text{DIN}} \quad (4.1-6)$$

mit

- F = Zug- bzw. Druckkraft
- A = Querschnittsfläche B·H
- $k_A^{Z/D}$ = Faktor zur Modifizierung der Querschnittsfläche (Berücksichtigung der Verbundwirkung) nach Tabelle 4.1-1
- zul σ_{DIN} nach DIN 1052-1/A1 bzw. Tabelle 2.1 dieses Berichtes

Tabelle 4.1-1: Beiwerte k_A^Z und k_A^D für die Bemessung auf Zug und Druck

	Typ 1 homo- gen	Typ 2 (symmetrisch)			Typ 3 (unsym.)			Typ 4 (sym.)		Typ 5 (unsym.)	
		BS14	BS16	BS18	BS14	BS16	BS18	BS16	BS18	BS16	BS18
k_A^Z	1,0	0,834	0,820	0,868	0,822	0,797	0,856	0,556	0,753	0,539	0,743
k_A^D	1,0	0,796	0,784	0,907	0,784	0,762	0,895	0,638	0,753	0,619	0,743

Ein Blick auf **Tabelle 4.1-1** zeigt, daß die k_A^Z - und k_A^D - Werte in der Größenordnung von 0,8 und darunter liegen. Dies bedeutet, daß kombiniert aufgebaute Brettschichtholzträger nur bedingt zur Aufnahme von Zug- und Druckspannungen geeignet sind: alle Querschnittsbereiche sind einer hohen Beanspruchung ausgesetzt, so daß zwangsläufig der schwächste Bereich maßgebend wird.

Weiterhin liegen die Werte für k_A^Z - und k_A^D annähernd in der gleichen Größenordnung, so daß auf eine Unterscheidung zwischen Zug- und Druckbeanspruchung verzichtet werden kann.

Für die praktische Bemessung wird vorgeschlagen, überwiegend auf Zug bzw. Druck beanspruchte Bauteile aus homogenem Brettschichtholz (Querschnittstyp 1) herzustellen.

Für den Fall, daß kombiniert aufgebautes Brettschichtholz zum Einsatz kommt, kann folgender Nachweis geführt werden:

$$\sigma_{Z/D} = \frac{F}{k_A \cdot A} \leq \text{zul}\sigma_{Z/D}$$

mit

- $\text{zul}\sigma_{Z/D}$ nach DIN 1052-1/A1 bzw. Tabelle 2.1 dieses Berichtes, und
- k_A nach folgender Tabelle:

	Typ 2 (sym.)			Typ 3 (unsym.)			Typ 4 (sym.)		Typ 5 (unsym.)	
	BS14	BS16	BS18	BS14	BS16	BS18	BS16	BS18	BS16	BS18
k_A	0,8	0,8	0,8	0,8	0,75	0,8	0,55	0,75	0,5	0,7

Die Festlegung dieser Werte erfolgte u.a. auch im Zusammenhang mit den Überlegungen zu den in Abschnitt 4.9 beschriebenen ω - Zahlen.

Der unsymmetrische Querschnittsaufbau bei Typ 3 und Typ 5 bewirkt zusätzlich eine Verschiebung der elastischen Schwerlinie, so daß infolge dieser Exzentrizität Zusatzmomente auftreten. Wie aus Bild 4.1-2 ersichtlich, bewirkt eine im geometrischen Schwerpunkt angreifende Kraft jedoch ein gegenläufiges Moment, welches die auftretenden Biegespannungen betragsmäßig vermindert. Auf der sicheren Seite liegend wird daher empfohlen, auf eine Berücksichtigung dieses Zusatzmomentes zu verzichten.

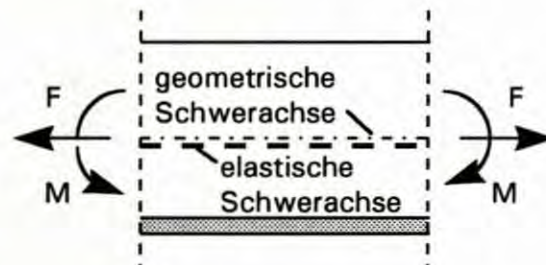


Bild 4.1-2: Zusatzmoment durch Verschiebung der elastischen Schwerachse bei unsymmetrisch aufgebauten Brettschichtholzträgern

4.2 Biegespannungen

4.2.1 Biegung um die y -Achse ('starke' Achse)

Bei einem nicht homogenen Querschnittsaufbau liegt eine abgestufte Biegespannungsverteilung vor. Diese wird durch den unterschiedlichen E-Modul der verschiedenen Trägerbereiche verursacht. In **Bild 4.2-1** ist beispielhaft die Spannungsverteilung für den Querschnittstyp 5 dargestellt.

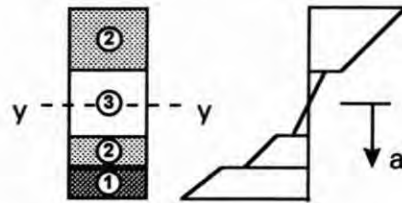


Bild 4.2-1 Biegespannungsverteilung bei Querschnittstyp 5

Die an einer beliebigen Stelle des Querschnittes auftretende Biegespannung kann wie folgt berechnet werden:

$$\sigma_{B,i} = \frac{M_y}{EI_y} \cdot E_i \cdot a_i \quad (4.2-1)$$

mit

EI_y = Biegesteifigkeit des Gesamtquerschnittes

E_i = Elastizitätsmodul des betrachteten Bereiches

a_i = Abstand des betrachteten Bereiches von der Spannungsnulllinie

Mit Gl.(3.1-6):

$$\sigma_{B,i} = \frac{M_y}{I_y} \cdot \frac{E_i}{E_1} \cdot \frac{1}{k_{EI}} \cdot a_i \quad (4.2-2)$$

Bei der Bemessung ist nun für jeden Querschnittsteil zu überprüfen, ob die zugehörige zulässige Biegespannung nicht überschritten wird:

$$\sigma_{B,i} = \frac{M_y}{I_y} \cdot a_i \cdot \frac{E_i}{E_1} \cdot \frac{1}{k_{EI}} \leq \text{zul} \sigma_{B,i} \quad (4.2-3)$$

Für $\text{zul} \sigma_{B,i}$ ist dabei die zulässige Biegespannung des betrachteten Querschnittsteiles einzusetzen (homogene Bereiche nach Tabelle 3.2-1).

Für die in Tabelle 3.2-2 angegebenen Querschnittsaufbauten wird dabei immer der Nachweis für den äußersten Querschnittsteil maßgebend (= Biegerandspannungen). Diese Biegerandspannungen können wie folgt berechnet werden:

Biegerandspannung im Zugbereich:

$$\sigma_{B_y}^z = \frac{M_y}{W_y} \cdot \frac{k_S \cdot H}{H/2} \cdot \frac{1}{k_{EI}} \quad (4.2-4)$$

Biegerandspannung im Druckbereich:

$$\sigma_{By}^D = \frac{M_y}{W_y} \cdot \frac{(1 - k_S) \cdot H}{H/2} \cdot \frac{E_5}{E_1} \cdot \frac{1}{k_{EI}} \quad (4.2-5)$$

Ähnlich wie bei den Zug- und Druckspannungen werden auch hier Beiwerte zur Vereinfachung der Berechnung angegeben (vgl. **Tabelle 4.2-1**):

$$\sigma_{By}^Z = \frac{M_y}{k_{Wy}^Z \cdot W_y} \quad (4.2-6)$$

$$\sigma_{By}^D = \frac{M_y}{k_{Wy}^D \cdot W_y} \quad (4.2-7)$$

Tabelle 4.2-1: Beiwerte k_{Wy} zur Berechnung der Biegerandspannungen

	Typ 2			Typ 3			Typ 4		Typ 5	
	BS14	BS16	BS18	BS14	BS16	BS18	BS16	BS18	BS16	BS18
k_{Wy}^Z	0,975	0,954	0,978	0,958	0,921	0,962	0,949	0,974	0,917	0,960
k_{Wy}^D	0,975	0,954	0,978	1,019	1,037	1,016	0,949	0,974	1,029	1,009

Tabelle 4.2-1 zeigt folgende Tendenzen auf:

- Bei symmetrisch aufgebauten Trägern (Typ 2 und 4) beträgt die Abminderung des Widerstandsmomentes für die Biegezugspannung infolge des kombinierten Trägeraufbaus maximal 5,1% ($k_{Wy}^Z \approx 0,95$).
- Bei unsymmetrisch aufgebauten Trägern (Typ 3 und 5) liegen die k_{Wy} - Werte mit Ausnahme von BS16 nur geringfügig unter denen der symmetrisch aufgebauten Träger. Die kleineren k_{Wy} - Werte bei BS16 ($k_{Wy}^Z \approx 0,92$) sind darauf zurückzuführen, daß der Unterschied zwischen den Elastizitätsmoduln der hier verwendeten Lamellen-Sortiekklassen MS 13 und MS 10 größer ist als bei anderen benachbarten Lamellen-Klassen.
- Bei unsymmetrisch aufgebauten Brettschichtholzträgern (Typ 3 und 5) sind die Biegerandspannungen im Druckbereich annähernd so groß wie im Zugbereich (Faktoren k_{Wy}^D liegen sehr nahe bei 1). Dies würde darauf hindeuten, daß bei solchen Trägern der Biegespannungsnachweis für den Druckbereich maßgebend wird. Zahlreiche Versuche im In- und Ausland zeigen jedoch, daß die Lamellen in der Druckzone eine geringere Qualität (Festigkeit) aufweisen dürfen als die Lamellen in der Zugzone, ohne daß dabei die Tragfähigkeit der Brettschichtholzträger beeinträchtigt wird (siehe z.B. Colling 1995).

DIN 1052-1/A1 sieht für die Querschnittstypen 1, 2 und 3 folgende Regelungen vor:

- Der Einfluß der unterschiedlichen Lamellen - E-Moduln darf vernachlässigt werden (d.h. $k_{Wy} = 1$). Dies wird damit begründet, daß diese Querschnittstypen sich in der Vergangenheit bewährt haben. Bei den neuen Brettschichtholzklassen BS16 und BS18 wird der (insbesondere bei BS16) gemachte 'Fehler' zusätzlich dadurch ausgeglichen, daß die Qualität maschinell sortierter Bretter zuverlässiger bestimmt werden kann als die visuell sortierter Lamellen. Dies entspricht auch der im Rahmen der Beratungen zur europäischen Brett-

schichtholz - Norm EN 1194 getroffenen Vereinbarung: auch hier wurden Abminderungen des Widerstandsmomentes von bis zu 5% akzeptiert, ohne daß diese beim Spannungsnachweis berücksichtigt werden müßten.

Bei den unsymmetrisch aufgebauten BS16 - Trägern jedoch ist die Abminderung des Widerstandsmomentes größer als 5%. Daher wird empfohlen, diese darüberhinausgehende Abminderung durch einen k_{wy} - Wert von etwa 0,95 zu berücksichtigen.

- Die Tatsache, daß der Druckzone eines Brettschichtholzträgers eine geringere Bedeutung zukommt als der Zugzone, wird dadurch Rechnung getragen, daß bei unsymmetrisch aufgebauten Trägern der Spannungsnachweis nur für den Zugbereich geführt werden muß.

Tabelle 4.2-1 zeigt, daß die k_{wy} - Werte für die Querschnittstypen 4 und 5 in der gleichen Größenordnung liegen, wie die der 'genormten' Querschnittstypen 2 und 3. Hiermit erscheint es gerechtfertigt, die Regelungen der DIN 1052-1/A1 auf alle hier behandelten Querschnittstypen anzuwenden.

Bei unsymmetrisch aufgebauten Trägern (Querschnittstypen 3 und 5) ist beim Einbau der Träger darauf zu achten, daß die höherwertigen Lamellen im zugbeanspruchten Bereich liegen. Dies muß in den Werkplänen entsprechend vermerkt sein. Auch müssen solche Träger so gekennzeichnet sein, daß beim Einbau der Bereich mit höherwertigen Lamellen erkennbar ist.

Bei wechselndem Vorzeichen des Momentes ist ein unsymmetrisch aufgebauter Träger so einzubauen, daß an der Stelle des betragsmäßig größten Momentes die höherwertigen Lamellen im Zugbereich liegen. Da aber in solchen Fällen auch die Bereiche mit geringerwertigen Lamellen einer Zugbeanspruchung ausgesetzt sind, ist zu überprüfen, ob die zulässige Biegespannung dieser Lamellenklassen mit überschritten wird. Daher ist ein zusätzlicher Biegespannungsnachweis zu führen, wobei als zulässige Biegespannung der Wert der nächst niedrigeren BS-Klasse einzusetzen ist. Zur Vermeidung dieses zusätzlichen Rechenaufwandes wird empfohlen, symmetrisch aufgebaute Träger zu verwenden.

Für die praktische Bemessung wird empfohlen, für parallelgurtige Träger (Träger mit konstanter Höhe) und Träger mit wechselnder Momentenbeanspruchung nur symmetrisch aufgebaute Querschnittstypen zu verwenden.

Der Nachweis der Biegespannung kann wie folgt geführt werden:

$$\sigma_B = \frac{M_y}{k_{wy} \cdot W_y} \leq \text{zul}\sigma_{B,y}$$

mit

- $\text{zul}\sigma_{B,y}$ nach DIN 1052-1/A1 bzw. Tabelle 2.1 dieses Berichtes und
- k_{wy} nach folgender Tabelle

	Typ 2 (sym.)			Typ 3 (unsym.)			Typ 4 (sym.)		Typ 5 (unsym.)	
	BS14	BS16	BS18	BS14	BS16	BS18	BS16	BS18	BS16	BS18
k_{wy}	1,0	1,0	1,0	1,0	0,95	1,0	1,0	1,0	0,95	1,0

Unsymmetrisch aufgebaute Träger sind dabei so einzubauen, daß die höherwertigen Lamellen im Zugbereich liegen.

Bei wechselnder Momentenbeanspruchung wird empfohlen, symmetrisch aufgebaute Träger zu verwenden. Kommen jedoch unsymmetrisch aufgebaute Träger zum Einsatz, so sind diese so einzubauen, daß an der Stelle des betragsmäßig größten Momentes die höherwertigen Lamellen im Zugbereich liegen.

Für den Bereich mit geringerwertigen Lamellen ist zusätzlich folgender Nachweis zu führen:

$$\sigma_B = \frac{M_y^*}{k_{WY} \cdot W_Y} \leq \text{zul} \sigma_{B,y}^*$$

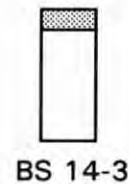
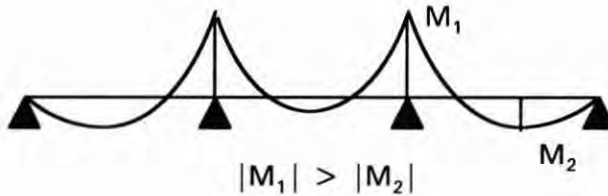
mit

M_y^* = betragsmäßig größtes Moment, das im Bereich mit geringerwertigen Lamellen Zugspannungen verursacht,

$\text{zul} \sigma_{B,y}^*$ = zulässige Biegespannung der nächst niedrigeren BS-Klasse

k_{WY} = 1,0 für alle BS - Klassen und Querschnittstypen

Beispiel: Durchlaufträger, BS14-3 (Querschnittstyp 3)



$|M_1| > |M_2| \rightarrow$ 'umgekehrter' Einbau!

Nachweise:

$$\frac{|M_1|}{1,0 \cdot W} \leq \text{zul} \sigma_{B,BS14}$$

$$\frac{|M_2|}{1,0 \cdot W} \leq \text{zul} \sigma_{B,BS11}$$

4.2.2 Biegung um die z - Achse ('schwache' Achse)

Wie bei einer Zug- und Druckbeanspruchung werden auch bei Biegung um die schwache Achse alle Trägerbereiche durch hohe Spannungen beansprucht (vgl. Bild 4.2-2).

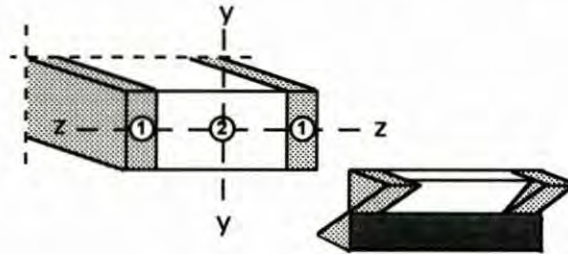


Bild 4.2-2: Biegespannungsverteilung bei Querschnittstyp 2

Die in den einzelnen Querschnittsteilen mit unterschiedlichen Lamellenklassen auftretenden Biegegrandspannungen können wie folgt berechnet werden:

$$\sigma_{B,i} = \frac{M_z}{W_z} \cdot \frac{1}{k_{EA}} \cdot \frac{E_i}{E_1} \quad (4.2-8)$$

Der Spannungsnachweis ist dabei für jeden Querschnittsteil zu erbringen:

$$\sigma_{B,i} = \frac{M_z}{W_z} \cdot \frac{1}{k_{EA}} \cdot \frac{E_i}{E_1} \leq \text{zul } \sigma_{B,i} \quad (4.2-9)$$

Soll der Spannungsnachweis wiederum mit der in DIN 1052-1/A1 angegebenen zulässigen Biegespannung des 'Gesamträgers' geführt werden, so ergibt sich folgender Nachweis:

$$\sigma_{B,i} = \frac{M_z}{W_z} \cdot \frac{1}{k_{EA}} \cdot \frac{E_i}{E_1} \cdot \frac{\text{zul } \sigma_{B,DIN}}{\text{zul } \sigma_{B,i}} \leq \text{zul } \sigma_{B,DIN} \quad (4.2-10)$$

bzw.

$$\frac{M_z}{k_{Wz} \cdot W_z} \leq \text{zul } \sigma_{B,DIN} \quad (4.2-11)$$

Die Auswertung dieser Gleichung ergibt, daß für alle hier betrachteten Trägertypen stets der schwächste Innenbereich maßgebend wird. Die zugehörigen Faktoren $\min k_{Wz}$ sind in Tabelle 4.2-2 angegeben. Ebenfalls angegeben sind die $k_{Wz, \text{außen}}$ - Werte für den Nachweis der äußeren Lamellen, die für den Nachweis der Doppelbiegung benötigt werden (siehe nächsten Abschnitt)

Tabelle 4.2-2: Beiwerte k_{Wz} zum Nachweis der Biegung um die 'schwache' Achse

	Typ 2			Typ 3			Typ 4		Typ 5	
	BS14	BS16	BS18	BS14	BS16	BS18	BS16	BS18	BS16	BS18
$\min k_{Wz}$	0,809	0,729	0,912	0,798	0,709	0,900	0,611	0,704	0,593	0,694
$k_{Wz, \text{außen}}$	0,944	0,897	0,952	0,931	0,872	0,940	0,846	0,905	0,821	0,893

Tabelle 4.2-2 zeigt, daß eine Nicht-Berücksichtigung des inhomogenen Trägeraufbaus bei Biegung um die schwache Achse zu z.T. erheblichen Fehlern führt.

Für den Fall einer reinen 'Querbiegung' wird folgender Bemessungsvorschlag gemacht:

Spannungsnachweis mit:

$$\sigma_{B,z} = \frac{M_z}{k_{Wz} \cdot W_z} \leq \text{zul } \sigma_B$$

mit

- zul σ_B nach DIN 1052-1/A1 bzw. Tabelle 2.1 dieses Berichtes und
- k_{Wz} nach folgender Tabelle

	Typ 2 (sym.)			Typ 3 (unsym.)			Typ 4 (sym.)		Typ 5 (unsym.)	
	BS14	BS16	BS18	BS14	BS16	BS18	BS16	BS18	BS16	BS18
k_{Wz}	0,8	0,7	0,9	0,8	0,7	0,9	0,6	0,7	0,6	0,7

4.2.3 Doppelbiegung

Erfährt ein Querschnitt Biegemomente um beide Hauptachsen (Doppelbiegung), so ist nach DIN 1052 folgender Nachweis zu führen:

$$\frac{\sigma_{B,y}}{\text{zul } \sigma_B} + \frac{\sigma_{B,z}}{\text{zul } \sigma_B} \leq 1 \quad (4.2-12)$$

Auch wenn der Größtwert der Biegespannung nur an einer Ecke des Querschnittes auftritt, sind beide Spannungsanteile ohne Abminderungen zu addieren.

Bei kombiniert aufgebauten Brettschichtholzträgern ist dieser Nachweis für jeden Bereich mit unterschiedlicher Lamellen-Sortierklasse zu führen:

$$\frac{\sigma_{B_i,y}}{\text{zul } \sigma_{B_j}} + \frac{\sigma_{B_i,z}}{\text{zul } \sigma_{B_j}} \leq 1 \quad (4.2-13)$$

bzw.

$$\sigma_{B_i,y} + \sigma_{B_i,z} \leq \text{zul } \sigma_{B_i} \quad (4.2-14)$$

Auf der Grundlage der Ausführungen in den Abschnitten 4.2.1 und 4.2.2 kann diese Gleichung auch geschrieben werden:

$$\frac{M_y}{W_y} \cdot \frac{a_i}{H/2} \cdot \frac{1}{k_{EI}} \cdot \frac{E_i}{E_1} + \frac{M_z}{W_z} \cdot \frac{1}{k_{EA}} \cdot \frac{E_i}{E_1} \leq \text{zul } \sigma_{B_i} \quad (4.2-15)$$

mit

a_i = Abstand des betrachteten Punktes von der Spannungsnulllinie y - y

Führt man die Nachweise für die einzelnen Querschnittsbereiche nicht mit der jeweiligen zulässigen Biegespannung (homogene Bereiche nach Tabelle 3.2-1), sondern immer mit dem in DIN 1052-1/A1 angegebenen Wert $zul \sigma_{B,DIN}$, so gilt

$$\frac{M_y}{W_y} \cdot \frac{a_i}{H/2} \cdot \frac{1}{k_{EI}} \cdot \frac{E_i}{E_1} \cdot \frac{zul \sigma_{B,DIN}}{zul \sigma_{Bi}} + \frac{M_z}{W_z} \cdot \frac{1}{k_{EA}} \cdot \frac{E_i}{E_1} \cdot \frac{zul \sigma_{B,DIN}}{zul \sigma_{Bi}} \leq zul \sigma_{B,DIN} \quad (4.2-16)$$

bzw.

$$\frac{M_y}{k_{WY} \cdot W_y} + \frac{M_z}{k_{Wz} \cdot W_z} \leq zul \sigma_{B,DIN} \quad (4.2-17)$$

In **Tabelle 4.2-3** sind die Beiwerte k_{WY} und k_{Wz} für jeden Trägertyp und -bereich angegeben.

Tabelle 4.2-3: Beiwerte k_{WY} und k_{Wz} zum Nachweis der Doppelbiegung

Bereich	Beiwert	Typ 2			Typ 3			Typ 4		Typ 5	
		BS14	BS16	BS18	BS14	BS16	BS18	BS16	BS18	BS16	BS18
①	k_{WY}	0,975	0,954	0,978	0,958	0,921	0,962	0,949	0,974	0,917	0,960
	k_{Wz}	0,944	0,897	0,952	0,931	0,872	0,940	0,846	0,905	0,821	0,893
②	k_{WY}	1,253	1,163	1,404	1,239	1,136	1,389	1,156	1,399	1,133	1,387
	k_{Wz}	0,809	0,729	0,912	0,798	0,709	0,900	0,687	0,867	0,667	0,855
③	k_{WY}							2,058	2,273	2,096	2,294
	k_{Wz}							0,611	0,704	0,593	0,694

Bei Biegung um die 'starke' (y-) Achse werden die äußeren Bereiche maßgebend, während bei Biegung um die 'schwache' (z-) Achse die inneren Lamellen maßgebend werden. Dies drückt sich in Tabelle 4.2-3 dadurch aus, daß die Beiwerte $k_{B,y}$ für den Bereich ① am kleinsten sind, während die Beiwerte $k_{B,z}$ für die inneren Bereiche ② und ③ minimal werden.

Zur Untersuchung der Frage, welche Trägerbereiche wann maßgebend werden, und wie der Nachweis der Doppelbiegung vereinfacht werden kann, werden die nachfolgend aufgeführten Nachweise miteinander verglichen. Für die Nachweise der einzelnen Trägerbereiche wurden dabei 'passende' und gemittelte Werte aus Tabelle 4.2-3 gewählt.

1) **BS14:**

$$\text{Bereich ①} \quad \frac{\sigma_{B,y} / 1,0}{zul \sigma_B} + \frac{\sigma_{B,z} / 0,935}{zul \sigma_B} \leq 1 \quad (4.2-18a)$$

$$\text{Bereich ②} \quad \frac{\sigma_{B,y} / 1,25}{zul \sigma_B} + \frac{\sigma_{B,z} / 0,8}{zul \sigma_B} \leq 1 \quad (4.2-18b)$$

2) **BS16:**

Bereich ①
$$\frac{\sigma_{B,y} / 0,95}{zul \sigma_B} + \frac{\sigma_{B,z} / 0,835}{zul \sigma_B} \leq 1 \quad (4.2-19a)$$

Bereich ②
$$\frac{\sigma_{B,y} / 1,135}{zul \sigma_B} + \frac{\sigma_{B,z} / 0,69}{zul \sigma_B} \leq 1 \quad (4.2-19b)$$

Bereich ③
$$\frac{\sigma_{B,y} / 2,08}{zul \sigma_B} + \frac{\sigma_{B,z} / 0,6}{zul \sigma_B} \leq 1 \quad (4.2-19c)$$

3) **BS18:**

Bereich ①
$$\frac{\sigma_{B,y} / 1,0}{zul \sigma_B} + \frac{\sigma_{B,z} / 0,91}{zul \sigma_B} \leq 1 \quad (4.2-20a)$$

Bereich ②
$$\frac{\sigma_{B,y} / 1,39}{zul \sigma_B} + \frac{\sigma_{B,z} / 0,87}{zul \sigma_B} \leq 1 \quad (4.2-20b)$$

Bereich ③
$$\frac{\sigma_{B,y} / 2,27}{zul \sigma_B} + \frac{\sigma_{B,z} / 0,7}{zul \sigma_B} \leq 1 \quad (4.2-20c)$$

Diese Nachweise sind in den **Bildern 4.2-3 bis 4.2-5** dargestellt.

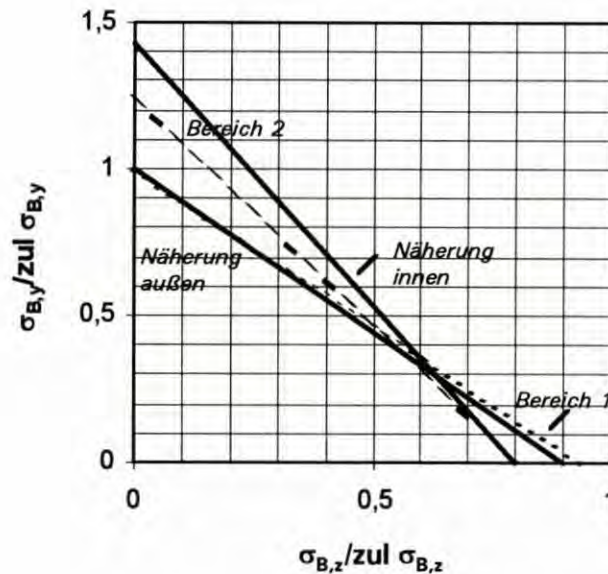


Bild 4.2-3: Biegespannungsnachweise für BS14

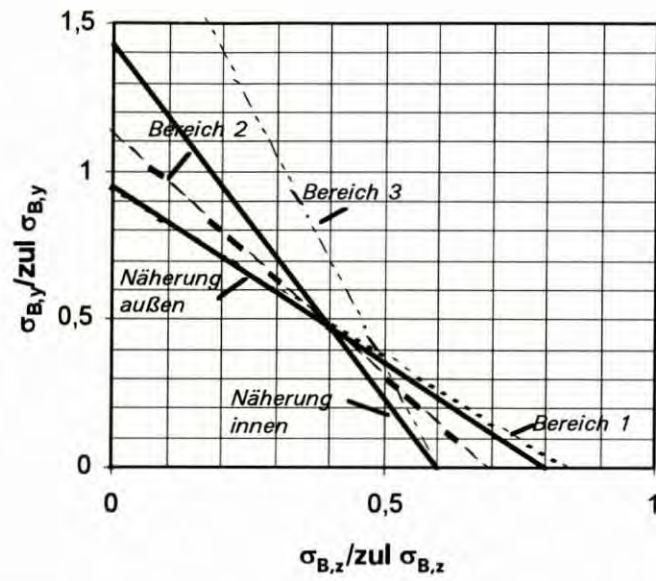


Bild 4.2-4: Biegespannungsnachweise für BS16

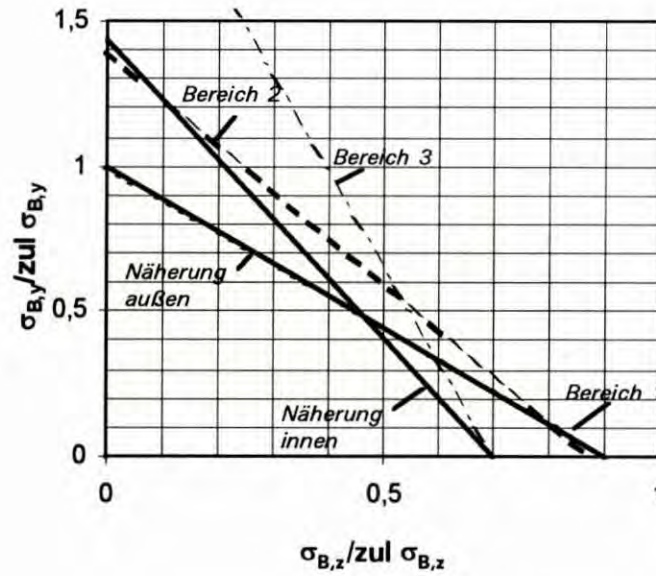


Bild 4.2-5: Biegespannungsnachweise für BS18

Aus diesen Bildern sind folgende Tendenzen zu erkennen:

- Die inneren Trägerbereiche werden erst ab einem Verhältnis $\sigma_{B,z}/\text{zul } \sigma_B \geq 0,4$ für die Bemessung maßgebend (Kreuzungspunkt der Bemessungsgeraden). Dies bedeutet, daß solange der Anteil der 'Hauptbiegung' um die starke Achse mehr als 60% beträgt ($\sigma_{B,y}/\text{zul } \sigma_B \geq 0,6$), die inneren Trägerbereiche nicht nachgewiesen werden brauchen.

Für die praktische Bemessung wird vorgeschlagen, folgende Nachweise zu führen:

Nachweis der **äußeren Lamellen** mit

$$\frac{\sigma_{B,y}}{k_{W_y} \cdot \text{zul } \sigma_B} + \frac{\sigma_{B,z}}{k_{W_z} \cdot \text{zul } \sigma_B} \leq 1$$

mit

- zul σ_B nach DIN 1052-1/A1 bzw. Tabelle 2.1 dieses Berichtes und
- k_{W_y} und k_{W_z} nach folgender Tabelle

	Typ 2 (sym.)			Typ 3 (unsym.)			Typ 4 (sym.)		Typ 5 (unsym.)	
	BS14	BS16	BS18	BS14	BS16	BS18	BS16	BS18	BS16	BS18
k_{W_y}	1,0	1,0	1,0	1,0	0,95	1,0	1,0	1,0	0,95	1,0
k_{W_z}	0,9	0,8	0,9	0,9	0,8	0,9	0,8	0,9	0,8	0,9

Bei einem Anteil der Querbiegung von mehr als 40% ($\sigma_{B,z}/\text{zul } \sigma_B \geq 0,4$) zusätzlich Nachweis der **inneren Lamellen** mit

$$0,7 \cdot \frac{\sigma_{B,y}}{k_{W_y} \cdot \text{zul } \sigma_B} + \frac{\sigma_{B,z}}{k_{W_z} \cdot \text{zul } \sigma_B} \leq 1$$

mit

- zul σ_B nach DIN 1052-1/A1 bzw. Tabelle 2.1 dieses Berichtes und
- k_{W_y} und k_{W_z} nach folgender Tabelle

	Typ 2 (sym.)			Typ 3 (unsym.)			Typ 4 (sym.)		Typ 5 (unsym.)	
	BS14	BS16	BS18	BS14	BS16	BS18	BS16	BS18	BS16	BS18
k_{W_y}	1,0	1,0	1,0	1,0	0,95	1,0	1,0	1,0	0,95	1,0
k_{W_z}	0,8	0,7	0,9	0,8	0,7	0,9	0,6	0,7	0,6	0,7

Die Näherungen, die sich aufgrund dieses Vorschlages ergeben, sind in den Bildern 4.2-3 bis 4.2-5 ebenfalls eingezeichnet.

Der Faktor 0,7 beim Nachweis der inneren Lamellen berücksichtigt, daß die Biegerandspannung für den inneren Querschnittsbereich nur etwa 70% der größten Biegerandspannung beträgt (vgl. **Bild 4.2-6**). Dieser Faktor ist somit nicht mit dem im EUROCODE 5 vorgesehenen Faktor für den Nachweis der Doppelbiegung zu verwechseln.

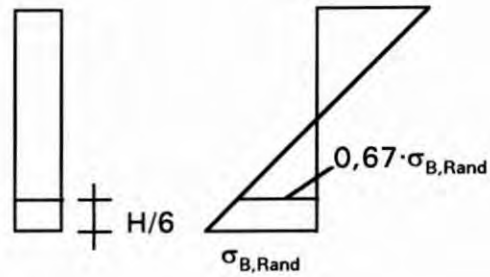


Bild 4.2-6: Erläuterung des Faktors 0,7 beim Nachweis des inneren Querschnittsbereiches

4.3 Biegung mit Normalkraft

Da bei **Biegung um die 'schwache' z-Achse** (σ_B) und bei Zug-/Druckbeanspruchung (σ_Z, σ_D) immer die inneren Querschnittsbereiche maßgebend werden, können die Spannungen aus beiden Beanspruchungen ohne weitere Modifikation addiert werden. Somit kann folgender Nachweis geführt werden:

$$\frac{M_z}{k_{Wz} \cdot W_z \cdot \text{zul } \sigma_B} + \frac{F_{Z/D}}{k_A \cdot A \cdot \text{zul } \sigma_{Z/D}} \leq 1$$

wobei für k_{Wz} und k_A je nach Trägeraufbau die Werte nach Abschnitt 4.2.2 und Abschnitt 4.1 einzusetzen sind.

Bei **Biegung um die y-Achse** stellt sich - wie bei der Doppelbiegung - das Problem, daß nur die äußeren Querschnittsbereiche einer hohen Beanspruchung ausgesetzt sind, während bei Einwirkung einer Normalkraft alle Bereich hoch beansprucht werden, wobei sogar die inneren schwächeren Bereiche maßgebend werden.

Die in diesem Fall auftretende Überlagerung von Normal- und Biegespannungen wird nachfolgend analog zu Abschnitt 4.2.3 (Doppelbiegung) betrachtet.

4.3.1 Zug und Biegung um die y - Achse

Für Zug und Biegung ist nach DIN 1052 für homogene Träger folgender Nachweis zu führen:

$$\frac{\sigma_{By}}{\text{zul } \sigma_B} + \frac{\sigma_Z}{\text{zul } \sigma_Z} \leq 1 \quad (4.3-1a)$$

bzw.

$$\frac{M_y / W_y}{\text{zul } \sigma_B} + \frac{F / A}{\text{zul } \sigma_Z} \leq 1 \quad (4.3-1b)$$

Bei kombiniert aufgebauten Brettschichtholzträgern ist dieser Nachweis für jeden Bereich mit unterschiedlicher Lamellen-Sortierklasse zu führen:

$$\frac{\sigma_{By,i}}{\text{zul } \sigma_{B,i}} + \frac{\sigma_{Z,i}}{\text{zul } \sigma_{Z,i}} \leq 1 \quad (4.3-2)$$

Mit Gl.(4.1-2) und Gl.(4.2-15):

$$\frac{M_y \cdot a_i \cdot \frac{1}{k_{EI}} \cdot \frac{E_i}{E_1}}{W_y \cdot H / 2} + \frac{F \cdot \frac{1}{k_{EA}} \cdot \frac{E_i}{E_1}}{A} \leq 1 \quad (4.3-3)$$

mit a_i = Abstand des betrachteten Punktes von der Spannungsnulllinie y - y.

Mit $F/A = \sigma_z$ und $M_y/W_y = \sigma_{By}$:

$$\frac{\sigma_{By}}{\text{zul } \sigma_{B,i}} \cdot \frac{a_i}{H/2} \cdot \frac{1}{k_{EI}} \cdot \frac{E_i}{E_1} + \frac{\sigma_z}{\text{zul } \sigma_{z,i}} \cdot \frac{1}{k_{EA}} \cdot \frac{E_i}{E_1} \leq 1 \quad (4.3-4)$$

Führt man die Nachweise für die einzelnen Querschnittsbereiche nicht mit der jeweiligen zulässigen Biegespannung (nach Tabelle 3.2-1), sondern immer mit den in DIN 1052-1/A1 angegebenen Wert $\text{zul } \sigma_{B,DIN}$ und $\text{zul } \sigma_{z,DIN}$, so gilt

$$\frac{\sigma_{By}}{\text{zul } \sigma_{B,DIN}} \cdot \frac{a_i}{H/2} \cdot \frac{1}{k_{EI}} \cdot \frac{E_i}{E_1} \cdot \frac{\text{zul } \sigma_{B,DIN}}{\text{zul } \sigma_{B,i}} + \frac{\sigma_z}{\text{zul } \sigma_{z,DIN}} \cdot \frac{1}{k_{EA}} \cdot \frac{E_i}{E_1} \cdot \frac{\text{zul } \sigma_{z,DIN}}{\text{zul } \sigma_{z,i}} \leq 1 \quad (4.3-5)$$

bzw.

$$\frac{\sigma_{By}}{k_{WY} \cdot \text{zul } \sigma_{B,DIN}} + \frac{\sigma_z}{k_A \cdot \text{zul } \sigma_{z,DIN}} \leq 1 \quad (4.3-6)$$

Für die verschiedenen Trägertypen und Querschnittsbereiche sind die Beiwerte k_{WY} und k_A in **Tabelle 4.3-1** angegeben.

Tabelle 4.3-1: Beiwerte k_{WY} und k_A

Bereich	Beiwert	Typ 2			Typ 3			Typ 4		Typ 5	
		BS14	BS16	BS18	BS14	BS16	BS18	BS16	BS18	BS16	BS18
①	k_{WY}	0,975	0,954	0,978	0,958	0,921	0,962	0,949	0,974	0,917	0,960
	k_A	0,944	0,897	0,952	0,931	0,872	0,940	0,846	0,905	0,821	0,893
②	k_{WY}	1,253	1,163	1,404	1,239	1,136	1,389	1,156	1,400	1,133	1,387
	k_A	0,834	0,820	0,868	0,822	0,797	0,856	0,773	0,824	0,750	0,814
③	k_{WY}	-	-	-	-	-	-	2,058	2,273	2,096	2,294
	k_A	-	-	-	-	-	-	0,556	0,753	0,531	0,743

Zur Untersuchung der Frage, welche Trägerbereiche wann maßgebend werden, werden die nachfolgend aufgeführten Nachweise miteinander verglichen. Für die Nachweise der einzelnen Trägerbereiche wurden dabei 'passende' und gemittelte Werte aus Tabelle 4.3-1 gewählt.

1) **BS14:**

Bereich ① $\frac{\sigma_B / 1,0}{\text{zul } \sigma_B} + \frac{\sigma_z / 0,935}{\text{zul } \sigma_z} \leq 1 \quad (4.3-7a)$

Bereich ② $\frac{\sigma_B / 1,25}{\text{zul } \sigma_B} + \frac{\sigma_z / 0,835}{\text{zul } \sigma_z} \leq 1 \quad (4.3-7b)$

2) **BS16:**

Bereich ① $\frac{\sigma_B / 0,95}{\text{zul } \sigma_B} + \frac{\sigma_z / 0,855}{\text{zul } \sigma_z} \leq 1 \quad (4.3-8a)$

Bereich ② $\frac{\sigma_B / 1,135}{\text{zul } \sigma_B} + \frac{\sigma_z / 0,77}{\text{zul } \sigma_z} \leq 1 \quad (4.3-8b)$

Bereich ③ $\frac{\sigma_B / 2,08}{\text{zul } \sigma_B} + \frac{\sigma_z / 0,54}{\text{zul } \sigma_z} \leq 1 \quad (4.3-8c)$

3) **BS18:**

Bereich ①
$$\frac{\sigma_B / 1,0}{\text{zul } \sigma_B} + \frac{\sigma_Z / 0,925}{\text{zul } \sigma_Z} \leq 1 \quad (4.3-9a)$$

Bereich ②
$$\frac{\sigma_B / 1,39}{\text{zul } \sigma_B} + \frac{\sigma_Z / 0,835}{\text{zul } \sigma_Z} \leq 1 \quad (4.3-9b)$$

Bereich ③
$$\frac{\sigma_B / 2,27}{\text{zul } \sigma_B} + \frac{\sigma_Z / 0,75}{\text{zul } \sigma_Z} \leq 1 \quad (4.3-9c)$$

Diese Nachweise sind in den **Bildern 4.3-1 bis 4.3-3** dargestellt.

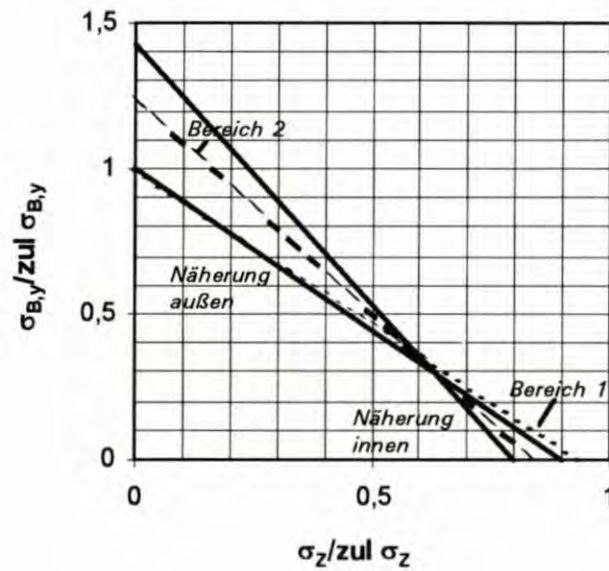


Bild 4.3-1: Spannungsnachweise für BS14

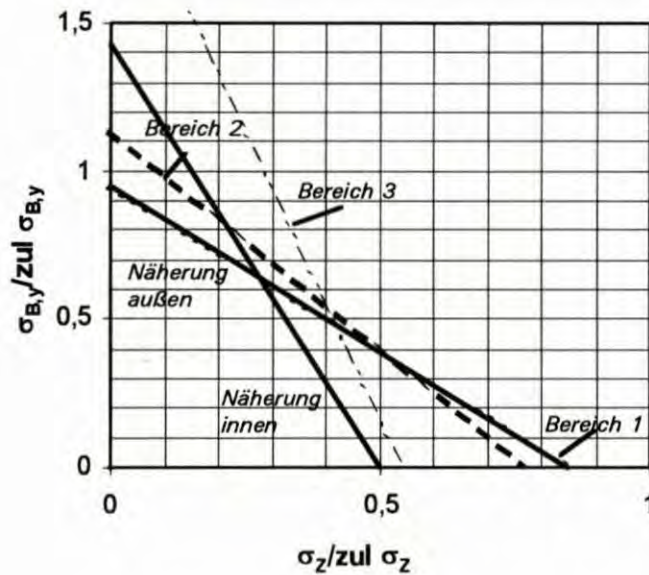


Bild 4.3-2: Spannungsnachweise für BS16

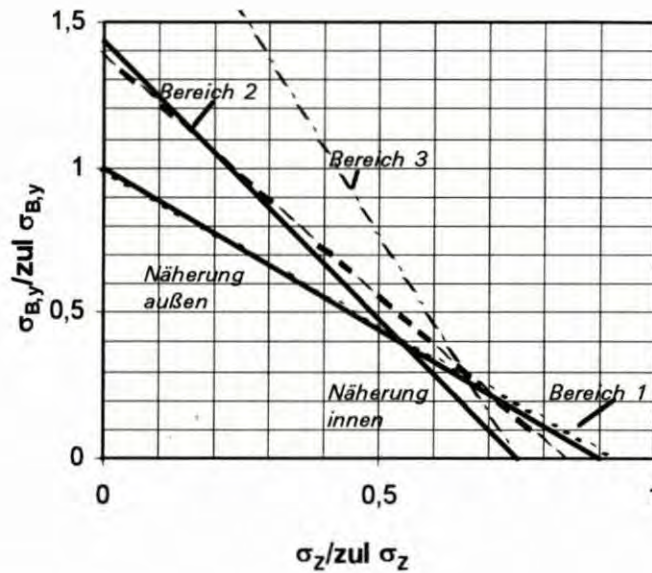


Bild 4.3-3: Spannungsnachweise für BS18

Ähnlich wie bei der Doppelbiegung ist auch hier zu erkennen, daß die inneren Trägerbereiche erst ab einer Zugbeanspruchung von etwa 30 bis 50% ($\sigma_z / \text{zul } \sigma_z > 0,3$) maßgebend werden.

Ein Vergleich der Bilder 4.3-1 bis 3 mit den Bildern 4.2-1 bis 3 zeigt, daß sich die Nachweise für Zug + Biegung und Doppelbiegung sehr ähnlich sehen.

Daher wird für die praktische Bemessung folgender Vorschlag gemacht:

Nachweis der **äußeren Lamellen** mit

$$\frac{\sigma_{B,y}}{k_{WY} \cdot \text{zul } \sigma_B} + \frac{\sigma_z}{k_A \cdot \text{zul } \sigma_z} \leq 1$$

mit

- $\text{zul } \sigma_B$ und $\text{zul } \sigma_z$ nach DIN 1052-1/A1 bzw. Tabelle 2.1 dieses Berichtes und
- k_{WY} und k_A nach folgender Tabelle

	Typ 2 (sym.)			Typ 3 (unsym.)			Typ 4 (sym.)		Typ 5 (unsym.)	
	BS14	BS16	BS18	BS14	BS16	BS18	BS16	BS18	BS16	BS18
k_{WY}	1,0	1,0	1,0	1,0	0,95	1,0	1,0	1,0	0,95	1,0
k_A	0,9	0,85	0,9	0,9	0,85	0,9	0,85	0,9	0,85	0,9

Bei einem Anteil der Zugspannung von mehr als 30% ($\sigma_z / \text{zul } \sigma_z > 0,3$) zusätzlich Nachweis der **inneren Lamellen** mit

$$0,7 \cdot \frac{\sigma_{B,y}}{k_{WY} \cdot \text{zul } \sigma_B} + \frac{\sigma_z}{k_A \cdot \text{zul } \sigma_z} \leq 1$$

mit

- zul σ_B und zul σ_z nach DIN 1052-1/A1 bzw. Tabelle 2.1 dieses Berichtes und
- k_{WY} und k_A nach folgender Tabelle

	Typ 2 (sym.)			Typ 3 (unsym.)			Typ 4 (sym.)		Typ 5 (unsym.)	
	BS14	BS16	BS18	BS14	BS16	BS18	BS16	BS18	BS16	BS18
k_{WY}	1,0	1,0	1,0	1,0	0,95	1,0	1,0	1,0	0,95	1,0
k_A	0,8	0,8	0,85	0,8	0,75	0,85	0,55	0,75	0,5	0,7

Die Näherungen, die sich aufgrund dieses Vorschlages ergeben, sind in den Bildern 4.3-1 bis 4.3-3 ebenfalls eingezeichnet.

4.3.2 Druck (ohne Knicken) und Biegung um die y - Achse

Für Druck ohne Knicken und Biegung ist nach DIN 1052 für homogene Träger folgender Nachweis zu führen:

$$\frac{\sigma_{By}}{\text{zul } \sigma_B} + \frac{\sigma_D}{\text{zul } \sigma_D} \leq 1 \quad (4.3-10a)$$

bzw.

$$\frac{M_y / W_y}{\text{zul } \sigma_B} + \frac{F / A}{\text{zul } \sigma_D} \leq 1 \quad (4.3-10b)$$

Bei kombiniert aufgebauten Brettschichtholzträgern ist dieser Nachweis für jeden Bereich mit unterschiedlicher Lamellen-Sortierklasse zu führen:

$$\frac{\sigma_{By,i}}{\text{zul } \sigma_{B,i}} + \frac{\sigma_{D,i}}{\text{zul } \sigma_{D,i}} \leq 1 \quad (4.3-11)$$

Mit Gl.(4.1-2) und Gl.(4.2-15):

$$\frac{M_y}{W_y} \cdot \frac{a_i}{H/2} \cdot \frac{1}{k_{EI}} \cdot \frac{E_i}{E_1} + \frac{F}{A} \cdot \frac{1}{k_{EA}} \cdot \frac{E_i}{E_1} \leq 1 \quad (4.3-12)$$

mit a_i = Abstand des betrachteten Punktes von der Spannungsnulllinie y - y.

Mit $F/A = \sigma_z$ und $M_y/W_y = \sigma_{By}$:

$$\frac{\sigma_{By}}{\text{zul } \sigma_{B,i}} \cdot \frac{a_i}{H/2} \cdot \frac{1}{k_{EI}} \cdot \frac{E_i}{E_1} + \frac{\sigma_D}{\text{zul } \sigma_{D,i}} \cdot \frac{1}{k_{EA}} \cdot \frac{E_i}{E_1} \leq 1 \quad (4.3-13)$$

Führt man die Nachweise für die einzelnen Querschnittsbereiche nicht mit der jeweiligen zulässigen Biegespannung (nach Tabelle 3.2-1), sondern immer mit dem in DIN 1052-1/A1 angegebenen Wert $\text{zul } \sigma_{B,DIN}$ und $\text{zul } \sigma_{D,DIN}$, so gilt

$$\frac{\sigma_{By}}{\text{zul } \sigma_{B,DIN}} \cdot \frac{a_i}{H/2} \cdot \frac{1}{k_{EI}} \cdot \frac{E_i}{E_1} \cdot \frac{\text{zul } \sigma_{B,DIN}}{\text{zul } \sigma_{B,i}} + \frac{\sigma_D}{\text{zul } \sigma_{D,DIN}} \cdot \frac{1}{k_{EA}} \cdot \frac{E_i}{E_1} \cdot \frac{\text{zul } \sigma_{D,DIN}}{\text{zul } \sigma_{D,i}} \leq 1 \quad (4.3-14)$$

bzw.

$$\frac{\sigma_B}{k_{WY} \cdot \text{zul } \sigma_{B,DIN}} + \frac{\sigma_D}{k_A \cdot \text{zul } \sigma_{D,DIN}} \leq 1 \quad (4.3-15)$$

Für die verschiedenen Trägertypen und Querschnittsbereiche sind die Beiwerte k_{WY} und k_A in **Tabelle 4.3-2** angegeben.

Tabelle 4.3-2: Beiwerte k_{WY} und k_A

Bereich	Beiwert	Typ 2			Typ 3			Typ 4		Typ 5	
		BS14	BS16	BS18	BS14	BS16	BS18	BS16	BS18	BS16	BS18
①	k_{WY}	0,975	0,954	0,978	0,958	0,921	0,962	0,949	0,974	0,917	0,960
	k_A	0,944	0,897	0,952	0,931	0,872	0,940	0,846	0,905	0,821	0,893
②	k_{WY}	1,253	1,163	1,404	1,239	1,136	1,389	1,156	1,399	1,133	1,387
	k_A	0,796	0,784	0,907	0,784	0,762	0,895	0,739	0,862	0,717	0,851
③	k_{WY}	-	-	-	-	-	-	2,058	2,273	2,096	2,294
	k_A	-	-	-	-	-	-	0,638	0,753	0,619	0,743

Zur Untersuchung der Frage, welche Trägerbereiche wann maßgebend werden, werden die nachfolgend aufgeführten Nachweise miteinander verglichen. Für die Nachweise der einzelnen Trägerbereiche wurden dabei 'passende' und gemittelte Werte aus Tabelle 4.3-2 gewählt.

1) **BS14:**

$$\text{Bereich } \textcircled{1} \quad \frac{\sigma_B / 1,0}{\text{zul } \sigma_B} + \frac{\sigma_D / 0,935}{\text{zul } \sigma_D} \leq 1 \quad (4.3-16a)$$

$$\text{Bereich } \textcircled{2} \quad \frac{\sigma_B / 1,25}{\text{zul } \sigma_B} + \frac{\sigma_D / 0,79}{\text{zul } \sigma_D} \leq 1 \quad (4.3-16b)$$

2) **BS16:**

Bereich ①
$$\frac{\sigma_B / 0,95}{\text{zul } \sigma_B} + \frac{\sigma_D / 0,855}{\text{zul } \sigma_D} \leq 1 \quad (4.3-17a)$$

Bereich ②
$$\frac{\sigma_B / 1,135}{\text{zul } \sigma_B} + \frac{\sigma_D / 0,74}{\text{zul } \sigma_D} \leq 1 \quad (4.3-17b)$$

Bereich ③
$$\frac{\sigma_B / 2,08}{\text{zul } \sigma_B} + \frac{\sigma_D / 0,63}{\text{zul } \sigma_D} \leq 1 \quad (4.3-179c)$$

3) **BS18:**

Bereich ①
$$\frac{\sigma_B / 1,0}{\text{zul } \sigma_B} + \frac{\sigma_D / 0,93}{\text{zul } \sigma_D} \leq 1 \quad (4.3-18a)$$

Bereich ②
$$\frac{\sigma_B / 1,39}{\text{zul } \sigma_B} + \frac{\sigma_D / 0,87}{\text{zul } \sigma_D} \leq 1 \quad (4.3-18b)$$

Bereich ③
$$\frac{\sigma_B / 2,27}{\text{zul } \sigma_B} + \frac{\sigma_D / 0,75}{\text{zul } \sigma_D} \leq 1 \quad (4.3-18c)$$

Diese Nachweise sind in den **Bildern 4.3-4 bis 4.3-6** dargestellt.

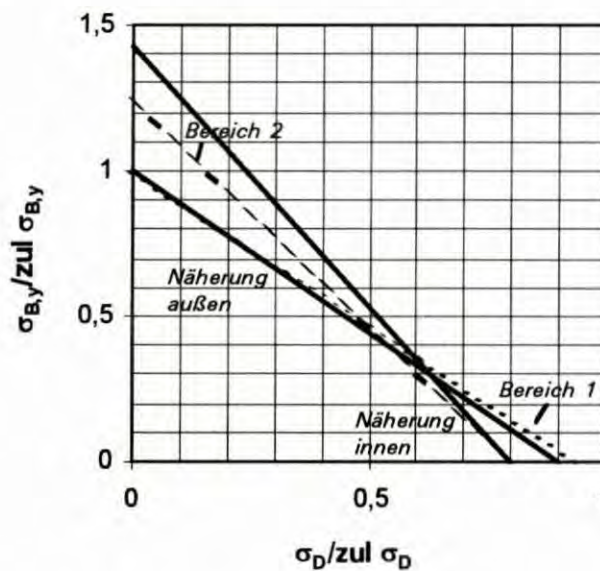


Bild 4.3-4: Spannungsnachweise für BS14

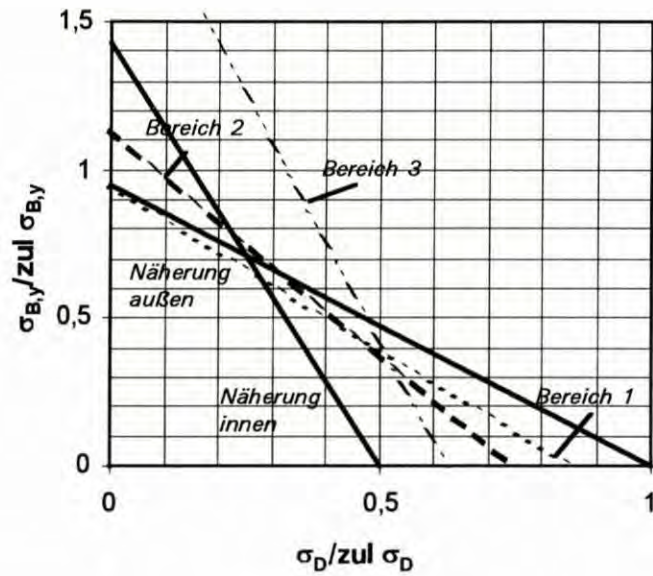


Bild 4.3-5: Spannungsnachweise für BS16

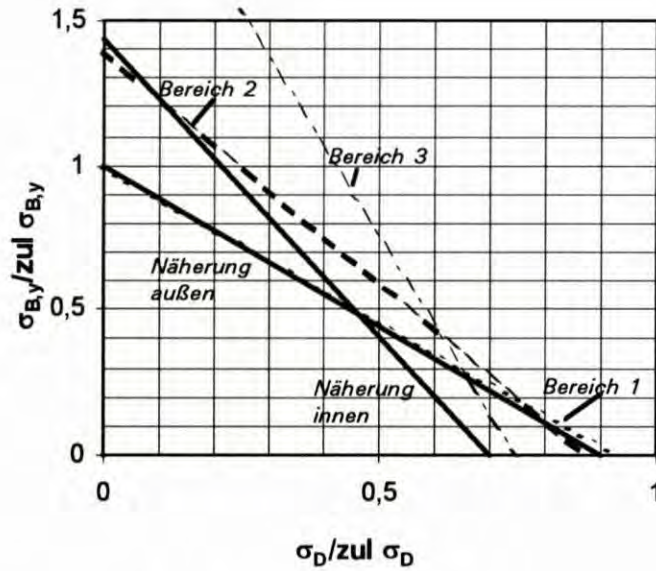


Bild 4.3-6: Spannungsnachweise für BS18

Ähnlich wie bei Zug + Biegung ist auch hier zu erkennen, daß die inneren Trägerbereiche erst ab einer Druckbeanspruchung von etwa 50% ($\sigma_D / \text{zul } \sigma_D > 0,5$) maßgebend werden (bei BS16 ab etwa 25%).

Beim Vergleich der Bilder 4.3-1 bis 3 mit den Bildern 4.3-4 bis 6 sind kaum Unterschiede zur erkennen, so daß für Druck und Biegung dieselben Näherungen gerechtfertigt erscheinen.

Daher wird für die praktische Bemessung folgender Vorschlag gemacht:

Nachweis der **äußeren Lamellen** mit

$$\frac{\sigma_{B,y}}{k_{WY} \cdot \text{zul}\sigma_B} + \frac{\sigma_D}{k_A \cdot \text{zul}\sigma_D} \leq 1$$

mit

- zul σ_B und zul σ_D nach DIN 1052-1/A1 bzw. Tabelle 2.1 dieses Berichtes und
- k_{WY} und k_A nach folgender Tabelle

	Typ 2 (sym.)			Typ 3 (unsym.)			Typ 4 (sym.)		Typ 5 (unsym.)	
	BS14	BS16	BS18	BS14	BS16	BS18	BS16	BS18	BS16	BS18
k_{WY}	1,0	1,0	1,0	1,0	0,95	1,0	1,0	1,0	0,95	1,0
k_A	0,9	0,85	0,9	0,9	0,85	0,9	0,85	0,9	0,85	0,9

Bei einem Anteil der Druckspannung von mehr als 30% ($\sigma_D / \text{zul}\sigma_D > 0,3$) zusätzlich Nachweis der **inneren Lamellen** mit

$$0,7 \cdot \frac{\sigma_{B,y}}{k_{WY} \cdot \text{zul}\sigma_B} + \frac{\sigma_D}{k_A \cdot \text{zul}\sigma_D} \leq 1$$

mit

- zul σ_B und zul σ_D nach DIN 1052-1/A1 bzw. Tabelle 2.1 dieses Berichtes und
- k_{WY} und k_A nach folgender Tabelle

	Typ 2 (sym.)			Typ 3 (unsym.)			Typ 4 (sym.)		Typ 5 (unsym.)	
	BS14	BS16	BS18	BS14	BS16	BS18	BS16	BS18	BS16	BS18
k_{WY}	1,0	1,0	1,0	1,0	0,95	1,0	1,0	1,0	0,95	1,0
k_A	0,8	0,8	0,85	0,8	0,75	0,85	0,55	0,75	0,5	0,7

Die Näherungen, die sich aufgrund dieses Vorschlages ergeben, sind wiederum in den Bildern 4.3-3 bis 4.3-6 eingezeichnet.

4.3-3 Doppelbiegung mit Normalkraft

Im Falle einer Doppelbiegung mit Normalkraft können in Anlehnung an die in den vorigen Abschnitten gemachten Ausführungen folgender Nachweise geführt werden:

Nachweis der **äußeren Lamellen**:

$$\frac{\sigma_{By}}{k_{Wy} \cdot \text{zul}\sigma_B} + \frac{\sigma_{Bz}}{k_{Wz} \cdot \text{zul}\sigma_B} + \frac{\sigma_{Z/D}}{k_A \cdot \text{zul}\sigma_{Z/D}} \leq 1$$

mit den Beiwerten k_{Wy} , k_{Wz} und k_A nach folgender Tabelle.

	Typ 2 (sym.)			Typ 3 (unsym.)			Typ 4 (sym.)		Typ 5 (unsym.)	
	BS14	BS16	BS18	BS14	BS16	BS18	BS16	BS18	BS16	BS18
k_{Wy}	1,0	1,0	1,0	1,0	0,95	1,0	1,0	1,0	0,95	1,0
k_{Wz}	0,9	0,8	0,9	0,9	0,8	0,9	0,8	0,9	0,8	0,9
k_A	0,9	0,85	0,9	0,9	0,85	0,9	0,85	0,9	0,85	0,9

Nachweis der **inneren Lamellen** (ab einem Spannungsanteil aus Querbiegung und Normalkraft von etwa 30%):

$$0,7 \cdot \frac{\sigma_{By}}{k_{Wy} \cdot \text{zul}\sigma_B} + \frac{\sigma_{Bz}}{k_{Wz} \cdot \text{zul}\sigma_B} + \frac{\sigma_{Z/D}}{k_A \cdot \text{zul}\sigma_{Z/D}} \leq 1$$

mit den Beiwerten k_{Wy} , k_{Wz} und k_A nach folgender Tabelle.

	Typ 2 (sym.)			Typ 3 (unsym.)			Typ 4 (sym.)		Typ 5 (unsym.)	
	BS14	BS16	BS18	BS14	BS16	BS18	BS16	BS18	BS16	BS18
k_{Wy}	1,0	1,0	1,0	1,0	0,95	1,0	1,0	1,0	0,95	1,0
k_{Wz}	0,8	0,7	0,9	0,8	0,7	0,9	0,6	0,7	0,6	0,7
k_A	0,8	0,8	0,85	0,8	0,75	0,85	0,55	0,75	0,5	0,7

4.4 Schubspannungen

Die größte im Querschnitt auftretende Schubspannung (im Schwerpunkt) kann wie folgt berechnet werden:

$$\tau_{\max} = \frac{Q \cdot ES_{\max}}{EI \cdot B} \quad (4.4-1)$$

Mit Gl.(3.1-6) und (3.1-8):

$$\tau_{\max} = \frac{Q \cdot S}{I \cdot B} \cdot \frac{E_1 \cdot k_{ES}}{E_1 \cdot k_{EI}} \quad (4.4-2a)$$

$$= 1,5 \frac{Q}{A} \cdot \frac{k_{ES}}{k_{EI}} \quad (4.4-2b)$$

bzw.
$$\tau_{\max} = 1,5 \frac{Q}{A} \cdot k_Q \quad (4.4-3)$$

Die Werte für k_Q sind in **Tabelle 4.4-1** angegeben.

Aus dieser Tabelle ist ersichtlich, daß die Werte für k_Q sehr nahe bei eins liegen und zudem kleiner als 1 sind. Daher kann für den Schubspannungsnachweis in ausreichender Näherung mit $k_Q = 1$ gerechnet werden.

Tabelle 4.4-1: Beiwerte k_Q zur Berechnung der Schubspannungen

	Typ 1	Typ 2			Typ 3			Typ 4		Typ 5	
	homo- gen	BS14	BS16	BS18	BS14	BS16	BS18	BS16	BS18	BS16	BS18
k_Q	1,0	0,988	0,977	0,990	0,994	0,988	0,995	0,964	0,977	0,975	0,983

Beim Nachweis der Schubspannung ist für τ_Q die zulässige Schubspannung für den inneren Trägerbereich einzusetzen. In DIN 1052 wurde dabei davon ausgegangen, daß Biegeträger sowieso meist kombiniert aufgebaut werden, so daß für τ_Q die Werte für den inneren Bereich aufgenommen wurden.

Hierbei ging man aber von Brettschichtholzträgern aus, die aus zwei Lamellen-Klassen aufgebaut werden (Querschnittstyp 1, 2 und 3). Bei den Querschnittstypen 4 und 5 hingegen werden im inneren Trägerbereich Lamellen einer schlechteren Sortierklasse eingesetzt, als dies in DIN 1052 vorgesehen ist. Bei diesen Trägern darf daher nicht mit den in DIN 1052-1/A1 angegebenen Werten gerechnet werden.

Für die praktische Bemessung wird folgender Vorschlag gemacht:

Spannungsnachweis ohne Beiwerte k_Q :

$$\tau_{\max} = 1,5 \frac{Q}{A} \leq \text{zul } \tau_Q \quad (4.3)$$

mit zul τ_Q nach DIN 1052-1/A1 bzw. Tabelle 2.1 dieses Berichtes mit Ausnahme von:
zul $\tau_Q = 1,2 \text{ N/mm}^2$ für Typ 4 und 5

4.5 Querkzugspannungen

Querkzugspannungen treten i.d.R. im inneren Bereich eines Querschnittes auf, wie z.B. bei gekrümmten Trägern. Für den Spannungsnachweis ist daher für zul σ_{zI} die zulässige Querkzugspannung des inneren Trägerbereiches anzusetzen. Da aber in DIN 1052-1/A1 für alle Sortierklassen dieselbe zulässige Querkzugspannung angesetzt wurde, erübrigt sich hier eine Unterscheidung.

4.6 Querdruckspannungen

Das für Querkzug Gesagte gilt sinngemäß auch für den Fall einer Querdruckbeanspruchung mit dem Unterschied, daß hier i.d.R. die zulässige Querdruckspannung der äußeren Bereiche einzusetzen ist. Dies ist in DIN 1052-1/A1 bereits berücksichtigt.

4.7 Durchbiegungen

Die größte Durchbiegung eines Biegeträgers kann wie folgt berechnet werden:

$$\max f = k_f \frac{M \cdot \ell^2}{EI} \quad (4.7-1)$$

wobei k_f einem Beiwert entspricht, der die Belastungsart des Trägers berücksichtigt (z.B. $k_f = 1/9,6$ bei Einfeldträgern unter Gleichreckenlast).

Mit Hilfe von Gl.(3.1-6) kann auch geschrieben werden:

$$\max f = k_f \frac{M \cdot \ell^2}{E_1 I} \cdot \frac{1}{k_{EI}} \quad (4.7-2)$$

Die Durchbiegung kann somit unter Zugrundelegung des Elastizitätsmoduls E_1 berechnet werden, wobei die Abnahme der Biegesteifigkeit infolge des kombinierten Trägeraufbaus mit dem Faktor $1/k_{EI}$ berücksichtigt wird.

DIN 1052-1/A1 sieht für den Durchbiegungsnachweis folgende Regelungen vor:

- Die angegebenen Rechenwerte für den E-Modul gelten für den in der Praxis häufig eingesetzten unsymmetrisch aufgebauten Querschnittstyp 3. Die Abnahme der Biegesteifigkeit durch den kombinierten Trägeraufbau ist somit bereits berücksichtigt.
- Für homogene Brettschichtholzträger (Querschnittstyp 1) und symmetrisch aufgebaute Träger (Querschnittstyp 2) dürfen die angegebenen Rechenwerte für BS14, BS16 und BS18 um 1000 N/mm² erhöht werden. Hiermit wird berücksichtigt, daß die Abminderung der Biegesteifigkeit geringer ausfällt, wenn auch in der Druckzone die gleiche Lamellen-Sortierklasse verwendet wird wie in der Zugzone.

Die Berechnung der Faktoren $1/k_{EI}$ nach Tabelle 3.2-1 zeigt folgende Ergebnisse:

- Beim symmetrischen Querschnittstyp 2 beträgt die rechnerische Abnahme der Biegesteifigkeit weniger als 5% ($k_{EI} > 0,954$). Damit erscheint es gerechtfertigt, diesen Typ mit einem homogen aufgebauten Träger (Typ 1) gleichzusetzen.
- Beim symmetrisch aufgebauten Querschnittstyp 4 liegen die Werte für k_{EI} in der gleichen Größenordnung wie beim Querschnittstyp 2. Damit erscheint es gerechtfertigt, auch diesen Querschnittstyp mit einem homogenen Träger gleichzusetzen.
- Bei den unsymmetrisch aufgebauten Querschnittstypen 3 und 5 beträgt die rechnerische Abnahme der Biegesteifigkeit zwischen 5 und 10%. Bei Werten für den Elastizitätsmodul von Brettschichtholz zwischen 11000 und 14000 N/mm² entspricht diese Abnahme in etwa dem in DIN 1052-1/A1 angegebenen Wert von $\Delta E = 1000 \text{ N/mm}^2$.

Für die praktische Bemessung wird daher folgender Vorschlag gemacht:

Berechnung der Durchbiegung ohne Beiwerte $1/k_{EI}$:

$$\max f = k_f \frac{M \cdot \ell^2}{EI}$$

mit E nach DIN 1052-1/A1 bzw. Tabelle 2.1 dieses Berichtes mit den folgenden Ergänzungen:

Der angegebene Elastizitätsmodul gilt auch für Querschnittstyp 5.

Die Erhöhung des Elastizitätsmoduls um 1000 N/mm² gilt auch für Querschnittstyp 4

4.8 Kippen

4.8.1 Kippen als Stabilitätsproblem (ideales Kippen)

Die Bemessungsformel der DIN 1052 für Kippen basiert im wesentlichen auf folgender Gleichung zur Ermittlung des ideellen Kippmomentes eines biegebeanspruchten Trägers:

$$M_{ki} = \frac{\pi}{s} \sqrt{(EI)_z (GI)_T} \quad (4.8-1)$$

mit

- s = Abstand der seitlichen Halterungen
I_T = Torsionsträgheitsmoment
= $\eta \cdot hb^3$ bei Rechteckquerschnitten mit $h \approx 1/3 [1 - 0,63 \cdot b/h + 0,052 \cdot (b/h)^5]$

Hierbei wurden folgende vereinfachende Annahmen getroffen:

- Linear elastisches Materialverhalten (Hooke'sches Gesetz).
- Ebenbleiben der Querschnitte (Navier, Bernoulli).
- Homogenes und isotropes Material. Versuche u.a. von Hooley/Madsen 1964 haben gezeigt, daß diese Annahme auch für Brettschichtholzträger gerechtfertigt ist.
- Verformungen infolge der Querkraft Q werden vernachlässigt.
- Es wird eine Beanspruchung durch ein konstantes Moment vorausgesetzt. Diese Annahme kann auch auf Trägerabschnitte übertragen werden, bei denen eine annähernd konstante Momentenverteilung vorliegt.
- Da die Biegesteifigkeit EI_y um die 'starke' Achse i.d.R. viel größer ist, als die Biegesteifigkeit EI_z um die 'schwache' Achse, wurden zur Vereinfachung des Differentialgleichungssystems die Verformungen in vertikaler Richtung vernachlässigt. Die Berücksichtigung dieser Verformungen führt zu folgender 'genaueren' Formel für das ideelle Kippmoment:

$$M_{ki} = \frac{\pi}{s} \sqrt{\frac{(EI)_z (GI)_T}{1 - (EI)_z / (EI)_y}} \quad (4.8-2)$$

Insbesondere bei gedrungenen Querschnitten, bei denen eher ein Spannungsproblem als ein Stabilitätsproblem vorliegt, liegen durch die getroffene Vereinfachung noch Tragreserven vor. Allerdings sind diese so gering, daß sich der erhöhte Rechenaufwand kaum 'lohnt': bei Trägern mit einem Verhältnis Höhe/Breite $h/b = 4$ wird eine Steigerung des ideellen Kippmomentes um 3% erwartet, bei Trägern mit $h/b = 10$ nur noch 0,5%.

- Der Einfluß der Wölbkrafttorsion wurde vernachlässigt (St. Venantsche Torsion). Unter Berücksichtigung dieses Einflusses ergibt sich folgende Gleichung für das ideelle Kippmoment:

$$M_{ki} = \frac{\pi}{s} \sqrt{(EI)_z (GI)_T \cdot \left[1 + \left(\frac{\pi}{s} \right)^2 \frac{EA_{ww}}{(GI)_T} \right]} \quad (4.8-3)$$

mit

A_{ww} = Wölbwiderstand $\approx (b \cdot h)^3 / 144$ bei Rechteckquerschnitten

Der Faktor $\sqrt{1 + \left(\frac{\pi}{s}\right)^2 \frac{EA_{ww}}{(GI)_T}}$ beinhaltet die vorhandene Tragreserve, wenn der Einfluß der Wölbkrafttorsion berücksichtigt wird. Dieser Faktor wird maßgeblich vom Verhältnis h/s (= Trägerhöhe / Abstand der seitlichen Abstützungen) bestimmt. Bei einem üblichen Wert von $h/s = 0,25$ (z.B. Trägerhöhe von $h = 1$ m, $s = 4$ m) beträgt dieser Faktor etwa 1,15. Dies bedeutet, daß die vernachlässigte Wölbkrafttorsion ein um etwa 15 % höheres ideales Kippmoment bewirkt. Bei einem Verhältnis $h/s = 0,15$ ($h = 1$ m, $s = 6$ m) beträgt diese Erhöhung immerhin noch etwa 6 %.

Legt man die DIN-Formel zur Berechnung des ideellen Kippmomentes zugrunde, so gilt für einen kombiniert aufgebauten Brettschichtholzträger:

$$M_{ki,komb.} = \frac{\pi}{s} \sqrt{k_{EA} (EI)_z (G_{komb} I)_T} \quad (4.8-4a)$$

$$= \sqrt{k_{EA} \cdot \frac{G_{komb}}{G_{hom}}} \cdot M_{ki,hom} = k_{komb} \cdot M_{ki,hom} \quad (4.8-4b)$$

In DIN 1052-1/A1 wird der Einfluß des Trägeraufbaus auf die Biegesteifigkeit dadurch berücksichtigt, daß für homogen und symmetrisch aufgebaute Träger der Elastizitätsmodul um 1000 N/mm^2 erhöht werden darf. Diese Erhöhung gilt jedoch nur für den Fall einer Biegung um die y -Achse, und nicht wie im Kippfall für eine Biegung um die z -Achse. Nach DIN 1052 wird die Abminderung des ideellen Kippmomentes infolge des kombinierten Trägeraufbaus somit fälschlicherweise über einen Faktor k_{DIN} berücksichtigt.

$$k_{DIN} = \sqrt{\frac{E_{komb.} \cdot G_{komb}}{E_{komb.} + 1000 \cdot G_{hom}}} \quad (4.8-5)$$

In DIN 1052-1 werden keine Angaben zum Schubmodul G_{hom} eines homogenen Trägers gemacht (es wird von kombinierten Trägeraufbauten ausgegangen), so daß das Verhältnis G_{komb}/G_{hom} nicht berechnet werden kann. Bildet man jedoch zum Vergleich der beiden Faktoren k_{komb} und k_{DIN} deren Verhältnis, so kürzt sich der Ausdruck G_{komb}/G_{hom} raus, so daß keine Annahme für G_{hom} getroffen werden muß.

In **Tabelle 4.8-1** sind die Verhältniswerte der beiden Faktoren k_{komb} und k_{DIN} angegeben.

Tabelle 4.8-1: Verhältnis k_{komb}/k_{DIN}

	Typ 2			Typ 3			Typ 4		Typ 5	
	BS14	BS16	BS18	BS14	BS16	BS18	BS16	BS18	BS16	BS18
k_{komb}/k_{DIN}	0,972	0,947	0,976	1,008	0,972	1,006	0,920	0,951	0,943	0,980

Aus dieser Tabelle wird ersichtlich, daß die Abweichungen zwischen der 'genaueren' Lösung nach Gl.(4.8-4) und der 'falschen' Lösung nach Gl.(4.8-5) gering sind.

Somit kann auch für kombiniertes Brettschichtholz in ausreichender Näherung für große Kipp-schlankheiten die zulässige Kippspannung nach DIN 1052 berechnet werden, wobei der Einfluß des Trägeraufbaus über den Träger - E - Modul berücksichtigt wird.

Nachweis

$$\text{zul } \sigma_{ki} = k_{B,i} \cdot \text{zul } \sigma_B \quad (4.8-6)$$

mit

$$k_{B,i} = \text{ideeller Kippbeiwert} \\ = \frac{1}{\lambda_B^2}$$

$$\lambda_B = \text{Kippschlankheitsgrad} \\ = \sqrt{\frac{s \cdot h \gamma_1 \cdot \text{zul } \sigma_B}{\pi b^2 \sqrt{E_{||} G_T}}} \quad \text{mit } E_{||} \text{ nach DIN 1052-1/A1 bzw. Tabelle 2.1}$$

4.8.2 Kippen als Spannungsproblem

4.8.2.1 Homogene Träger

Mit abnehmender Kippschlankheit verliert das ideale Kippen zunehmend an Bedeutung, weil weniger die Gefahr eines Stabilitätsversagens, als vielmehr die eines Materialversagens besteht. In DIN 1052 wird dies nach der Spannungstheorie II. Ordnung über ein Zusatzmoment M_z^{\parallel} berücksichtigt, welches durch eine horizontale Vorkrümmung (Ausbiegung) e verursacht wird. Dieses Zusatzmoment ergibt sich zu:

$$M_z^{\parallel} \cong \frac{\left(\frac{\pi}{s}\right)^2 (EI)_z \left(\frac{\gamma M_y}{M_{ki}}\right)^2}{1 - \left(\frac{\gamma M_y}{M_{ki}}\right)^2} \cdot e \quad (4.8-7)$$

wobei γ dem Lasterhöhungsbeiwert für die Berechnung nach Theorie II. Ordnung entspricht ($\gamma_1 = 2,0$).

Die auftretende Zusatzspannung $\sigma_{B,z}^{\parallel} = M_z^{\parallel} / W_z$ wird beim Spannungsnachweis wie folgt berücksichtigt:

$$\frac{\gamma_1 \cdot \sigma_{By}}{\gamma_1 \cdot \text{zul } \sigma_B} + \frac{\sigma_{B,z}^{\parallel}}{\gamma_1 \cdot \text{zul } \sigma_B} \leq 1 \quad (4.8-8)$$

Zur Vereinfachung der Bemessung wird der Nachweis mit einem Kippbeiwert k_B geführt:

$$\frac{\sigma_{By}}{k_B \cdot \text{zul } \sigma_B} \leq 1 \quad (4.8-9)$$

k_B entspricht dabei dem Verhältnis der Spannung $\sigma_{B,y}$ infolge Hauptbiegung zur gesamten Beanspruchung:

$$k_B = \frac{\sigma_y^{\parallel}}{\sigma_y^{\parallel} + \sigma_z^{\parallel}} = \frac{\sigma_y^{\parallel}}{\sigma_{ges}^{\parallel}} \quad (4.8-10)$$

Ein k_B - Wert nahe 1 bedeutet somit, daß die Zusatzbeanspruchung aus dem seitlichen Ausweichbestreben nur gering ist, während ein k_B - Wert von z.B. 0,5 zeigt, daß die Zusatzspannung infolge Kippen 50% der gesamten Querschnittsbeanspruchung ausmacht.

Der Verlauf der Beiwerte k_B in Abhängigkeit vom Kippschlankheitsgrad λ_B ist in **Bild 4.8-1** für zwei Brettschichtholzträger mit $h/b = 4$ und $h/b = 10$ dargestellt.

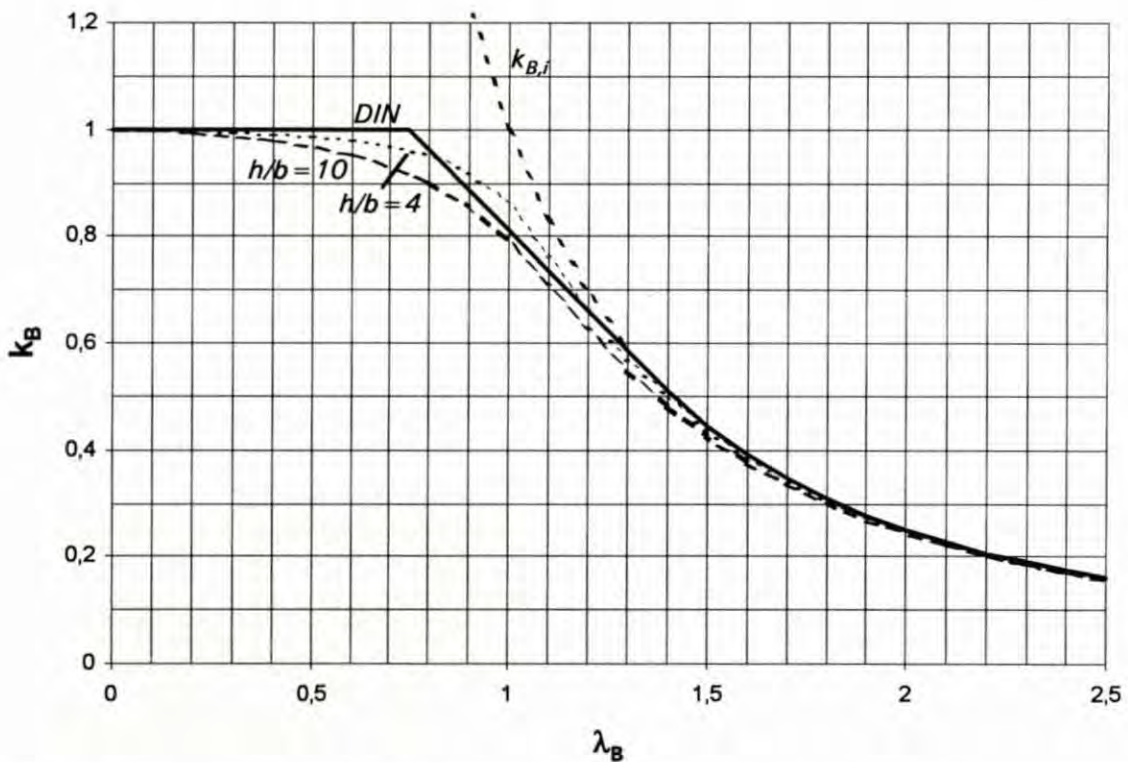


Bild 4.8-1: Kippbeiwerte k_B in Abhängigkeit vom Kippschlankheitsgrad λ_B

Ebenfalls eingezeichnet sind die Kurven für $k_{B,i}$ (ideelles Kippen) und die Näherungsgleichung nach DIN 1052.

Dieses Bild zeigt, daß die Näherung nach DIN das rechnerische Tragverhalten beider Träger gut beschreibt und ab Werten von $\lambda_B > 1,2$ nahezu mit dem ideellen Kippbeiwert $k_{B,i}$ identisch ist. Ein Spannungsproblem besteht somit nur bei Kippschlankheiten von $\lambda_B \leq 1,2$.

Vergleichsrechnungen haben gezeigt, daß eine Bemessung nach Gl.(4.8-6) unwirtschaftlichere Querschnitte liefern würde, als die Bemessung nach der 'alten' DIN (Ausgabe 1969). Da sich diese Kippbemessung jedoch bewährt hatte, wurde es gerechtfertigt gehalten, für den Kippnachweis von Trägern mit Rechteckquerschnitt die zulässige Biegespannung um 10% anzuheben, zumal die Größtwerte der Spannungen lediglich an einer Ecke auftreten (vgl. auch Abschn. 4.2.2).

Nach DIN 1052 lautet der Kippspannungsnachweis somit wie folgt:

$$\frac{\sigma_{By}}{k_B \cdot 1,1 \cdot \text{zul } \sigma_B} \leq 1 \quad (4.8-11)$$

mit

$$k_B = \begin{cases} 1 & \text{für } \lambda \leq 0,75 \\ 1,56 - 0,75 \cdot \lambda_B & \text{für } 0,75 \leq \lambda_B \leq 1,4 \\ 1 / \lambda_B^2 & \text{für } 1,4 < \lambda_B \end{cases}$$

$\lambda_B =$ Kippschlankheitsgrad

$$= \sqrt{\frac{s \cdot h \cdot 2,0 \cdot \text{zul } \sigma_B}{\pi b^2 \sqrt{E_{\parallel} \cdot G_T}}}$$

4.8.2.2 Kombinierte Träger

Bei kombiniert aufgebauten Brettschichtholzträgern ist prinzipiell das gleiche Spannungsproblem gegeben.

Die Biegerandspannung σ_{By} infolge Hauptbiegung berechnet sich zu:

$$\sigma_{By} = \frac{M_y}{k_{Wy} \cdot W_y} \quad (4.8-12)$$

mit k_{Wy} nach Abschnitt 4.2.1 Tabelle 4.2-1.

Wie in Abschn. 4.2.1 beschrieben, ist die Erhöhung der Biegespannung infolge des inhomogenen Trägeraufbaus nur gering, so daß für die praktische Bemessung $k_{Wy} = 1$ gesetzt werden kann (Ausnahme BS16-3 und BS16-5: $k_{Wy} = 0,95$).

Die Spannung $\sigma_{B,z}$ infolge Querbiegung berechnet sich nach Abschnitt 4.2.2 , Gl.(4.2-11) zu:

$$\sigma_{Bz} = \frac{M_z^{\parallel}}{k_{Wz} \cdot W_z} \quad (4.8-13)$$

mit

$$M_z^{\parallel} \cong \frac{\left(\frac{\pi}{s}\right)^2 k_{EA} \cdot (EI)_z \left(\frac{\gamma M_y}{M_{ki,komb}}\right)^2}{1 - \left(\frac{\gamma M_y}{M_{ki,komb}}\right)^2} \cdot e \quad (4.8-14)$$

Wie im vorigen Abschnitt beschrieben, liegt ein Spannungsproblem nur bei $\lambda_B < 1,2$ vor. Der Kippbeiwert k_B ist dann immer größer als 0,65, was bedeutet, daß die Zusatzbeanspruchung

infolge Querbiegung (seitliches Ausweichen des Trägers) weniger als 35% beträgt. Nach Abschn. 4.2.3 wird in diesen Fällen immer der Nachweis für die äußeren Trägerbereiche maßgebend.

In Anlehnung an das in DIN 1052-1 zugrundegelegte Verfahren wurden die k_B - Werte in Abhängigkeit von der Kippschlankheit λ_B berechnet. Die Berechnung ergab Verläufe, die nahezu identisch mit denen in Bild 4.8-1 sind. Somit kann die in DIN 1052-1 angegebene Gleichung zur Berechnung des Kippbeiwertes k_B auch für kombiniert aufgebaute Träger verwendet werden. Der Einfluß des kombinierten Trägeraufbaus wird über den Elastizitätsmodul berücksichtigt: bei unsymmetrisch aufgebauten Trägern (Typ 3 und Typ 5) ist der Elastizitätsmodul um 1000 N/mm^2 geringer als bei symmetrisch aufgebauten Trägern, was zu einem größeren Kippschlankheitsgrad führt.

Zusammenfassend kann festgestellt werden:

- Bei großen Kippschlankheitsgraden wird das ideelle Kippen maßgebend. Die Verringerung des aufnehmbaren Kippmomentes infolge des inhomogenen Trägeraufbaus wird durch Verwendung des Elastizitätsmoduls nach DIN 1052-1/A1 ausreichend genau berücksichtigt.
- Bei Kippschlankheitsgraden $\lambda_B < 1,2$ liegt ein Spannungsproblem vor. Da für die Bemessung stets die äußeren Trägerbereiche maßgebend werden, kann für kombiniert aufgebaute Brettschichtholzträger ebenfalls der Nachweis nach DIN 1052 geführt werden. Der Einfluß des Trägeraufbaus wird erneut durch den Elastizitätsmodul nach DIN 1052-1/A1 ausreichend genau berücksichtigt.

Bei unsymmetrisch aufgebauten Trägern mit wechselnder Momentenbeanspruchung (z.B. Durchlaufträger oder Rahmenstäbe) werden auch die schwächeren Ränder einer Zugbeanspruchung ausgesetzt. Wird der Kippnachweis an einer solchen Stelle geführt, so ist für zul σ_B der Wert der nächst niedrigen BS-Klasse einzusetzen. Prinzipiell ist jedoch zu empfehlen, in solchen Fällen symmetrisch aufgebaute Träger einzusetzen.

Für die praktische Bemessung wird vorgeschlagen, für alle Trägertypen den Nachweis nach DIN 1052 zu führen:

$$\frac{M_y}{k_{WY} \cdot W_y \cdot k_B \cdot 1,1 \cdot \text{zul } \sigma_B} \leq 1$$

mit

zul σ_B nach DIN 1052-1/A1 bzw. Tabelle 2.1 dieses Berichtes und

k_{WY} nach folgender Tabelle

	Typ 2 (sym.)			Typ 3 (unsym.)			Typ 4 (sym.)		Typ 5 (unsym.)	
	BS14	BS16	BS18	BS14	BS16	BS18	BS16	BS18	BS16	BS18
k_{WY}	1,0	1,0	1,0	1,0	0,95	1,0	1,0	1,0	0,95	1,0

$$k_B = \begin{cases} 1 & \text{für } \lambda \leq 0,75 \\ 1,56 - 0,75 \cdot \lambda_B & \text{für } 0,75 \leq \lambda_B \leq 1,4 \\ 1 / \lambda_B^2 & \text{für } 1,4 < \lambda_B \end{cases}$$

λ_B = Kippschlankheitsgrad

$$= \sqrt{\frac{s \cdot h \gamma_1 \cdot \text{zul } \sigma_B}{\pi b^2 \sqrt{E_{||} G_T}}} \quad \text{mit } E_{||} \text{ nach DIN 1052 bzw. Tabelle 2.1 dieses Berichtes}$$

$$= \kappa_B \cdot \sqrt{sh / b^2} \quad \text{mit } \kappa_B \text{ nach folgender Tabelle}$$

	Typ 1	Typ 1 und 2			Typ 3			Typ 4		Typ 5	
	BS11	BS14	BS16	BS18	BS14	BS16	BS18	BS16	BS18	BS16	BS18
κ_B	0,0602	0,0576	0,0592	0,0605	0,0589	0,0604	0,0616	0,0592	0,0605	0,0604	0,0616

Bei wechselnder Momentenbeanspruchung wird empfohlen, symmetrische Querschnittstypen zu verwenden. Kommen jedoch unsymmetrisch aufgebaute Träger zum Einsatz, so ist beim Kippnachweis an einer Stelle, bei der die schwächeren Bereiche einer Zugbeanspruchung ausgesetzt sind, für $\text{zul } \sigma_B$ der Wert der nächst niedrigen BS-Klasse einzusetzen.

4.9 Knicken

4.9.1 Homogene Träger

Der in DIN 1052 angegebene Knicknachweis gilt für homogene Träger, da - wie in Abschnitt 4.1 bereits beschrieben - gefordert wird, daß bei Zug- und Druckstäben nur Lamellen der gleichen Sortierklasse verwendet werden dürfen. Folgender Nachweis ist zu führen:

$$\frac{\sigma_D}{\text{zul}\sigma_k} \leq 1 \quad (4.9-1)$$

mit

zul σ_k = Zulässige Traglastspannung

= zul σ_D / ω

ω = Knickzahl in Abhängigkeit vom Schlankheitsgrad λ

λ = Schlankheitsgrad

= s_k/i

s_k = Knicklänge

i = Trägheitsradius

= $\sqrt{\frac{I}{A}}$

Ähnlich wie beim Kippen liegt bei größeren Schlankheitsgraden ein Stabilitätsproblem vor, während bei geringeren Schlankheiten ein Spannungsproblem vorliegt.

Die bei großen Schlankheiten maßgebende ideale (Euler'sche) Knicklast eines Stabes kann berechnet werden zu:

$$F_{ki} = \frac{EI\pi^2}{s_k^2} \quad (4.9-2)$$

Die ideale (Euler'sche) Knickspannung berechnet sich dann zu:

$$\sigma_{ki} = \frac{E\pi^2}{\lambda^2} \quad (4.9-3)$$

Die Traglastspannung eines Druckstabes unter Berücksichtigung vorhandener Imperfektionen und ungewollter Ausmittigkeiten kann nach Möhler et al. 1983 berechnet werden zu

$$\sigma_k = (A) - \sqrt{(A)^2 - \sigma_{ki} \cdot \beta_D} \quad (4.9-4)$$

mit

$$(A) = \frac{1}{2}[\beta_D + \sigma_{ki}(1 + \varepsilon)] \quad (4.9-5)$$

und

β_D = Druckfestigkeit des Materials

ε = Ausmittigkeitsgrad = Hebelarm/Kernweite = e/k

= $0,1 + \frac{1,73 \cdot \lambda}{500}$ bei Brettschichtholz

Hierbei wurden folgende Annahmen getroffen:

- Ebenbleiben der Querschnitte (Bernoulli);
- Lineares Tragverhalten bis zum Bruch (Hooke'sches Gesetz);
- Kleine Verformungen;
- Die Traglast ist erreicht, wenn am Biegedruckrand die Druckfestigkeit β_D erreicht ist.

Nach Festlegung der Sicherheitsbeiwerte γ_k und γ_{ki} kann die zulässige Traglastspannung wie folgt berechnet werden:

$$\text{zul}\sigma_k = \min \left\{ \begin{array}{l} \frac{\sigma_k}{\gamma_k} \\ \frac{\sigma_{ki}}{\gamma_{ki}} \end{array} \right. \quad (4.9-6)$$

Für die Sicherheitszahl γ_{ki} gegenüber der Euler'schen Knickspannung wurde folgender Wert vereinbart:

$$\gamma_{ki} = 3,5 \quad (4.9-7)$$

Für die Sicherheitszahl γ_k wurde ein mit der Schlankheit veränderlicher Wert vereinbart:

$$\gamma_k = 2,5 + 0,7 \cdot \frac{(\lambda - \lambda_{\text{grenz}})^2}{\lambda_{\text{grenz}}^2} \quad (4.9-8)$$

Die Grenzschlankheit λ_{grenz} bezeichnet die Schlankheit, bei der die Traglastspannung σ_k und die Euler'sche Knickspannung σ_{ki} denselben Wert für die zulässige Traglastspannung $\text{zul}\sigma_k$ liefern. Für Schlankheiten $\lambda < \lambda_{\text{grenz}}$ wird die Traglastspannung σ_k maßgebend, während für den Schlankheitsbereich $\lambda > \lambda_{\text{grenz}}$ die Euler'sche Knickspannungslinie gilt.

Die Knickzahl ω kann dann berechnet werden zu:

$$\omega = \frac{\text{zul}\sigma_D}{\text{zul}\sigma_k} \quad (4.9-9)$$

Bei der Berechnung der Knickzahlen der DIN 1052 (4.88) wurden folgende Rechenwerte zugrundegelegt:

Tabelle 4.9-1: Rechenwerte in N/mm² für die Berechnung der Knickzahlen ω nach DIN 1052

	Gkl II	Gkl I
E	11000	13000
zul σ_D	8,5	11
β_D ¹⁾	29,75	38,5
¹⁾ 3,5 fache Werte von zul σ_D		

Es fällt auf, daß für Brettschichtholz der Gkl I zur Berechnung der ω -Zahlen ein höherer Elastizitätsmodul zugrundegelegt wurde, als zur Berechnung von Verformungen (Elastizitätsmodul für Durchbiegungsberechnungen: $E_{Gkl I} = 11000 \text{ N/mm}^2$).

Das oben beschriebene Verfahren wurde auch auf die 'neuen' Brettschichtholzklassen angewandt. Hierbei wurden die in **Tabelle 4.9-2** zusammengestellten Rechenwerte zugrundegelegt. Zum Vergleich sind auch die Werte für die alten Brettschichtholz-Klassen Gkl I und II angegeben.

Tabelle 4.9-2: Rechenwerte in N/mm^2 für die Berechnung der Knickzahlen ω

	BS11 Gkl II	BS14	BS16	BS18	Gkl I
E	11000	12000	13000	14000	13000
zul σ_D	8,5	11	11,5	13	11
$\beta_D^{1)}$	29,75	38,5	40,25	45,5	38,5
¹⁾ 3,5 fache Werte von zul σ_D					

Die berechneten Knickzahlen sind in **Tabelle 4.9-3** zusammengestellt und in **Bild 4.9-1** dargestellt.

Tabelle 4.9-3: ω -Zahlen

λ	BS11 Gkl II	BS14	BS16	BS18	Gkl I
$\lambda_{\text{grenz}} =$	77,2	69,4	70,9	68,8	72,9
λ					
0	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
10	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
20	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
30	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
40	1,03	1,04	1,03	1,04	1,04
50	1,11	1,14	1,14	1,15	1,13
60	1,25	1,32	1,30	1,33	1,29
70	1,45	1,59	1,55	1,61	1,52
80	1,75	2,08	2,01	2,11	1,92
90	2,22	2,63	2,54	2,67	2,43
100	2,74	3,25	3,14	3,29	3,00
110	3,32	3,93	3,80	3,98	3,63
120	3,95	4,68	4,52	4,74	4,32
130	4,63	5,49	5,30	5,57	5,07
140	5,37	6,50	6,18	6,62	5,88
150	6,17	7,89	7,48	8,06	6,75

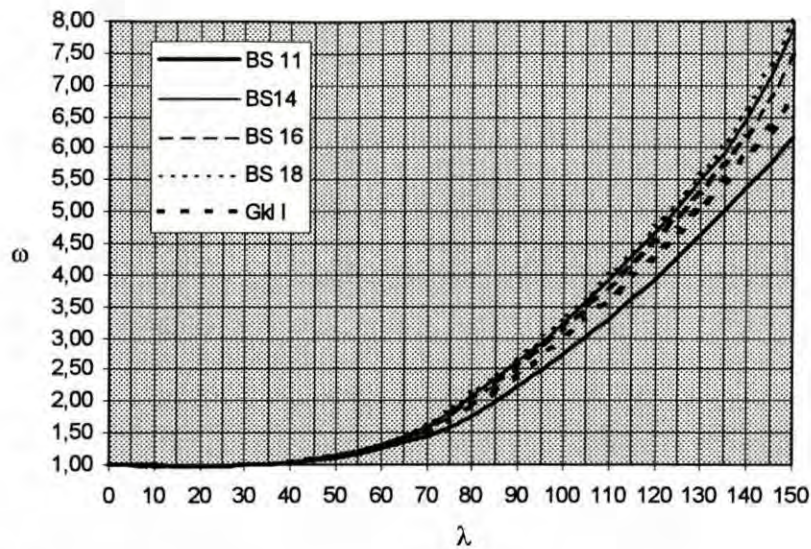


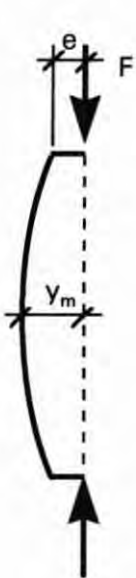
Bild 4.9-1: Verlauf der ω -Zahlen

Aus diesem Bild ist folgendes zu erkennen:

- Die ω -Zahlen für die Träger BS14, BS16 und BS18 liegen sehr nahe beieinander, so daß es gerechtfertigt erscheint, einheitliche ω -Zahlen für diese Klassen zu vereinbaren. Deshalb wurde in DIN 1052-1/A1 festgelegt, daß für BS16 und BS18 die gleichen ω -Zahlen verwendet werden dürfen, wie für BS14.
- Die ω -Zahlen für Gkl I weichen nicht unerheblich von denen für BS14 ab. Dies ist mit dem größeren Elastizitätsmodul zu erklären, der bei der Berechnung der ω -Zahlen zugrundegelegt wurde. Da sich zum einen an der Sortierung der Brett lamellen und damit an der Qualität von BS14-Trägern im Vergleich zu Trägern der Gkl I nichts ändern wird, und zum anderen die Berechnung auf der Grundlage der 'alten' ω -Zahlen bewährt hat, erscheint es gerechtfertigt, diese beizubehalten.

4.9.2 Kombiniertes Brettschichtholz

Bei der Herleitung der ω -Zahlen wurde folgender Fall zugrundegelegt:



Mit der Beziehung

$$-\frac{M}{EI} = -\frac{F_k \cdot y_m}{k_{EI} \cdot EI} = -y'' = -\frac{\pi^2}{s_k^2} (y_m - e) \quad (4.9-10)$$

ergibt sich für y_m :

$$y_m = \frac{e}{1 - \frac{\sigma_k \cdot \lambda^2}{\pi^2 \cdot k_{EI} \cdot EI}} = \frac{e}{1 - \frac{\sigma_k^*}{\sigma_{ki}}} \quad (4.9-11a)$$

mit

$$\sigma_k = F_k / A \quad \text{und} \quad \sigma_{ki} = \frac{E^* \pi^2}{\lambda^2}$$

E^* = abgeminderter Biege-Elastizitätsmodul unter Berücksichtigung des kombinierten Trägersaufbaus

Da bei kombinierten Querschnittsaufbauten die auftretende Druckspannung nicht mit der Brutto-Querschnittsfläche A , sondern mit der modifizierten Fläche $k_A \cdot A$ berechnet wird, wird die obige Gleichung wie folgt umgeformt:

$$y_m = \frac{e}{1 - k_A \cdot \frac{\sigma_k^*}{\sigma_{ki}}} \quad (4.9-11a)$$

mit

$$\sigma_k^* = \frac{F_k}{k_A \cdot A}$$

k_A = Faktor zur Berücksichtigung des kombinierten Querschnittsaufbaus bei der Berechnung der maßgebenden Druckspannung (vgl. Abschn. 4.1, Tabelle 4.1-1)

Die Traglast des Stabes ist erreicht, wenn die Spannungen infolge Normalkraft und des Zusatzmomentes $\Delta M = F_k \cdot y_m$ die Druckfestigkeit erreichen:

$$\sigma_D = \frac{F_k}{A} \cdot \frac{1}{k_{EA}} \cdot \frac{E_i}{E_1} + \frac{F_k \cdot y_m}{W} \cdot \frac{a_i}{H/2} \cdot \frac{1}{k_{EI}} \cdot \frac{E_i}{E_1} \leq \beta_{Di} \quad (4.9-12)$$

Dieser Nachweis ist streng genommen für jeden Querschnittsbereich zu führen. Aus den nachfolgend genannten Gründen kann aber auf den Nachweis der äußeren Querschnittsbereiche verzichtet werden:

- Bei Schlankheiten $\lambda < \lambda_{\text{grenz}}$ liegen die ω -Zahlen unter einem Wert von 2 (vgl. Tabelle 4.9-3). Dies bedeutet, daß die Beanspruchung infolge des Zusatzmomentes weniger als 50% beträgt. Nach Abschnitt 4.3 (Biegung mit Normalkraft) werden dann immer die inneren Querschnittsbereiche maßgebend.
- Bei Schlankheiten $\lambda > \lambda_{\text{grenz}}$ wird die Euler'sche Knickspannung maßgebend, es liegt ein Stabilitätsproblem vor, und kein Spannungsproblem mehr. Die Euler'sche Knickspannung wird nach Gl.(4.9-3) nur noch vom Biege-Elastizitätsmodul und der Schlankheit bestimmt.

Der Nachweis für den maßgebenden inneren Querschnittsbereich kann wie folgt geschrieben werden:

$$\sigma_D = \frac{F_k}{k_A \cdot A} + \frac{F_k \cdot y_m}{k_{W,\text{innen}} \cdot W} \leq \beta_D \quad (4.9-13a)$$

bzw.

$$\sigma_D = \frac{F_k}{k_A \cdot A} \cdot \left(1 + y_m \cdot \frac{A}{W} \cdot \frac{k_A}{k_{W,\text{innen}}} \right) \leq \beta_D \quad (4.9-13b)$$

wobei für β_D die Druckfestigkeit eines homogenen Querschnittes unter Verwendung der hochwertigsten äußeren Lamellen anzusetzen ist.

Anhand von Gl.(4.9-13) ergibt sich für y_m :

$$y_m = \left(\frac{\beta_D}{\sigma_k^*} - 1 \right) \cdot k \cdot \frac{k_{W,\text{innen}}}{k_A} \quad (4.9-15)$$

mit $k =$ Kernweite des Querschnittes ($= W/A$).

Durch Gleichsetzen der Gleichungen 4.9-11 und 4.9-15 ergeben sich analog zu den Gleichungen 4.9-4 und 4.9-5 folgende Beziehungen zur Berechnung der Traglastspannung σ_k^* .

$$\sigma_k^* = (A) - \sqrt{(A)^2 - \sigma_{ki}^* \cdot \beta_D / k_A} \quad (4.9-16)$$

mit

$$(A) = \frac{1}{2} \left[\beta_D + \frac{\sigma_{ki}^*}{k_A} \left(1 + \varepsilon \cdot \frac{k_A}{k_{W,\text{innen}}} \right) \right] \quad (4.9-17)$$

und

$\beta_D =$ Druckfestigkeit eines homogenen Querschnittes unter Verwendung der hochwertigsten äußeren Lamellen

Die Berechnung der ω -Zahlen ist nachfolgend getrennt für Knicken um die 'starke' y-Achse und Knicken um die 'schwache' z-Achse beschrieben.

4.9.2.1 Knicken um die 'starke' y-Achse

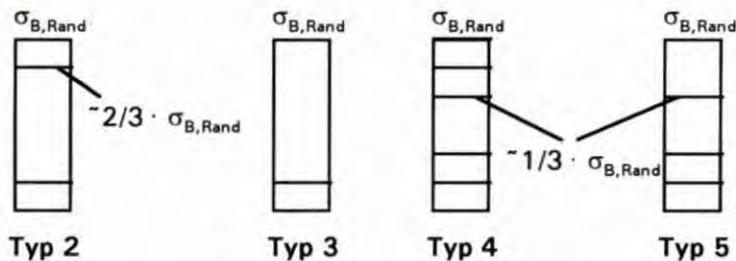
In Gl.(4.9-13b) beinhaltet der zweite Ausdruck in der Klammer den Anteil der Biegung an der Gesamtspannung. Bei kombiniert aufgebauten Querschnitten ist dieser Anteil vom Verhältnis $k_A/k_{W,\text{innen}}$ abhängig, das bei homogenen Querschnitten $= 1$ ist. Für die hier betrachteten kom-

biniert aufgebauten Querschnitte sind die zugehörigen Verhältniswerte in **Tabelle 4.9-4** angegeben.

Tabelle 4.9-4: Beiwerte k_A , $k_{W,innen}$ und deren Verhältniswert

	Typ 2 (sym.)			Typ 3 (unsym.)			Typ 4 (sym.)		Typ 5 (unsym.)	
	BS14	BS16	BS18	BS14	BS16	BS18	BS16	BS18	BS16	BS18
k_A	0,796	0,784	0,907	0,785	0,762	0,896	0,638	0,753	0,619	0,743
$k_{W,innen}$	1,233	1,250	1,398	0,788	0,767	0,899	2,141	2,427	1,869	2,280
$\frac{k_A}{k_{W,innen}}$	0,646	0,627	0,649	0,996	0,993	0,997	0,298	0,310	0,331	0,326

Aus dieser Tabelle ist ersichtlich, daß nur bei Querschnittstyp 3 der Anteil der Biegung an der maßgebenden Spannung annähernd voll eingeht. Bei den übrigen Querschnittstypen geht die Biegespannung nur zu einem gewissen Anteil ein. Dies kann damit erklärt werden, daß bei diesen Querschnittstypen die Biegespannung im maßgebenden inneren Bereich nur einen Teil der Biegeandspannung ausmacht:



Zur Vereinfachung der Berechnung wurde jedoch nachfolgend der volle Anteil der Biegespannung angesetzt, d.h. es wurde für alle Querschnittstypen mit einem Wert $k_A / k_{W,innen} = 1,0$ gerechnet. Diese Annahme liegt auf der sicheren Seite.

Für die Berechnung der ω -Zahlen von kombiniert aufgebautem Brettschichtholz wurden die in **Tabelle 4.9-5** zusammengestellten Rechenwerte zugrundegelegt.

Tabelle 4.9-5: Rechenwerte zur Bestimmung der ω -Zahlen für Knicken um die y -Achse

	Typ 2			Typ 3			Typ 4		Typ 5	
	BS14	BS16	BS18	BS14	BS16	BS18	BS16	BS18	BS16	BS18
$E^* \text{ } ^1)$	11700	12400	13690	11350	11690	13340	12340	13640	11610	13270
$k_A \text{ } ^2)$	0,796	0,784	0,907	0,785	0,762	0,896	0,638	0,753	0,619	0,743
zul σ_D	11,0	11,5	13,0	11,0	11,5	13,0	11,5	13,0	11,5	13,0
$\beta_D \text{ } ^3)$	38,5	40,25	45,5	38,5	40,25	45,5	40,25	45,5	40,25	45,5

¹⁾ $E^* = k_{EI} \cdot E$ mit k_{EI} nach Tabelle 3.2-3

²⁾ vgl. auch Tabelle 4.1-1

³⁾ vgl. auch Tabelle 4.9-2

Die Ergebnisse der Berechnungen sind in den **Tabellen 4.9-5 bis 7** und **Bildern 4.9-2 bis 4** zusammengestellt.

Tabelle 4.9-6: ω -Zahlen für **BS14**

	Homogen	Typ 2	Typ 3
$\lambda_{\text{grenz}} =$	69,4	78,8	78,0
λ			
0	1,00	1,00	1,00
10	0,98	0,99	0,99
20	0,97	0,98	0,98
30	0,99	0,99	0,99
40	1,04	1,03	1,03
50	1,14	1,11	1,11
60	1,32	1,23	1,24
70	1,59	1,43	1,44
80	2,08	1,70	1,72
90	2,63	2,15	2,18
100	3,25	2,65	2,70
110	3,93	3,21	3,26
120	4,68	3,82	3,88
130	5,49	4,48	4,55
140	6,50	5,20	5,28
150	7,90	5,97	6,06

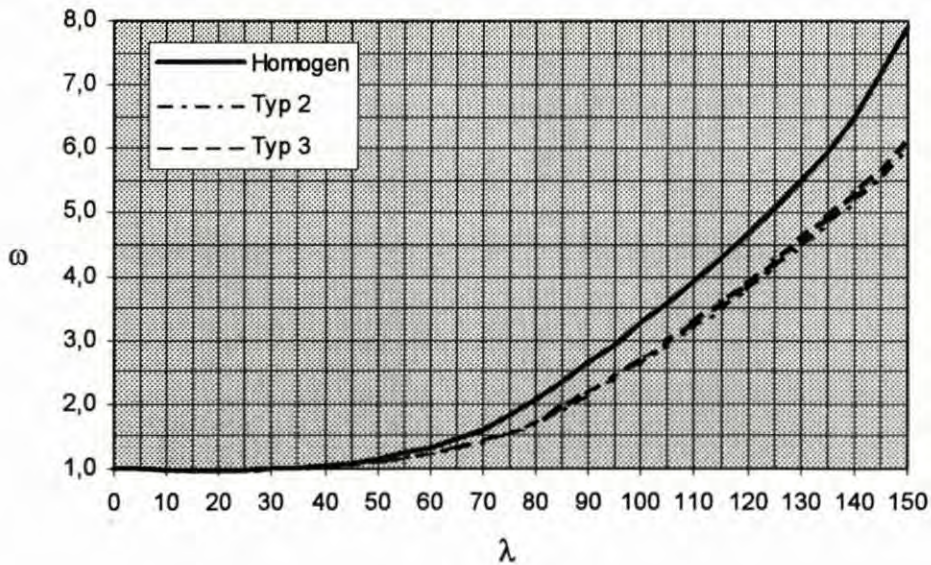


Bild 4.9-2: Verlauf der ω -Zahlen für **BS14**

Tabelle 4.9-7: ω -Zahlen für **BS16**

	Homogen	Typ 2	Typ 3	Typ 4	Typ 5
$\lambda_{\text{grenz}} =$	70,9	80,2	78,6	91,2	89,4
λ					
0	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
10	0,98	0,99	0,99	0,99	0,98
20	0,97	0,98	0,98	0,99	0,97
30	0,99	0,99	0,99	1,00	0,97
40	1,03	1,03	1,03	1,03	1,00
50	1,14	1,10	1,11	1,08	1,05
60	1,30	1,22	1,24	1,17	1,15
70	1,55	1,41	1,43	1,31	1,30
80	2,01	1,65	1,70	1,49	1,51
90	2,54	2,09	2,15	1,72	1,79
100	3,14	2,58	2,66	2,11	2,17
110	3,80	3,12	3,22	2,55	2,63
120	4,52	3,71	3,83	3,04	3,13
130	5,30	4,36	4,49	3,56	3,74
140	6,18	5,05	5,21	4,13	4,51
150	7,48	5,80	5,98	4,74	5,43

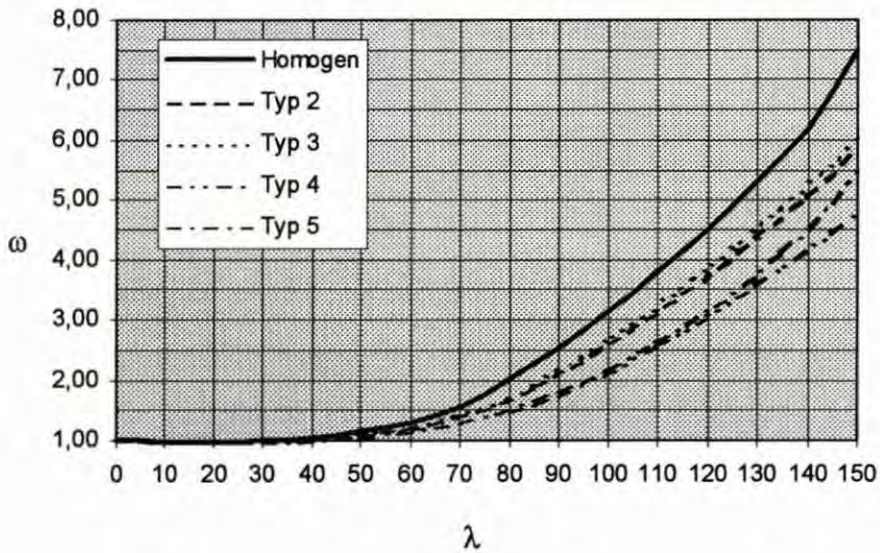


Bild 4.9-3: Verlauf der ω -Zahlen für **BS16**

Tabelle 4.9-8: ω -Zahlen für BS18

	Homogen	Typ 2	Typ 3	Typ 4	Typ 5
$\lambda_{\text{grenz}} =$	68,8	80,2	78,6	91,2	89,4
λ					
0	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
10	0,98	0,98	0,98	0,99	0,98
20	0,97	0,97	0,97	0,98	0,97
30	0,98	0,99	0,99	0,99	0,97
40	1,04	1,03	1,03	1,03	1,01
50	1,15	1,13	1,13	1,10	1,08
60	1,33	1,29	1,30	1,22	1,21
70	1,61	1,53	1,54	1,40	1,40
80	2,11	1,96	1,98	1,64	1,67
90	2,67	2,47	2,51	2,06	2,09
100	3,29	3,06	3,09	2,55	2,58
110	3,98	3,70	3,74	3,08	3,12
120	4,74	4,40	4,45	3,67	3,72
130	5,57	5,16	5,23	4,30	4,40
140	6,62	5,99	6,06	4,99	5,35
150	8,05	7,19	7,33	5,73	6,49

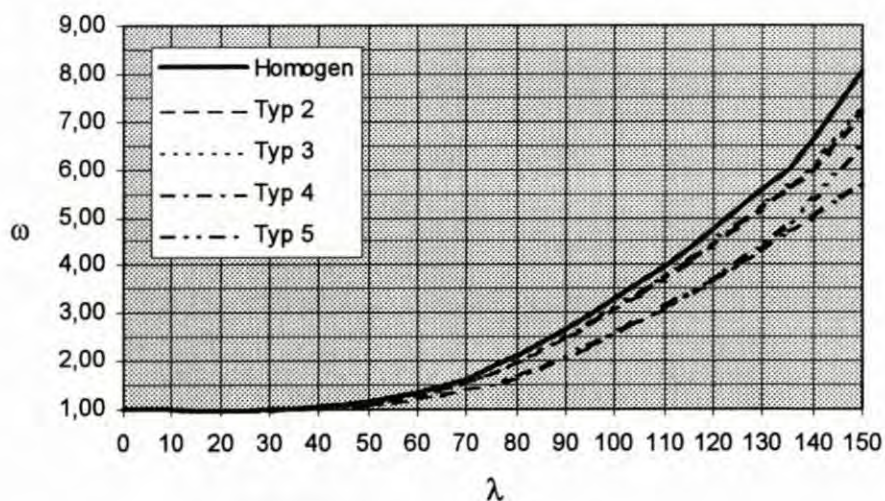


Bild 4.9-4: Verlauf der ω -Zahlen für BS18

4.9.2.2 Knicken um die 'schwache' z-Achse

In Gl.(4.9-13b) beinhaltet der zweite Ausdruck in der Klammer den Anteil der Biegung an der Gesamtspannung. Bei kombiniert aufgebauten Querschnitten ist dieser Anteil vom Verhältnis $k_A/k_{W,innen}$ abhängig, das bei homogenen Querschnitten = 1 ist. Bei Knicken um die z-Achse ist $k_{W,innen}$ mit dem Faktor k_{Wz} (vgl. Abschn. 4.2.2, Tabelle 4.2-2) identisch. Für die hier betrachteten kombiniert aufgebauten Querschnitte sind die zugehörigen Werte in **Tabelle 4.9-9** angegeben.

Tabelle 4.9-9: Beiwerte k_A , $k_{W,innen}$ und deren Verhältniswert

	Typ 2 (sym.)			Typ 3 (unsym.)			Typ 4 (sym.)		Typ 5 (unsym.)	
	BS14	BS16	BS18	BS14	BS16	BS18	BS16	BS18	BS16	BS18
k_A	0,796	0,784	0,907	0,785	0,762	0,896	0,638	0,753	0,619	0,743
$k_{W,innen}$	0,809	0,729	0,912	0,798	0,709	0,900	0,611	0,704	0,593	0,694
$\frac{k_A}{k_{W,innen}}$	0,984	1,075	0,995	0,984	1,075	0,996	1,044	1,070	1,044	1,071

Analog zum vorigen Abschnitt wird auch hier für alle Querschnittstypen mit einem Wert $k_A / k_{W,innen} = 1,0$ gerechnet.

Für die Berechnung der ω -Zahlen von kombiniert aufgebautem Brettschichtholz wurden die in **Tabelle 4.9-10** zusammengestellten Rechenwerte zugrundegelegt.

Tabelle 4.9-10: Rechenwerte zur Bestimmung der ω -Zahlen für Knicken um die y-Achse

	Typ 2			Typ 3			Typ 4		Typ 5	
	BS14	BS16	BS18	BS14	BS16	BS18	BS16	BS18	BS16	BS18
E^* ¹⁾	11330	11660	13330	11170	11340	13160	11000	12670	10670	12500
k_A ²⁾	0,796	0,784	0,907	0,785	0,762	0,896	0,638	0,753	0,619	0,743
zul σ_D	11,0	11,5	13,0	11,0	11,5	13,0	11,5	13,0	11,5	13,0
β_D ³⁾	38,5	40,25	45,5	38,5	40,25	45,5	40,25	45,5	40,25	45,5
¹⁾ $E^* = k_{EA} \cdot E$ mit k_{EA} nach Tabelle 3.2-3 ²⁾ vgl. auch Tabelle 4.1-1 ³⁾ vgl. auch Tabelle 4.9-2										

Die Ergebnisse der Berechnungen sind in den **Tabellen 4.9-11 bis 13** und **Bildern 4.9-5 bis 7** zusammengestellt.

Tabelle 4.9-11: ω -Zahlen für BS14

	Homogen	Typ 2	Typ 3
$\lambda_{\text{grenz}} =$	69,4	77,2	77,2
λ			
0	1,00	1,00	1,00
10	1,00	1,00	1,00
20	1,00	1,00	1,00
30	1,00	1,00	1,00
40	1,04	1,03	1,03
50	1,14	1,11	1,11
60	1,32	1,25	1,25
70	1,59	1,45	1,45
80	2,08	1,75	1,75
90	2,63	2,22	2,22
100	3,25	2,74	2,74
110	3,93	3,31	3,31
120	4,68	3,94	3,94
130	5,49	4,63	4,63
140	6,50	5,37	5,37
150	7,90	6,16	6,16

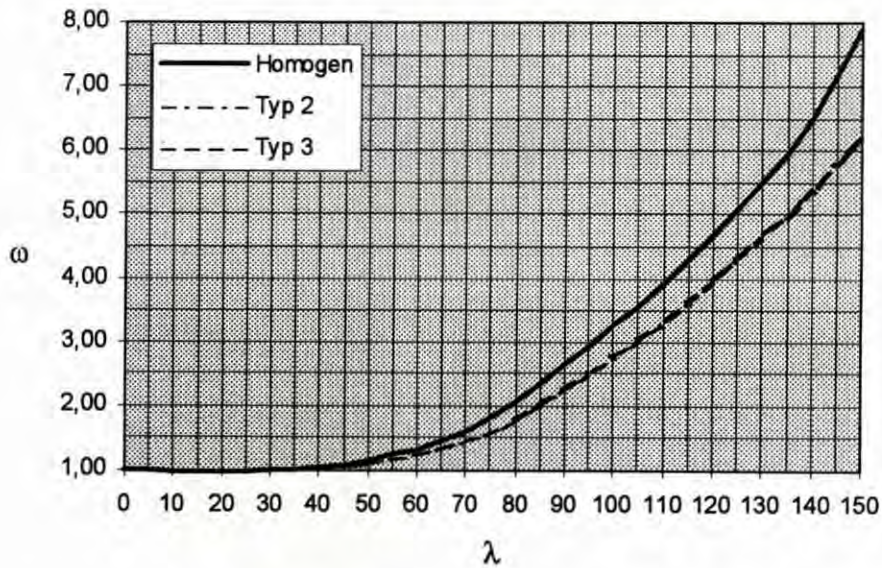


Bild 4.9-5: Verlauf der ω -Zahlen für BS14

Tabelle 4.9-12: ω -Zahlen für BS16

	Homogen	Typ 2	Typ 3	Typ 4	Typ 5
$\lambda_{\text{grenz}} =$	70,9	77,2	77,1	84,7	84,7
λ					
0	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
10	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
20	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
30	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
40	1,03	1,03	1,03	1,03	1,00
50	1,14	1,11	1,11	1,09	1,07
60	1,30	1,25	1,25	1,20	1,18
70	1,55	1,45	1,45	1,36	1,35
80	2,01	1,75	1,75	1,58	1,58
90	2,54	2,22	2,22	1,92	1,92
100	3,14	2,74	2,74	2,36	2,36
110	3,80	3,32	3,32	2,86	2,86
120	4,52	3,95	3,95	3,41	3,40
130	5,30	4,63	4,63	4,00	4,00
140	6,18	5,37	5,37	4,64	4,84
150	7,48	6,17	6,17	5,32	5,84

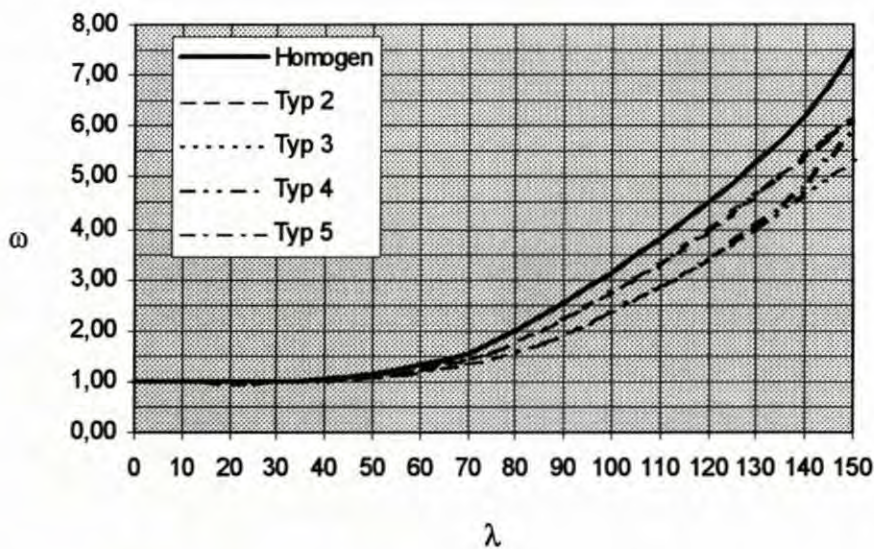


Bild 4.9-6: Verlauf der ω -Zahlen für BS16

Tabelle 4.9-13: ω -Zahlen für BS18

	Homogen	Typ 2	Typ 3	Typ 4	Typ 5
$\lambda_{\text{grenz}} =$	68,8	70,9	70,9	77,2	77,2
λ					
0	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
10	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
20	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
30	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
40	1,04	1,03	1,03	1,03	1,01
50	1,15	1,14	1,14	1,11	1,10
60	1,33	1,30	1,30	1,25	1,23
70	1,61	1,55	1,55	1,45	1,44
80	2,11	2,01	2,01	1,75	1,75
90	2,67	2,54	2,54	2,22	2,22
100	3,29	3,14	3,14	2,74	2,74
110	3,98	3,80	3,79	3,32	3,31
120	4,74	4,52	4,52	3,95	3,95
130	5,57	5,30	5,30	4,63	4,63
140	6,62	6,18	6,18	5,37	5,63
150	8,05	7,49	7,48	6,16	6,84

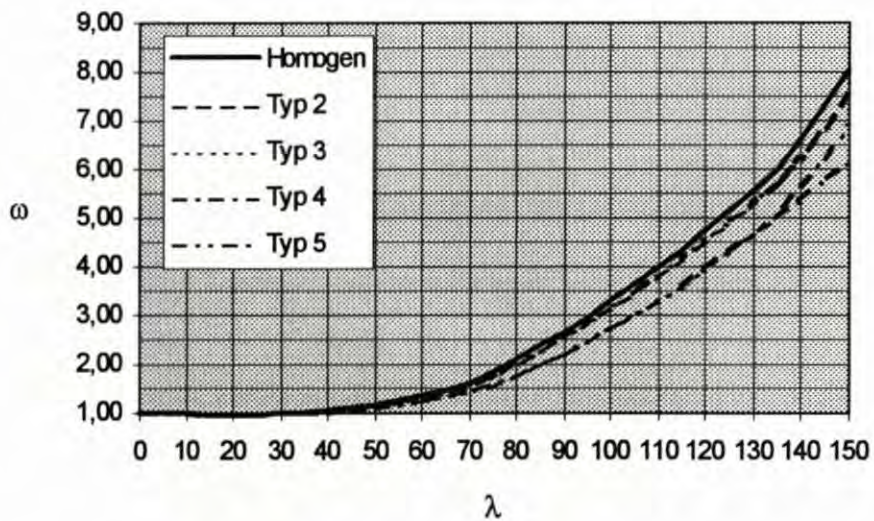


Bild 4.9-7: Verlauf der ω -Zahlen für BS18

4.9.2.3 Diskussion

Ziel dieses Vorhabens ist es, Angaben zur Bemessung von kombiniert aufgebauten Brett-schichtholzträgern zu machen. Im Sinne einer Vereinfachung der Berechnung kann dabei nicht Ziel sein, für jeden Querschnittstyp neue ω -Zahlen festzulegen. Vielmehr sollte versucht werden, die Bemessungsvorschläge auf der Grundlage der bestehenden Regelungen aufzubauen. Daher wird nachfolgend ein Vorschlag gemacht, der ausschließlich auf den in DIN 1052 T1 bereits vereinbarten ω -Zahlen für BS11 (Gkl II) und BS14 (Gkl I) basiert.

Bei Schlankheiten $\lambda > \lambda_{\text{grenz}}$ wird die Traglast ausschließlich vom Elastizitätsmodul des Druckstabes bestimmt (vgl. Gl.(4.9-2 und 4.9-3)). Die ω -Zahlen werden über Gl.(4.9-9) bestimmt und sind somit vom Verhältnis der Druckfestigkeit zum Elastizitätsmodul des Gesamtquerschnittes abhängig:

$$\lambda > \lambda_{\text{grenz}} : \quad \omega = f\left(\frac{\beta_D^*}{E}\right) \quad (4.9-18)$$

β^*_D kann mit Hilfe der folgenden Beziehung berechnet werden:

$$\beta^*_D = k_A \cdot \beta_D \quad (4.9-19)$$

wobei β_D der Druckfestigkeit des homogenen Querschnittes bestehend aus den hochwertigeren äußeren Lamellen entspricht.

Bei Schlankheiten $\lambda < \lambda_{\text{grenz}}$ wird die Traglast zusätzlich von der Druckfestigkeit des Materials bestimmt (vgl. Gl. (4.9-4 und 4.9-5)). Bei der Bestimmung der ω -Zahlen geht aber weiterhin das Verhältnis Druckfestigkeit zum Elastizitätsmodul ein:

$$\lambda < \lambda_{\text{grenz}} : \quad \omega = f\left(\frac{\beta_D^*}{\beta_D^* \cdot E}\right) \quad (4.9-20)$$

Ein hoher Verhältniswert β^*_D/E liefert dabei größere ω -Zahlen als ein kleiner.

Für die hier behandelten Brett-schichtholzklassen und Querschnittstypen sind die Verhältniswerte β^*_D/E in **Tabelle 4.9-14** angegeben.

Tabelle 4.9-14: Verhältniswerte β^*_D/E

	Typ 1 (homogen)	Typ 2 und 3	Typ 4 und 5
BS11	2,7	-	-
BS14	3,0	2,7	-
BS16	3,1	2,6	2,1
BS18	3,2	3,0	2,5

Aus dieser Tabelle ist zu erkennen, daß bei homogenen Trägern die Verhältniswerte β^*_D/E für BS14, BS16 und BS18 in der gleichen Größenordnung liegen, was die einheitlichen ω -Zahlen rechtfertigt.

Weiterhin ist zu erkennen, daß die Verhältniswerte β^*_D/E für kombiniert aufgebautes Brett-schichtholz mit zwei Ausnahmen in der Größenordnung des Verhältniswertes für BS11 liegen.

Daher erscheint es möglich, für alle kombiniert aufgebauten Brettschichtholzträger die ω -Zahlen von BS11 zu verwenden.

Für den Knicknachweis gibt es folgende Möglichkeiten:

$$\frac{F}{k_{A,\text{genau}} \cdot A} \leq \frac{\text{zul}\sigma_D}{\omega_{\text{genau}}} \quad \text{bzw.} \quad \frac{F}{k_{A,\text{Näherung}} \cdot A} \leq \frac{\text{zul}\sigma_D}{\omega_{\text{Näherung}}} \quad (4.9-21)$$

Diese Gleichungen können umgeformt werden zu:

$$\frac{F}{A \cdot \text{zul}\sigma_D} \leq \frac{k_{A,\text{genau}}}{\omega_{\text{genau}}} \quad \text{bzw.} \quad \frac{F}{A \cdot \text{zul}\sigma_D} \leq \frac{k_{A,\text{Näherung}}}{\omega_{\text{Näherung}}} \quad (4.9-22)$$

Das Verhältnis k_A / ω ist ein Maß für die Belastbarkeit des Querschnittes. In **Tabelle 4.9-15 und 16** sind diese Verhältniswerte für jeweils drei Schlankheitsgrade angegeben.

Darüber hinaus ist angegeben, wie groß der Fehler der Näherung in Vergleich zur genaueren Berechnung ist. Ein Wert für den Fehler > 1 bedeutet dabei, daß die Näherung auf der 'unsicheren' Seite liegt, während für Werte < 1 Sicherheitsreserven vorliegen.

Aus diesen Tabellen ist folgendes zu erkennen:

- In den meisten Fällen liegen die Fehlerwerte sehr nahe bei 1, was darauf hindeutet, daß die Näherung zutreffend ist.
- Die größten Abweichungen treten bei den unsymmetrisch aufgebauten Querschnittstypen 4 und 5 auf. Die Fehler liegen jedoch meist auf der 'sicheren' Seite (Werte < 1).
- Die Fehler auf der 'unsicheren' Seite betragen maximal 12% und treten meist nur bei hohen Schlankheiten auf. Bei der Berechnung der ω -Zahlen für BS14 (Gkl I) wurde ein Elastizitätsmodul von 13000 N/mm² zugrundegelegt, wodurch 'Fehler' entstehen, die größer sind, als die hier vorliegenden Werte (Tabelle 4.9-3: bei $\lambda = 150$ ist $\omega_{\text{DIN}} = 6,75$; $\omega_{\text{genau}} = 7,89$; Fehler = $7,89/6,75 = 1,17$ auf der 'unsicheren' Seite). Die durch die hier vorgeschlagene Näherung verursachten Fehler liegen somit im Bereich dessen, was durch die ω -Zahlen der DIN 1052 abgedeckt ist.

Für die praktische Bemessung wird daher folgender Vorschlag gemacht:

Knickspannungsnachweis nach DIN 1052 mit

$$\frac{F}{k_A \cdot A \cdot \text{zul}\sigma_k} \leq 1 \quad \text{mit} \quad \text{zul}\sigma_k = \frac{\text{zul}\sigma_D}{\omega}$$

- k_A = Faktor nach Bemessungsvorschlag in Abschn. 4.1
- $\text{zul}\sigma_D$ nach DIN 1052-1/A1 bzw. Tabelle 2.1 dieses Berichtes
- $\omega = \omega_{\text{BS11/Gkl II}}$ nach DIN 1052 für BS11
- $\omega = \omega_{\text{BS14/Gkl I}}$ nach DIN 1052 für **homogene** Träger der Klassen BS14, BS16 und BS18
- $\omega = \omega_{\text{BS11/Gkl II}}$ nach DIN 1052 für alle **kombiniert aufgebaute** Träger

Für Knicken um die y-Achse und Knicken um die z-Achse können dabei die gleichen ω -Zahlen verwendet werden.

Tabelle 4.9-15: Vergleich der Näherung mit der genaueren Berechnung für Knicken um die y-Achse

	λ	'genauere' Berechnung *)			Näherung **)			Fehler
		k_A	ω	① k_A/ω	k_A	ω	② k_A/ω	$\frac{②}{①}$
BS14-2	50	0,796	1,11	0,72	8,8	1,11	0,72	1,01
	100		2,65	0,30		2,74	0,29	0,97
	150		5,97	0,13		6,17	0,13	0,97
BS14-3	50	0,784	1,11	0,71	8,8	1,11	0,72	1,02
	100		2,7	0,29		2,74	0,29	1,01
	150		6,06	0,13		6,17	0,13	1,00
BS16-2	50	0,784	1,1	0,71	9,2	1,11	0,72	1,01
	100		2,58	0,30		2,74	0,29	0,96
	150		5,8	0,14		6,17	0,13	0,96
BS16-3	50	0,762	1,11	0,69	9,2	1,11	0,68	0,98
	100		2,66	0,29		2,74	0,27	0,96
	150		5,98	0,13		6,17	0,12	0,95
BS16-4	50	0,638	1,08	0,59	6,9	1,11	0,50	0,84
	100		2,11	0,30		2,74	0,20	0,66
	150		4,74	0,13		6,17	0,09	0,66
BS16-5	50	0,619	1,05	0,59	6,9	1,11	0,45	0,76
	100		2,17	0,29		2,74	0,18	0,64
	150		5,43	0,11		6,17	0,08	0,71
BS18-2	50	0,907	1,13	0,80	10,4	1,11	0,77	0,95
	100		3,06	0,30		2,74	0,31	1,05
	150		7,19	0,13		6,17	0,14	1,09
BS18-3	50	0,895	1,13	0,79	10,4	1,11	0,77	0,97
	100		3,09	0,29		2,74	0,31	1,07
	150		7,33	0,12		6,17	0,14	1,13
BS18-4	50	0,753	1,1	0,68	9,75	1,11	0,68	0,99
	100		2,55	0,30		2,74	0,27	0,93
	150		5,73	0,13		6,17	0,12	0,92
BS18-5	50	0,743	1,08	0,69	9,75	1,11	0,63	0,92
	100		2,58	0,29		2,74	0,26	0,89
	150		6,49	0,11		6,17	0,11	0,99

*) Erläuterung zur genaueren Berechnung:

k_A nach Tabelle 4.1-1
 ω nach Tabelle 4.9-6 bis 8

**) Erläuterung zur Näherungsberechnung:

k_A nach Bemessungsvorschlag in Abschnitt 4.1
 $\omega = \omega$ für BS11 nach DIN 1052

Tabelle 4.9-16: Vergleich der Näherung mit der genaueren Berechnung für Knicken um die z-Achse

	λ	'genauere' Berechnung *)			Näherung **)			Fehler
		k_A	ω	① k_A/ω	k_A	ω	② k_A/ω	$\frac{②}{①}$
BS14-2	50	8,75	1,11	7,88	8,8	1,11	7,93	1,01
	100		2,74	3,19		2,74	3,21	1,01
	150		6,16	1,42		6,17	1,43	1,00
BS14-3	50	8,63	1,11	7,77	8,8	1,11	7,93	1,02
	100		2,74	3,15		2,74	3,21	1,02
	150		6,16	1,40		6,17	1,43	1,02
BS16-2	50	9,01	1,11	8,12	9,2	1,11	8,29	1,02
	100		2,74	3,29		2,74	3,36	1,02
	150		6,17	1,46		6,17	1,49	1,02
BS16-3	50	8,77	1,11	7,90	9,2	1,11	8,29	1,05
	100		2,74	3,20		2,74	3,36	1,05
	150		6,17	1,42		6,17	1,49	1,05
BS16-4	50	7,33	1,09	6,72	6,9	1,11	6,22	0,92
	100		2,36	3,11		2,74	2,52	0,81
	150		5,32	1,38		6,17	1,12	0,81
BS16-5	50	7,12	1,07	6,65	6,9	1,11	6,22	0,93
	100		2,36	3,02		2,74	2,52	0,83
	150		5,84	1,22		6,17	1,12	0,92
BS18-2	50	11,80	1,14	10,35	10,4	1,11	9,37	0,91
	100		3,14	3,76		2,74	3,80	1,01
	150		7,49	1,58		6,17	1,69	1,07
BS18-3	50	11,64	1,14	10,21	10,4	1,11	9,37	0,92
	100		3,14	3,71		2,74	3,80	1,02
	150		7,48	1,56		6,17	1,69	1,08
BS18-4	50	9,79	1,11	8,82	9,75	1,11	8,78	1,00
	100		2,74	3,57		2,74	3,56	1,00
	150		6,16	1,59		6,17	1,58	0,99
BS18-5	50	9,66	1,1	8,78	9,75	1,11	8,78	1,00
	100		2,74	3,53		2,74	3,56	1,01
	150		6,84	1,41		6,17	1,58	1,12

*) Erläuterung zur genaueren Berechnung:

k_A nach Tabelle 4.1-1
 ω nach Tabelle 4.9-6 bis 8

**) Erläuterung zur Näherungsberechnung:

k_A nach Bemessungsvorschlag in Abschnitt 4.1
 $\omega = \omega$ für BS11 nach DIN 1052

4.10 Knicken und Kippen

Für Knicken und Kippen kann unter Beachtung der in den vorigen Abschnitten gemachten Ausführungen folgender Nachweis geführt werden:

$$\frac{\omega \cdot F}{k_A \cdot A \cdot \text{zul} \sigma_D} + \frac{M_y}{k_{WY} \cdot W_y \cdot k_B \cdot 1,1 \cdot \text{zul} \sigma_B} \leq 1 \quad (4.10-1)$$

Hierbei ist - im Gegensatz zum Eurocode 5 - für ω stets der größere Wert ohne Rücksicht auf die Richtung der Ausbiegung einzusetzen.

4.11 Spannungskombination am angeschnittenen Rand

Verläuft bei Brettschichtholzträgern die Faserrichtung nicht parallel zum angeschnittenen Trägerrand, so treten hier zusätzlich zu den Längsspannungen noch Querspannungen und Schubspannungen auf. Diese Spannungskombination bei Trägern mit angeschnittenem Rand wurde von Möhler/Hemmer 1978 untersucht.

Die Qualität der dort geprüften Brettschichtholzträger entsprach der 'alten' Güteklasse II, also der heutigen Klasse BS11. Die Auswertung der Versuche zeigte, daß für die rechnerische Biegefestigkeit der Träger ein Wert von $44,2 \text{ N/mm}^2$ zugrundegelegt werden konnte, was in etwa dem 3-fachen Wert der zulässigen Biegespannung der Gkl I entspricht. Dies führte dazu, daß in DIN 1052 T1, Abschnitt 8.2.3.4 vereinbart wurde, für Brettschichtholz der Gkl II die zulässigen Spannungen der Gkl I einzusetzen.

Nun stellt sich die Frage, wie der Nachweis der Spannungskombination bei Brettschichtholzträgern aus maschinell sortierten Lamellen geführt werden kann. Möhler/Hemmer setzten für die Auswertung der Versuche folgende Interaktionsgleichung an:

$$\left(\frac{\text{vorh}\sigma_{\parallel}}{\beta_{\parallel}}\right)^2 + \left(\frac{\text{vorh}\sigma_{\perp}}{\beta_{\perp}}\right)^2 + \left(\frac{\text{vorh}\tau}{\tau}\right)^2 \leq 1 \quad (4.10-2)$$

Diese Interaktionsgleichung beschreibt ein Materialverhalten und bei der Bearbeitung von DIN 1052-1/A1 wurde angenommen, daß diese Gleichung auch für die neuen Klassen BS16 und BS18 Gültigkeit besitzt.

Somit kann für alle Brettschichtholzträger der Nachweis nach DIN 1052 T1, Gl.(31) und (32) geführt werden:

Für den Biegezugrand:

$$\left(\frac{\sigma_B}{\text{zul}\sigma_B}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{z\perp}}{1,25 \cdot \text{zul}\sigma_{z\perp}}\right)^2 + \left(\frac{\tau}{1,33 \cdot \text{zul}\tau_a}\right)^2 \leq 1 \quad (4.10-3)$$

Diese Gleichung kann umgeformt werden zu:

$$\sigma_B \leq \frac{1}{\text{zul}\sigma_B \sqrt{\left(\frac{1}{\text{zul}\sigma_B}\right)^2 + \left(\frac{\tan\alpha}{1,25 \cdot \text{zul}\sigma_{z\perp}}\right)^2 + \left(\frac{(\tan\alpha)^2}{1,33 \cdot \text{zul}\tau_a}\right)^2}} \cdot \text{zul}\sigma_B \quad (4.10-4a)$$

bzw.:

$$\sigma_B \leq k_z \cdot \text{zul}\sigma_B \quad (4.10-4b)$$

Für den Biegedruckrand:

$$\left(\frac{\sigma_B}{\text{zul}\sigma_B}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{D\perp}}{\text{zul}\sigma_{D\perp}}\right)^2 + \left(\frac{\tau}{2,66 \cdot \text{zul}\tau_a}\right)^2 \leq 1 \quad (4.10-5)$$

Diese Gleichung kann wiederum umgeformt werden zu:

$$\sigma_B \leq \frac{1}{\text{zul}\sigma_B \sqrt{\left(\frac{1}{\text{zul}\sigma_B}\right)^2 + \left(\frac{\tan\alpha}{\text{zul}\sigma_{D\perp}}\right)^2 + \left(\frac{(\tan\alpha)^2}{2,66 \cdot \text{zul}\tau_a}\right)^2}} \cdot \text{zul}\sigma_B \quad (4.10-6a)$$

bzw.:

$$\sigma_B \leq k_D \cdot \text{zul}\sigma_B \quad (4.10-6b)$$

In **Tabelle 4.10-1** sind die Beiwerte k_z und k_D für die verschiedenen BS-Klassen in Abhängigkeit vom Anschnittwinkel α angegeben. Hierbei wurden für BS11 und BS14 die gleichen Werte angesetzt (vgl. DIN 1052). Außerdem wurde für $\alpha \leq 3^\circ$ der Beiwert $k_D = 1$ gesetzt (vgl. DIN 1052).

Tabelle 4.10-1a: Abminderungsbeiwerte k_D für den Nachweis der Spannungscombination

α	$\leq 3^\circ$	3,5	4	4,5	5	6	7	8	10	12	14
BS11 BS14	1,0	0,94	0,93	0,91	0,89	0,85	0,81	0,77	0,69	0,62	0,55
BS16	1,0	0,94	0,92	0,90	0,88	0,84	0,80	0,76	0,68	0,61	0,54
BS18	1,0	0,92	0,90	0,88	0,86	0,81	0,77	0,72	0,64	0,56	0,50

Tabelle 4.10-1b: Abminderungsbeiwerte k_z für den Nachweis der Spannungscombination

α	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	6	7	8	10	12	14
BS11 BS14	0,96	0,92	0,89	0,85	0,80	0,76	0,71	0,67	0,59	0,51	0,45	0,35	0,27	0,22
BS16	0,95	0,92	0,88	0,84	0,79	0,74	0,70	0,65	0,57	0,49	0,43	0,33	0,25	0,20
BS18	0,94	0,90	0,85	0,81	0,75	0,70	0,65	0,61	0,52	0,45	0,39	0,29	0,22	0,18

Aus diesen Tabellen ist zu erkennen, daß bei BS16 und BS18 die Abminderungen infolge Spannungscombination größer sind, als bei BS11/BS14. Dies liegt im wesentlichen darin begründet, daß für die zulässigen Spannungen $\text{zul}\sigma_{z\perp}$ und $\text{zul}\sigma_{D\perp}$ für alle BS-Klassen die gleichen Werte vereinbart wurden. Laufende Untersuchungen in Karlsruhe und Stuttgart zeigen jedoch, daß die entsprechenden Festigkeitswerte von der Rohdichte bzw. dem Elastizitätsmodul des Holzes abhängig sind. Da die Klassen BS16 und BS18 aus maschinell sortierten La-

mellen hergestellt werden, bedeutet dies, daß für die zulässigen Spannungen dieser Träger höhere Werte angesetzt werden könnten.

In der europäischen Brettschichtholz - Norm prEN 1194 wurde dies so gehandhabt: hier wurden mit steigender BS- Klasse auch ansteigende Werte für die Querdruck-, Querdzug- und Scherfestigkeit angesetzt. Wendet man dies tendentiell auch für die 'deutschen' BS- Klassen an, so ergeben sich geringere Abminderungsfaktoren k_z und k_D als nach Tabelle 4.10-1a und b. Der Nachweis nach DIN 1052 liegt somit voraussichtlich auf der sicheren Seite. Für die Bemessung erscheint es daher gerechtfertigt, mit einheitlichen Abminderungsbeiwerten für alle BS-Klassen zu rechnen.

Bei unsymmetrisch aufgebauten Brettschichtholzträgern stellt sich weiterhin die Frage, welchen Einfluß der 'schwächere' Rand auf den Nachweis der Spannungskombination ausübt. Solange keine diesbezüglichen Untersuchungsergebnisse vorliegen, wird vorgeschlagen, für den Nachweis der Spannungskombination die zulässigen Biegespannungen der nächst niedrigen BS-Klasse zu verwenden. Hiermit wird berücksichtigt, daß die Spannungskombination am angeschnittenen schwächeren Bereich auftritt.

Für die praktische Bemessung wird daher folgender Vorschlag gemacht:

Nachweis der Spannungskombination mit der Gleichung

$$\sigma_B = \frac{M}{W} \leq k_{z/D} \cdot \text{zul} \sigma_B$$

mit k_z und k_D nach folgender Tabelle (gültig für alle BS-Klassen):

α	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	6	7	8	10	12	14
k_z	0,96	0,92	0,89	0,85	0,80	0,76	0,71	0,67	0,59	0,51	0,45	0,35	0,27	0,22
k_D	1,0	1,0	1,0	1,0	0,94	0,93	0,91	0,89	0,85	0,81	0,77	0,69	0,62	0,55

Für $\text{zul} \sigma_B$ sind die Werte nach DIN 1052-1/A1 bzw. Tabelle 2.1 dieses Berichtes zu verwenden, mit den folgenden Ausnahmen:

- BS11: $\text{zul} \sigma_B$ für BS14
- Tritt bei unsymmetrisch aufgebauten Trägern (Querschnittstypen 3 und 5) eine Spannungskombination am schwächeren Trägerrand auf, so ist bei den Klassen BS16 und BS18 für $\text{zul} \sigma_B$ der Wert der nächst niedrigeren BS-Klasse einzusetzen.

4.12 Keilgezinkte Rahmenecken

Keilgezinkte Rahmenecken werden mit einer Keilzinkung oder mit zwei Keilzinkungen und einem Zwischenstück ausgeführt (vgl. **Bild 4.12-1**).

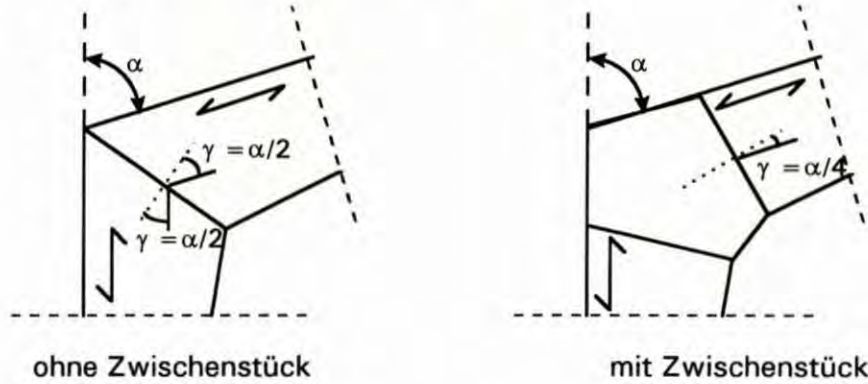


Bild 4.12-1: Keilgezinkte Rahmenecken

In der Rahmenecke treten an der Innenseite des Knickes hohe Normalspannungen und nicht unbeträchtliche Querspannungen auf (vgl. **Bild 4.12-2**).

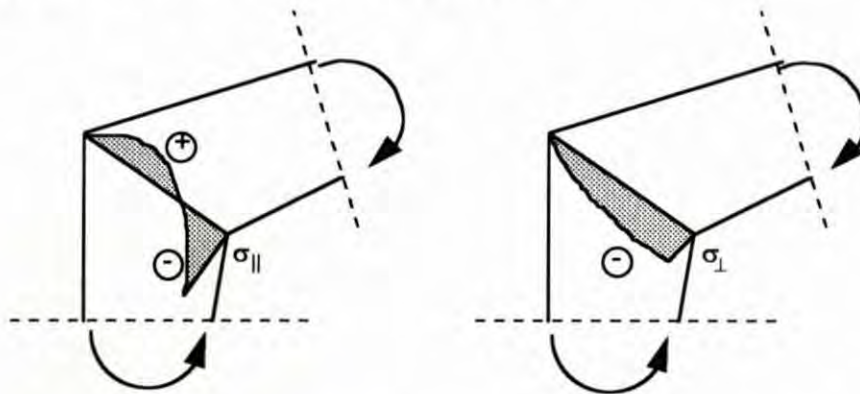


Bild 4.12-2a: Qualitative Spannungsverteilungen bei Rahmenecken ohne Zwischenstück (negatives Moment)

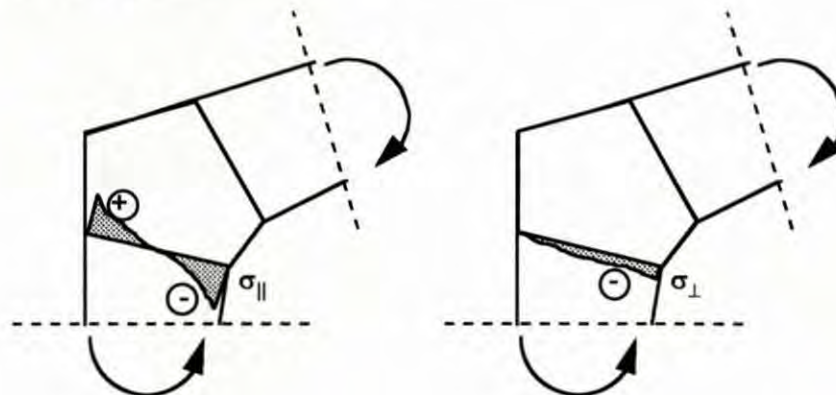


Bild 4.12-2b: Qualitative Spannungsverteilungen bei Rahmenecken mit Zwischenstück (negatives Moment)

Kolb führte 1969, 1970 und 1970 experimentelle Untersuchungen mit keilgezinkten Rahmenecken durch. Bei negativen Eckmomenten war dabei das Versagen auf das Erreichen der Druckfestigkeit im Bereich der Keilzinkenverbindung zurückzuführen: es bildeten sich Quetschfalten an der inneren Ecke.

Bei der Bemessung war daher der Nachweis zu führen, daß im Bereich der Keilzinkenverbindung die zulässige Druckspannung unter dem Winkel γ nicht überschritten wird (vgl. Heimeshoff 1976):

$$\omega \cdot \frac{N}{A_n} + \frac{\text{zul}\sigma_{D\parallel}}{\text{zul}\sigma_B} \cdot \frac{M}{W_n} \leq \text{zul}\sigma_{D,\gamma} \quad (4.12-1)$$

Mit Rücksicht auf die Keilzinkenverbindung ist dabei bei der Berechnung der maßgebenden Querschnittswerte A_n und W_n eine Schwächung von jeweils 20% anzusetzen.

Für $\text{zul}\sigma_{D,\gamma}$ ist die zulässige Druckspannung für Nadelholz der Güteklasse II (S 10) einzusetzen, auch bei Brettschichtholz der Güteklasse I (BS14)! Dies entspricht einer Abminderung der normalerweise anzusetzenden zulässigen Spannung von etwa 23%.

Diese Regelungen hinsichtlich der Querschnittsschwächungen und der zulässigen Spannung waren in DIN 68 140 (Ausgabe 10.71) festgeschrieben. Bei der Überarbeitung dieser Norm (mit dem Weißdruck ist mit Beginn 1997 zu rechnen) wurden diese Regelungen nicht mehr aufgenommen, so daß hier ein gewisses 'Loch' in der Bemessung entstanden ist. Bis jedoch eine eigene Norm über keilgezinkte Rahmenecken vorliegt wurde beschlossen, daß der Passus über die keilgezinkte Rahmenecken gültig bleibt.

Bei den neuen Brettschichtholz - Klassen BS16 und BS18 stellt sich allerdings die Frage, ob auch hier die zulässigen Druckspannungen für Nadelholz S 10 einzusetzen sind, oder ob nicht höhere Werte angesetzt werden können.

Bei Brettschichtholz der Klassen BS16 und BS18 werden die Bretter maschinell sortiert und weisen im Vergleich zu visuell sortierten Brettern eine höhere Rohdichte und einen höheren Elastizitätsmodul auf. Diese beiden Materialeigenschaften beeinflussen auch die Druckfestigkeit des Holzes maßgeblich, so daß anzunehmen ist, daß keilgezinkte Rahmenecken aus BS16 und BS18 eine höhere Tragfähigkeit aufweisen, als eine vergleichbare Rahmenecke aus BS14. Bis neuere Erkenntnisse vorliegen, wird daher vorgeschlagen, die bisherige Abminderung der zulässigen Spannung von etwa 23% auch bei den neuen BS-Klassen anzuwenden.

Die Berechnung der zulässigen Druckspannung unter einem Winkel γ erfolgt nach DIN 1052 T1 Gl.(4):

$$\text{zul}\sigma_{D,\gamma} = \text{zul}\sigma_{D\parallel} - (\text{zul}\sigma_{D\parallel} - \text{zul}\sigma_{D\perp}) \cdot \sin\gamma \quad (4.12-2)$$

Diese Gleichung kann wie folgt umgeformt werden:

$$\text{zul}\sigma_{D,\gamma} = \text{zul}\sigma_{D\parallel} \left[1 - \left(1 - \frac{\text{zul}\sigma_{D\perp}}{\text{zul}\sigma_{D\parallel}} \right) \cdot \sin\gamma \right] \quad (4.12-3a)$$

bzw.
$$\text{zul}\sigma_{D,\gamma} = \text{zul}\sigma_{D\parallel} \cdot k_\gamma \quad (4.12-3b)$$

bzw.
$$\frac{\text{zul}\sigma_{D\gamma}}{\text{zul}\sigma_{D\parallel}} = k_{\gamma} \quad (4.12-3c)$$

In **Tabelle 4.12-1** sind die Werte für k_{γ} für die verschiedenen Brettschichtholz - Klassen zusammengestellt.

Tabelle 4.12-1: Abminderungsbeiwerte k_{γ} für die zulässige Druckspannung unter einem Winkel γ

Anzusetzende Klasse	zul $\sigma_{D\perp}$	zul $\sigma_{D\parallel}$	$\alpha = 5^{\circ}$	10°	15°	20°	25°	30°	35°
S 10	2,0	8,5	0,933	0,867	0,802	0,738	0,677	0,618	0,561
BS11	2,5	8,5	0,938	0,877	0,817	0,759	0,702	0,647	0,595
BS14	2,5	11,0	0,933	0,866	0,800	0,736	0,673	0,614	0,557
BS16	2,5	11,5	0,932	0,864	0,797	0,732	0,669	0,609	0,551
Näherung			0,935	0,870	0,806	0,743	0,683	0,625	0,570

Diese Tabelle zeigt, daß die Abminderung der zulässigen Druckspannung unter einem Winkel γ für alle anzusetzenden Klassen annähernd gleich ist. Daher erscheint es gerechtfertigt, für alle Klassen eine einheitliche Abminderung vorzunehmen. Als Näherung wird vorgeschlagen:

$$k_{\gamma} = 1 - 0,75 \cdot \sin \gamma \quad (4.12-4)$$

Diese Näherung ist ebenfalls in Tabelle 4.12-1 angegeben. Der Vergleich mit den übrigen Werten zeigt, daß die Fehler sehr gering sind und sehr nahe bei der Abminderung für Nadelholz S 10 liegt.

Unter Berücksichtigung des Querschnittsaufbaus kann der Nachweis nach Gl.(4.12-1) wie folgt umgeformt werden:

$$\frac{\omega \cdot \frac{N}{k_A \cdot A_n}}{\text{zul}\sigma_{D,\gamma}} + \frac{\text{zul}\sigma_{D\parallel}}{\text{zul}\sigma_B} \cdot \frac{\frac{M}{k_{W\gamma} \cdot W_n}}{\text{zul}\sigma_{D,\gamma}} \leq 1 \quad (4.12-5)$$

bzw.
$$\frac{\text{zul}\sigma_{D\parallel}}{\text{zul}\sigma_{D,\gamma}} \left[\frac{\omega \cdot \frac{N}{k_A \cdot A_n}}{\text{zul}\sigma_{D\parallel}} + \frac{\frac{M}{k_{W\gamma} \cdot W_n}}{\text{zul}\sigma_B} \right] \leq 1 \quad (4.12-6a)$$

bzw.
$$\frac{\omega \cdot \frac{N}{k_A \cdot A_n}}{\text{zul}\sigma_{D\parallel}^*} + \frac{\frac{M}{k_{W\gamma} \cdot W_n}}{\text{zul}\sigma_B^*} \leq \frac{\text{zul}\sigma_{D,\gamma}}{\text{zul}\sigma_{D\parallel}} = k_{\gamma} \quad (4.12-6b)$$

bzw.
$$\frac{\omega \cdot \frac{N}{k_A \cdot A_n}}{\text{zul}\sigma_{D\parallel}^*} + \frac{\frac{M}{k_{W\gamma} \cdot W_n}}{\text{zul}\sigma_B^*} \leq 1 - 0,75 \cdot \sin \gamma \quad (4.12-7)$$

Für k_A und k_{WY} sind hierbei die Werte für den Nachweis der äußeren Lamellen einzusetzen (vgl. Bemessungsvorschlag in Abschn. 4.3).

Für $\text{zul } \sigma_{D||}^*$ und $\text{zul } \sigma_B^*$ sind dabei die abgeminderten zulässigen Spannungen einzusetzen. Hierzu wird ein Faktor von 0,75 vorgeschlagen, der die o.g. Abminderung von etwa 23% erfaßt. Gl.(4.12-7) kann somit auch geschrieben werden:

$$\frac{\omega \cdot \frac{N}{k_A \cdot A_n}}{\text{zul } \sigma_{D||}} + \frac{\frac{M}{k_{WY} \cdot W_n}}{\text{zul } \sigma_B} \leq 0,75 - 0,55 \cdot \sin \gamma \quad (4.12-8)$$

Der Nachweis für die keilgezinkte Rahmenecke wäre damit auf einen Nachweis üblicher Form zurückgeführt, wobei die Summe der Beanspruchung nicht mehr 1 erreichen darf, sondern nur noch $0,75 \cdot k_\gamma = 0,75 - 0,55 \cdot \sin \gamma$. Für die zulässigen Spannungen können dann die Werte der betrachteten BS-Klasse eingesetzt werden. Hierbei wird jedoch ein symmetrischer Trägeraufbau zugrundegelegt.

Bei Rahmentragwerken werden jedoch häufig Trägerabschnitte mit veränderlicher Höhe eingesetzt (sich verjüngende Querschnitte). Hierbei kommen meist unsymmetrisch aufgebaute Querschnitte zum Einsatz. Bei solchen Trägern spielt die Lage der 'schwächeren' Lamellen eine entscheidende Rolle. Da die größte Momentenbeanspruchung i.d.R. in der Rahmenecke auftritt, werden die besseren Lamellen üblicherweise in die Zugzone, d.h. außen angeordnet. Somit liegen die schwächeren Lamellen an der Innenseite des Knickes auf, also in dem Bereich, in dem die größten Druckspannungen auftreten (vgl. **Bild 4.12-3**).

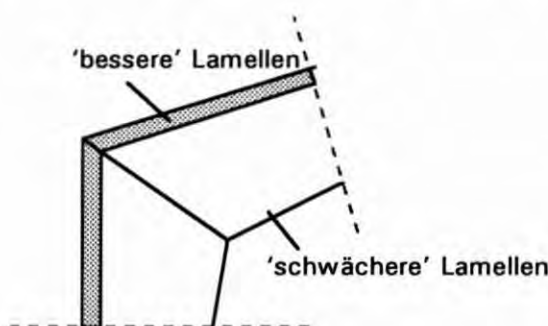


Bild 4.12-3: Anordnung der Lamellen bei unsymmetrisch aufgebauten Brettschichtholzträgern

Da die 'besseren' Lamellen in diesem Fall nicht zum Tragen kommen, ist eine solche Rahmenecke gleichwertig mit einer, bei der der gesamte Träger aus den schwächeren Lamellen hergestellt wurde. Da hier die schwächeren Lamellen abzumindern sind, bedeutet dies eine nochmalige Abminderung der zulässigen Spannungen um 25%!

Für die praktische Bemessung wird folgender Vorschlag gemacht:

Nachweis der Rahmenecke mit folgender Gleichung:

$$\frac{\omega \cdot \frac{N}{k_A \cdot A_n}}{\text{zul} \sigma_{D||}} + \frac{\frac{M}{k_{WY} \cdot W_n}}{\text{zul} \sigma_B} \leq 0,75 - 0,55 \cdot \sin \gamma$$

mit:

$$A_n = 0,8 \cdot A$$

$$W_n = 0,8 \cdot W$$

ω = Knickzahl

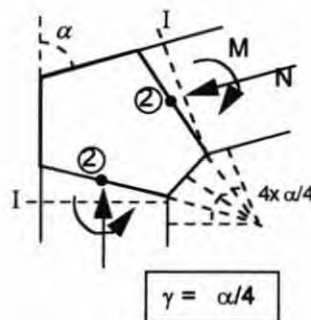
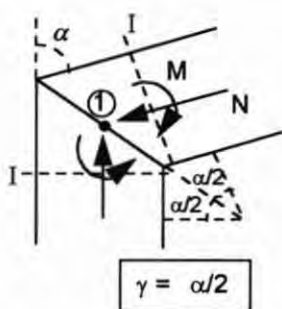
N, M = Schnittgrößen an den Stellen ① bzw. ②

zul $\sigma_{D||}$ = zulässige Druckspannung der betrachteten BS-Klasse

zul σ_B = zulässige Biegespannung der betrachteten BS-Klasse

k_A und k_{WY} nach folgender Tabelle

	Typ 2 (sym.)			Typ 3 (unsym.)			Typ 4 (sym.)		Typ 5 (unsym.)	
	BS14	BS16	BS18	BS14	BS16	BS18	BS16	BS18	BS16	BS18
k_{WY}	1,0	1,0	1,0	1,0	0,95	1,0	1,0	1,0	0,95	1,0
k_A	0,9	0,85	0,9	0,9	0,85	0,9	0,85	0,9	0,85	0,9



Liegen bei unsymmetrischen Querschnittsaufbauten (Typ 3 und Typ 5) die schwächeren Lamellen an der Innenseite des Knickes, so sind die zulässigen Spannungen um 25% abzumindern:

$$\frac{\omega \cdot \frac{N}{k_A \cdot A_n}}{0,75 \cdot \text{zul} \sigma_{D||}} + \frac{\frac{M}{k_{WY} \cdot W_n}}{0,75 \cdot \text{zul} \sigma_B} \leq 0,75 - 0,55 \cdot \sin \gamma$$

Bei positiven Eckmomenten (infolge von Wind) treten in der Ecke Quersugspannungen auf. In diesem Fall dürfen - bis neuere Erkenntnisse vorliegen - die Spannungen nur zu 20% ausgenutzt werden. In diesem Fall ist folgender Nachweis zu führen:

$$\frac{\omega \cdot \frac{N}{A_n}}{\text{zul} \sigma_{D||}} + \frac{\frac{M}{W_n}}{\text{zul} \sigma_B} \leq 0,2 \cdot (0,75 - 0,55 \cdot \sin \gamma)$$

5 Zusammenfassung

Durch die Entwicklungen im Bereich der maschinellen Holzsortierung und die Aufnahme von Brettschichtholz aus maschinell sortierten Brettern in DIN 1052-1/A1 ist es möglich geworden, Brettschichtholz so aufzubauen, daß die verschiedenen Trägerbereiche planmäßig einen anderen Elastizitätsmodul aufweisen (kombiniertes Brettschichtholz). Hierdurch wird ein Verbundträger geschaffen, dessen Tragverhalten sich von dem eines homogenen Brettschichtholzträgers unterscheidet.

Nach DIN 1052-1/A1 dürfen kombiniert aufgebaute Brettschichtholzträger näherungsweise als homogen angesehen, sofern die bewährten Querschnittsaufbauten verwendet werden. Wird jedoch von diesen Querschnittsaufbauten abgewichen, so wird ein genauere Spannungs- und Durchbiegungsnachweis unter Berücksichtigung der unterschiedlichen Elastizitätsmoduln der verwendeten Lamellen-Klassen gefordert.

Weiterhin ist in DIN 1052 T1, Abschnitt 5.1.2 geregelt, daß kombiniert aufgebautes Brettschichtholz nur bei Bauteilen, die auf Biegung oder auf Biegung mit Normalkraft beansprucht werden, verwendet werden darf. Mit dieser Regelung soll sichergestellt werden, daß die schwächeren inneren Bereiche nicht maßgebend werden. Dies bedeutet, daß bei Zug- und Druckstäben homogenes Brettschichtholz verwendet werden müßte. Nach Meinung des Verfassers kann jedoch auf diese Einschränkung verzichtet werden, wenn ein genauere Nachweis unter Berücksichtigung der unterschiedlichen Elastizitätsmoduln geführt wird.

Im Rahmen dieses Vorhabens sollte aufgezeigt werden, wie die genauere Bemessung von Brettschichtholz als Verbundträger geführt werden kann, und welche Vereinfachungen getroffen werden können.

Zur Berücksichtigung des Einflusses des Trägeraufbaus wird vorgeschlagen, die Querschnittswerte (Flächen, Widerstandsmomente) in Abhängigkeit vom gewählten Querschnittsaufbau zu modifizieren. Hierzu werden für jeden Nachweis entsprechende Faktoren vorgeschlagen.

Im Rahmen dieses Vorhabens wurden die genaueren Berechnungen durchgeführt, wobei mit Hilfe von Parameterstudien der Einfluß der einzelnen Faktoren abgeschätzt wurde. Hierdurch ließen sich in den meisten Fällen vereinfachte Nachweise ableiten, die nach Meinung des Verfassers das derzeitige Sicherheitsniveau nicht herabsetzen.

Den Berechnungen wurden insgesamt 5 Querschnittstypen zugrundegelegt, von denen angenommen werden kann, daß sie in der Praxis eingesetzt werden.

Die Berechnungen zeigten folgende Ergebnisse:

- Bei reiner Zug- und Druckbeanspruchung werden bei kombiniert aufgebauten Brettschichtholzträgern stets die schwächeren inneren Trägerbereiche maßgebend.
- Bei Biegung um die 'starke' Achse werden stets die äußeren Lamellen im Zugbereich maßgebend, während der Druckbereich ohne größere Bedeutung ist. Der Einfluß der unterschiedlichen Lamellenklassen ist gering, so daß - wie in DIN 1052-1/A1 vorgesehen - der Spannungsnachweis meist ohne Abminderung der Widerstandsmomente geführt werden kann (Ausnahme: unsymmetrisch aufgebautes BS16).

Bei unsymmetrisch aufgebauten Trägern ist darauf zu achten, daß die höherwertigen Lamellen im Zugbereich liegen. Dies ist bei der statischen Berechnung bereits zu vermerken und die Träger sind entsprechend zu kennzeichnen.

Bei Bauteilen, die einer wechselnder Momentenbeanspruchung ausgesetzt sind, wird empfohlen, symmetrische Querschnittsaufbauten einzusetzen. Werden jedoch unsymmetrisch aufgebaute Träger verwendet, so ist zusätzlich zu überprüfen, daß die in den schwächeren Bereichen auftretenden Biegezugspannungen die zulässigen Werte nicht überschreiten. Hierbei sind die zulässigen Werte der nächst niedrigeren BS-Klasse zu verwenden.

- Bei Biegung um die schwache Achse werden - wie bei reiner Zug- und Druckbeanspruchung - stets die inneren Querschnittsbereiche maßgebend.
- Bei Doppelbiegung werden die äußeren Lamellenklassen maßgebend, solange der Anteil der Querbiegung (Biegung um die schwache Achse) weniger als 40% beträgt. Erst bei einem Anteil der Querbiegung von mehr als 40% werden die inneren Lamellen maßgebend. Für diesen Fall wird ein zusätzlicher Nachweis für die inneren Lamellen vorgeschlagen.
- Bei Biegung mit Normalkraft liegt ein ähnliches Tragverhalten wie bei Doppelbiegung vor: auch hier werden die inneren Querschnittsbereiche erst maßgebend, wenn der Anteil der Spannungen infolge Normalkraft mehr als 30% beträgt. Auch für diesen Fall wird ein zusätzlicher Spannungsnachweis für die inneren Lamellen vorgeschlagen.
- Beim Nachweis der Gebrauchstauglichkeit (Durchbiegung) ist der Einfluß des Trägeraufbaus zu berücksichtigen. Die durchgeführten Berechnungen bestätigen weitgehend die hierfür in DIN 1052-1/A1 getroffenen Regelungen.
- Die zum Kippen durchgeführten Berechnungen zeigten, daß der in DIN 1052 T1 vorgesehene Nachweis auch bei kombiniert aufgebauten Trägern verwendet werden kann. Der Einfluß des Trägeraufbaus wird ausreichend in der Abminderung des Elastizitätsmoduls berücksichtigt. Die inneren Trägerbereiche werden für diesen Fall nicht maßgebend. Wird der Kippnachweis an einer Stelle geführt, bei dem die schwächeren Lamellen eines unsymmetrisch aufgebauten Trägers im Zugbereich liegen, so ist für die zulässige Biegespannung der Wert der nächst niedrigeren BS-Klasse einzusetzen
- Die zum Knicken durchgeführten Berechnungen zeigten, daß - wie in DIN 1052-1/A1 vorgesehen - für homogenes Brettschichtholz der Klassen BS14, BS16 und BS18 die gleichen Knickzahlen ω verwendet werden können.
Bei kombiniert aufgebauten Brettschichtholzträgern zeigte sich, daß für alle betrachteten Querschnittsaufbauten die ω -Zahlen von BS11 verwendet werden können. Diese Regelung gilt unabhängig von der Richtung des Ausknickens.
- Für den Nachweis der Spannungskombination am angeschnittenen Rand wird für alle betrachteten Querschnittsaufbauten eine einheitliche Abminderung der zulässigen Biegespannung in Abhängigkeit vom Anschnittwinkel vorgeschlagen.
Bei unsymmetrisch aufgebauten Trägern, bei denen der schwächere Rand angeschnitten ist, ist für die zulässige Biegespannung der Wert der nächst niedrigeren BS-Klasse einzusetzen.
- Der erarbeitete Vorschlag zur Bemessung keilgezinkter Rahmenecken basiert weitestgehend auf der 'alten', in DIN 68140 festgelegten Regelung. Für die Berücksichtigung des Knickwinkels im Bereich der Keilzinkung wird vereinfachend eine für alle BS-Klassen einheitliche Abminderung der zulässigen Spannungen vorgeschlagen.
Werden unsymmetrisch aufgebaute Träger eingesetzt, bei denen die schwächeren Lamellen an der Innenseite des Knickes liegen, so ist eine zusätzliche Abminderung zu berücksichtigen.

6 Literatur

- DIN 1052 Holzbauwerke, Teil 1: Berechnung und Ausführung (Ausgabe April 88)
- DIN 1052-1/A1: Holzbauwerke Teil 1: Berechnung und Ausführung, Änderung 1
- DIN 68140: Keilzinkenverbindung von Holz (Ausgabe Oktober 71)
- DIN 68140: Keilzinkenverbindung von Nadelholz für tragende Bauteile
- Eurocode 5 (DIN EN 1995-1-1): Entwurf, Berechnung und Bemessung von Holzbauwerken
- Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln, Bemessungsregeln für den Hochbau
(Ausgabe Juni 94)
- prEN 1194 Holzbauwerke - Brettschichtholz - Festigkeitsklassen und Bestimmung charakteristischer Werte
- Richtlinie zur Anwendung von DIN EN 1995-1-1 (Nationales Anwendungsdokument NAD).
(Ausgabe Februar 95)
- Andresen, K.; Kolberg, R. 1986: Stabilität. In: Holzbau-Taschenbuch. Band 1: Grundlagen, Entwurf und Konstruktionen. 8. Auflage
- Brüninghoff et al.: Beuth Kommentare, Holzbauwerke: Eine ausführliche Erläuterung zu DIN 1052, Teil 1 bis 3 (4.88). Hrsg.: DIN und DGfH
- Brüninghoff, H.; Rampf, G.; Samuel, S. 1986: Verbände und Abstützungen - Grundlagen und Regelnachweise. Informationsdienst Holz, EGH-Bericht
- Brüninghoff, H.; Schmidt, K. 1989: Verbände und Abstützungen Teil 2 - genauere Nachweise, komplette Fassung. Informationsdienst Holz, EGH-Bericht
- Colling, F. 1995: Brettschichtholz unter Biegebeanspruchung. In: Informationsdienst Holz: Holzbauwerke nach Eurocode 5 - Grundlagen, Entwicklungen, Ergänzungen (STEP 3)
- Colling, F.; Radovic, B. 1996: Brettschichtholz nach DIN 1052-1/A1 aus maschinell sortierten Brettern. Holzbau-Statik-Aktuell, Ausgabe Mai 1996
- Heimeshoff, B. 1976: Berechnung von Rahmenecken mit Keilzinkenverbindungen. Holzbau-Statik-Aktuell, Folge 1 und 2
- Hooley/Madsen 1964: Lateral stability of glued laminated beams. Journal of structural Division 90(1964), ST3 S201-218
- Kolb, H. 1968: Versuche an geleimten Rahmenecken und Montagestößen. Bauen mit Holz 70: S. 266 - 271 und S. 462 - 470
- Kolb, H. 1969: Festigkeitsuntersuchungen an gestoßenen und gekrümmten Teilen aus Brettschichtholz. Bauen mit Holz 71: S. 323 - 334
- Kolb, H. 1970: Versuche an geleimten Rahmenecken und Montagestößen. Bauen mit Holz 72: S. 121 - 129 und S. 387 - 392

- Möhler, K.; Hemmer, 1978: Zusammenwirken von Längs-, Quer- und Schubspannungen (Torsionsspannungen) bei Brettschicht- und Vollholzbauteilen. Forschungsbericht, Lehrstuhl für Ingenieurholzbau und Baukonstruktionen, Universität Karlsruhe
- Möhler, K.; Hemmer, 1980: Spannungskombination bei Brettschichtholzträgern mit geneigten Rändern. Holzbau-Statik-Aktuell, Folge 5
- Möhler, K.; Scheer, C.; Muszala, W. 1983: Knickzahlen ω für Voll-, Brettschichtholz und Holzwerkstoffe. Holzbau-Statik-Aktuell, Folge 7